

Ей соответствует матрица нормальных уравнений

$$\bar{N}_1 = B_1 P^{-1} B_1^T. \quad (7)$$

Если, далее, в этой сети некоторые из пунктов, считавшихся определяемыми, сделать исходными, число условных уравнений возрастет на m_2 при неизменном числе измерений, и система условий для более жесткой сети запишется в виде

$$\left. \begin{aligned} B_1 V + W_1 &= 0, \\ B_2 V + W_2 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Число вновь появившихся условных уравнений m_2 равно изменению числа необходимых неизвестных в сети.

Матрица нормальных уравнений коррелат, соответствующая системе условий (8), равна

$$N_1 = \begin{pmatrix} B_1 P^{-1} B_1^T & B_1 P^{-1} B_2^T \\ B_2 P^{-1} B_1^T & B_2 P^{-1} B_2^T \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Аналогично параметрическому уравниванию для собственных значений

$$\mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \geq \mu_{r_1+m_2}, \quad \bar{\mu}_1 \geq \bar{\mu}_2 \geq \dots \geq \bar{\mu}_{r_1}$$

матриц N_1 и $\bar{N}_1$ можно написать неравенства:

$$\mu_i \leq \bar{\mu}_i, \quad i = 1, 2, \dots, r_1;$$

$$\bar{\mu}_j \geq \mu_{j+2m_2}, \quad j \leq r_1 - m_2;$$

$$\mu_p \geq \bar{\mu}_p \geq \mu_{r_1+m_2}, \quad p = 1, 2, \dots, r_1.$$

Из последнего неравенства следует соотношение для чисел обусловленности:

$$k(N_1) = \frac{\mu_1}{\mu_{r_1+m_2}} \geq \frac{\bar{\mu}_1}{\bar{\mu}_{r_1}} = k(\bar{N}_1). \quad (10)$$

Таким образом, уменьшение жесткости геодезической сети может приводить к улучшению обусловленности матрицы нормальных уравнений коррелат и ухудшению обусловленности матрицы нормальных уравнений параметрического способа уравнивания. Этот вывод согласуется с результатами экспериментальных исследований и может служить теоретическим обоснованием стремления уравнивать свободные сети коррелатным способом, а несвободные, содержащие большое число исходных пунктов, — параметрическим.

Список литературы: 1. Беллман Р. Введение в теорию матриц. — М.: Наука, 1969. 2. Ларин Д. А. О решении нормальных уравнений. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1957, вып. 1. 3. Хубларова С. Л. Оценка

обусловленности систем нормальных уравнений. — Тр. ЦНИИГАиК, 1966, вып. 135. 4. Thompson R. C. Principal submatrices IX: Interlacing inequalities for singular values of submatrices. — Linear Algebra and Applications, 1972, 6, № 1.

Статья поступила в редколлегию 17.12.80

А. В. ГОЖИЙ

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ДЕТАЛЬНОЙ РАЗБИВКИ КРУГОВОЙ КРИВОЙ СПОСОБОМ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ

Как мы уже отмечали в работе [1], точность построения круговой кривой различными способами наиболее надежно можно характеризовать через погрешность построения радиуса R кривой в отдельных ее точках.

Зависимость между погрешностями δx и δy отложения координат и погрешностью δR построения радиуса кривой можно определить различными способами. В настоящей работе рассмотрен, как нам кажется, наиболее простой из них, который обладает весьма важным достоинством — он пригоден для получения подобных зависимостей при деталь-

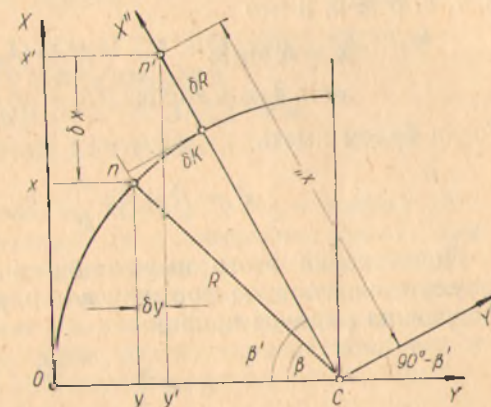


Схема преобразования системы координат.

ной разбивке круговых кривых любыми методами. Сущность этого способа состоит в следующем.

Из рисунка видно, что при переносе начала системы прямоугольных координат в центр кривой C и повороте ее осей на угол $90^\circ - \beta'$ против хода часовой стрелки (до совмещения оси X'' с направлением радиуса кривой в точке n') погрешность построения радиуса

$$\delta R = x'' - R. \quad (1)$$

В равенстве (1) x'' — координата точки n' в измененной системе прямоугольных координат $X''CY''$.

Согласно известным формулам аналитической геометрии [2]

$$x'' = -(y') \sin(90^\circ - \beta') + (x') \cos(90^\circ - \beta'), \quad (2)$$

где прямоугольные координаты (x') и (y') точки n' в промежуточной системе координат, полученной плоскопараллельным перемещением исходной системы на величину R вдоль оси Y (до совмещения O с C), могут быть представлены следующими простыми соотношениями

$$(x') = x' = x + \delta x, \quad (3)$$

$$(y') = y' - R = y + \delta y - R, \quad (4)$$

в которых x' и y' — фактические, а x и y — действительные координаты выносимой точки n кривой; δx и δy — погрешности отложения координат на местности.

После подстановки выражений (3) и (4) в соотношение (2) и простых преобразований последнее можно привести к такому виду:

$$x'' = x \sin \beta' + (R - y) \cos \beta' + \delta x \sin \beta' - \delta y \cos \beta'. \quad (5)$$

Дальнейшее упрощение этого соотношения легко осуществить, если принять во внимание, что β' незначительно отличается от β , т. е. $\beta' \approx \beta$, и что

$$\begin{aligned} x &= R \sin \beta; & R - y &= R \cos \beta; \\ x \sin \beta &= R \sin^2 \beta; & (R - y) \cos \beta &= R \cos^2 \beta. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда будем иметь

$$x'' = R + \delta x \frac{x}{R} - \delta y \frac{R - y}{R}. \quad (7)$$

Подстановка этого выражения в равенство (1) позволяет получить следующую формулу для определения погрешности δR построения радиуса кривой:

$$\delta R = \frac{x}{R} \delta x - \frac{R - y}{R} \delta y, \quad (8)$$

на основе которой можно записать такую зависимость между средними квадратическими погрешностями построения радиуса кривой m_R и отложения на местности прямоугольных координат m_x и m_y

$$m_R^2 = \frac{x^2}{R^2} m_x^2 + \frac{(R - y)^2}{R^2} m_y^2. \quad (9)$$

Следуя описанным выше путем, аналогичным образом можно получить формулу, определяющую зависимость между погрешностью δk равенства интервалов разбивки и погрешностями δx и δy . Имея в виду, что погрешность δk играет второстепенную

роль при оценке качества построения круговой кривой, мы приводим здесь эту формулу без вывода

$$\delta k = \frac{R - y}{R} \delta x + \frac{x}{R} \delta y. \quad (10)$$

Соответственно формула для подсчета средней квадратической погрешности m_k равенства интервалов разбивки будет иметь такой вид:

$$m_k^2 = \frac{(R - y)^2}{R^2} m_x^2 + \frac{x^2}{R^2} m_y^2. \quad (11)$$

Список литературы: 1. Гожий А. В., Журавель А. А., Туляница И. А. Результаты практического сравнения различных способов детальной разбивки круговой кривой. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 30. 2. Привалов И. И. Аналитическая геометрия. — М.: Физматгиз, 1963.

Статья поступила в редколлегию 5.02.80

УДК 528.088.3:524.46(022)

А. В. ГОЖИЙ

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ТОЧНОСТИ ВЫНОСА ТОЧКИ В НАТУРУ СПОСОБАМИ СТВОРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАСЕЧКИ И ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТ

Формулы для расчета точности выноса точки в натуру различными способами совершенствовались длительное время. При этом в зависимости от требуемой точности расчета и конкретного назначения формул при их выводе авторы учитывали различную совокупность факторов, влияющих на точность выноса точек в натуру. Поэтому подобные формулы, содержащиеся в справочной, нормативной и учебной литературе, не отличаются единством формы и содержания.

Наиболее полная подборка формул для расчета точности выноса точек в натуру различными способами приведена в руководстве*. Однако и здесь встречаются утверждения и выводы, требующие, по нашему мнению, уточнения. На один из таких примеров мы хотим обратить внимание специалистов.

При оценке точности выноса в натуру точки C (рисунок) отпосредственно двух исходных точек A и B способом створной линейной засечки и способом полярных координат руководством [1] рекомендуется использовать следующие формулы:

* Руководство по расчету точности геодезических работ в промышленности. — М.: Недра, 1979.