УДК 528

М. И. МАРЫЧ, И. Н. ГУДЗ

К ВОПРОСУ О ВЫЧИСЛЕНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ВЫСОТ

Согласно теории Молоденского исследования фигуры Земли геодезическая высота точки равна сумме нормальной высоты и высоты квазигеоида. При нахождении этих высот используются аномалии силы тяжести, измеренные на физической поверхности Земли. Поскольку методика вычислений нормальных высот хорошо разработана, их можно получить с довольно высокой точностью. Основная трудность заключается в определении высот квазигеоида. Последние с достаточной точностью определяются формулами Молоденского в первом приближении.

Выполненные в работе [1] преобразования первой поправки Молоденского ζ_1 в высоту квазигеоида к стоксово приближению ζ_0 позволили получить формулу, удобную для практических вычислений высоты квазигеоида ζ

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_1 = \frac{R}{4\pi\gamma}\int (\Delta g + \delta g_p) S(\psi)\, d\sigma - \\ - \frac{\pi f \delta H^2}{\gamma_m} - \frac{R}{4\pi\gamma}\int \left(\frac{\partial \Delta g_Б}{\partial \rho}\right)_0 (H - H_0) S(\psi)\, d\sigma, \qquad (1)$$

в которой Δg — измеренные аномалии силы тяжести, δg_p — поправка за рельеф, $S(\psi)$ — функция Стокса, $d\sigma$ — элемент сферы единичного радиуса, δ — плотность топографических масс, $\left(\frac{\partial \Delta g_Б}{\partial \rho}\right)_0$ — вертикальный градиент аномалии Буге, вычисленный по формуле Нумерова, H_0 — высота рельефа в данной точке. Как видим, в этой формуле имеется член $-\frac{\pi f \delta H^2}{\gamma_m}$,

Вычисление гравиметрической

Номер: узловых точек	Номер: реперов	Широта	H, м	$H_{ср}$, м	$\Delta h_{изм}$, м	$\Delta g_Б$, мгл	$\Delta g_{Б\,ср}$, мгл	$\Delta g_{Б\,ср} \Delta h_{изм}$, мгл·м
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	51	43°20,2′	511			−112		
				500	−22,6910		−108,5	+2461,97
	52	28,1	488			−105		
				480	−17,0150		−101,5	+1727,02
	53	34,3	471			−98		
				468	−6,5681		−97,5	+640,39
II	54	38,0	465			−97		
					−46,2741			

который явно выражает зависимость фигуры квазигеоида от рельефа Земли.

В работе [1] также показано, что такое же влияние рельефа, то есть такой же член, но с противоположным знаком, имеет место и при определении нормальных высот. Это влияние рельефа выделяется в одном из членов гравиметрической поправки в формуле для вычисления нормальной высоты.

Гравиметрическая поправка в нормальные высоты имеет вид:

$$\Delta H = \frac{1}{\gamma_m}\int_0^N \Delta g\, dh + \frac{1}{\gamma_m}\int_0^N (\gamma_0 - \gamma_0^N)\, dh,$$

где измеренные аномалии силы тяжести рассматриваются как сумма аномалий Буге $\Delta g_Б$ и редукции Буге $2\pi f\delta H$. Следовательно,

$$\Delta H = \delta_1 H + \delta_2 H + \frac{1}{\gamma_m}\int_0^N (\gamma_c - \gamma_c^N)\, dh, \tag{2}$$

где

$$\delta_1 H = \frac{1}{\gamma_m}\int_0^N \Delta g_Б\, dh;$$

$$\delta_2 H = \frac{2\pi f\delta}{\gamma_m}\int_0^N H dh = \frac{\pi f\delta H^2}{\gamma_m}.$$

При суммировании нормальной высоты и высоты квазигеоида члены $-\frac{\pi f\delta H^2}{\gamma_m}$ и $+\frac{\pi f\delta H^2}{\gamma_m}$ компенсируются. Поэтому пред-

поправки $\pi f\delta = 0{,}0559$ мгл/м, $\gamma = 980000$ мгл

$\delta_1 H = \frac{(9)}{\gamma_m}$, м	$H_{l+1}^2 - H_l^2$, м²	$\Pi f\delta(H_{l+1}^2 - H_l^2)$, мгл·м	$\delta_2 H = \frac{(12)}{\gamma_m}$, м	$\frac{(\gamma_0^A - \gamma_0^B)}{\gamma_m} H_{ср}$, м	ΔH, м	$\Delta H^{(*)}$, м
10	11	12	13	14	15	16
0,0025	−22977	−1284,41	−0,0013	−0,0061	−0,0049	−0,0035
0,0018	−15344	− 857,73	−0,0009	−0,0046	−0,0037	−0,0028
0,0006	− 5616	− 313,93	−0,0003	−0,0026	−0,0023	−0,0020
0,0049			−0,0025	−0,0133	−0,0109	−0,0083

Примечание. $H_{II} - H_I = -46{,}2741 - 0{,}0083 = -16{,}2824$ м.

* ΔH — гравиметрическая поправка без учета члена $\frac{\Pi f\delta H^2}{\gamma_m}$

ставляется возможным не учитывать величины $\frac{\pi f \delta H^2}{\gamma_m}$ при вы-
числении высот квазигеоида и нормальных высот и тем самым упростить вычисления геодезических высот. При определении высоты квазигеоида это соответствует обычному методу вычислений по формуле Стокса, в которую входят аномалии Фая $\Delta g+\delta g_p$, если пренебречь наибольшей величиной последнего члена формулы (1)*. При нахождении гравиметрической поправки в нормальные высоты вместо аномалий в свободном воздухе используют аномалии Буге.

Приведем пример этого видоизмененного способа вычисления гравиметрической поправки по формуле (2), где вместо аномалий силы тяжести в свободном воздухе используются аномалии Буге (таблица). Исходные данные для примера взяты из табл. 12, с. 261, графы 1—6 и 14 [3].

Значения гравиметрической поправки в разность нормальных высот, вычисленные по формуле (2), приведены в графе 15; значения этой же поправки без учета величины $\frac{\pi f \delta H^2}{\gamma_m}$ помещены в графе 16. Сопоставляя значения этих поправок, видим, что вторые поправки по абсолютной величине меньше первых. Это обстоятельство подтверждается также и на других примерах вычислений нивелировок и гравиметрических измерений, которые были выполнены в районе Карпат.

Рассматриваемая методика позволяет в случае необходимости получать также точные значения нормальных высот и высот квазигеоида с учетом величины $\frac{\pi f \delta H^2}{\gamma_m}$ и она полностью соответствует теории Молоденского.

Список литературы: 1. *Марыч М. И.* Вычисление потенциала топографических масс в приближениях Молоденского. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1979, вып. 6. 2. *Пеллинен Л. П., Остач О. М.* Об учете влияния топографических масс при вычислении уклонений отвеса и высот квазигеоида. Studia geoph. et geod., 1974, № 18. 3. *Шимбирев Б. П.* Теория фигуры Земли. — М.: Недра, 1975.

Статья поступила в редколлегию 17. 11. 80

* Следует заметить, что первые два члена формулы (1) совпадают с основными членами формулы (22), полученной ранее в работе [2].