УДК 528.33.35

В. В. ЛОЗИНСКИЙ
Львовский государственный университет

ПРОДОЛЬНЫЙ СДВИГ ЛИНЕЙНО-УГЛОВОГО РЯДА ИЗ ЦЕНТРАЛЬНЫХ СИСТЕМ

При уравнивании свободного ряда линейно-угловой триангуляции по методу условных измерений (рисунок) возникает $4N+2$ условных уравнений фигур (N — число центральных систем в ряду) вида [1]

$$(3i-2)+(3i-1)+(3i)+w_{\Phi}=0, \tag{1}$$

$8N+4$ синусных условных уравнений

$$-\delta(3i-2)+\delta(3i-1)+\left(\frac{(b_{i-1})}{b_{i-1}}\right)-\left(\frac{(a_i)}{a_i}\right)+w_a=0; \tag{2}$$

$$-\delta(3i-2)+\delta(3i)+\left(\frac{(b_{i-1})}{b_{i-1}}\right)-\left(\frac{(b_i)}{b_i}\right)+w_b=0 \tag{3}$$

и N условных уравнений горизонта

$$(3i-2)+(3i-1)+(3i)+(3i)'+(3i-1)'+(3i-2)'+w_c=0, \tag{4}$$

где i — порядковый номер треугольника в верхнем ряду; $(3i)$, $(3i-1)$, $(3i-2)$ — вероятнейшие поправки в углы, выраженные в радианах (в нижнем ряду треугольников углы обозначаются теми же числами, что и в верхнем, но только со штрихами);

(a_i), (b_i), (b_{i-1}) — вероятнейшие поправки в измеренные стороны; $\delta = \mathrm{ctg}$ угла треугольника; w — свободные члены.

Запишем весовую функцию продольного сдвига

$$dF_{t_n} = \frac{S}{2}\sum_{i=0}^{n}\left(\frac{(b_i)}{b_i}\right) +$$

$$+\frac{S\sqrt{3}}{2}\left[\begin{array}{ll}(2)+(8)+(14)+\ldots+(3n-1) & n=1,3,5,\ldots \\ (5)+(11)+(17)+\ldots+(3n-1) & n=2,4,6,\ldots\end{array}\right], \quad (5)$$

где n — число треугольников в верхнем ряду; S — длина стороны равностороннего треугольника.

При решении нормальных уравнений погрешности угловых измерений и относительные линейные погрешности считали равноточными.

Решение нормальных уравнений выполняли методом двух групп. В первую группу включали условные уравнения фигур (1), во вторую — все остальные уравнения. Преобразованные коэффициенты условных уравнений второй группы вычисляли по формулам [2]:

$$a_i = a_i' - \frac{[a_i']}{3} - \text{(при поправках в углы);}$$

$a_i = a_i'$ — (при поправках в стороны).

Обозначим преобразованные коэффициенты в уравнениях (2)—(4) соответственно через a_i, b_i, c_J $(J = 1, 2, 3, \ldots, N)$, а коэффициенты весовой функции через f_t.

Для определения обратного веса функции продольного сдвига имеем

$$\frac{1}{P_{f_t}} = [f_t f_t] - \sum_{1}^{n}\frac{[a_i f_t(i-1)]^2}{[a_i a_i(i-1)]} - \sum_{i=1,3,5,\ldots}^{n}\frac{[a_i' f_t(n+i-1)]^2}{[a_i' a_i'(n+i-1)]} - \ldots$$

Квадратический коэффициент нормальных уравнений для весовой функции

$$[f_t f_t] = (N+1)S^2. \quad (6)$$

Решая нормальные уравнения, получаем необходимые коэффициенты для определения обратного веса функции длины диагонали. Поскольку первые n синусных уравнений вида (2) для верхнего ряда треугольников не имеют общих поправок, то

$[a_i f_t(i-1)] = S$ (для нечетных i);

$[a_i f_t(i-1)] = 0{,}5S$ (для четных i).

Следовательно, можно записать суммарное влияние уравнений вида (2) для верхнего ряда треугольников на обратный вес

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{[a_i f_t(i-1)]^2}{[a_i a_i(i-1)]} = (0{,}46875\,N + 0{,}375)\,S^2. \quad (7)$$

Учитывая (для нечетных i), что $[a_i' f_t(n+i-1)] = -0{,}375S$, находим суммарное влияние уравнений (2) для нижнего ряда треугольников на обратный вес

$$\sum_{i=1,3,5,\dots}^{n} \frac{[a_i' f_t(n+i-1)]^2}{[a_i' a_i' (n+i-1)]} = 0{,}0614\,(N+1)\,S^2. \qquad (8)$$

Коэффициенты уравнений вида (3) и весовой функции для верхнего ряда треугольников имеют вид

$$[b_1 f_t \cdot 2n] = -0{,}3943\,S; \qquad [b_2 f_t (2n+1)] = 0{,}0563\,S.$$

Далее для четных i

$$[b_i f_t (2n+i-1)]\Big|_{i=4}^{i=n-1} = 0{,}1864\,S - 0{,}3603\,[b_{i-1} f_t (2n+i-2)],$$

для нечетных i (9)

$$[b_i f_t (2n+i-1)]\Big|_{i=3}^{i=n-1} = -0{,}3943\,S + 0{,}3013\,[b_{i-1} f_t (2n+i-2)].$$

Последний коэффициент этого вида уравнений после ряда преобразований (причем ошибка в значении коэффициента не превысит 2%) можно представить следующим образом:

$$[b_n f_t (3n-1)] = -0{,}5818\,S + 0{,}3013\,[b_{n-1} f_t (3n-2)]. \qquad (10)$$

Суммарное влияние уравнений вида (3) для верхнего ряда треугольников на обратный вес после преобразований с точностью до 1—3% запишем в виде

$$\sum_{1}^{n} \frac{[b_i f_t (2n+i-1)]^2}{[b_i b_i (2n+i-1)]} = (0{,}1885 + 0{,}10285\,N)\,S^2. \qquad (11)$$

Неквадратические коэффициенты уравнений (3) и весовой функции для нижнего ряда треугольников с допустимой точностью можно записать так:

$$[b_1' f_t \cdot 3n] = 0{,}299\,S; \quad [b_2' f_t (3n+1)] = -0{,}116\,S. \qquad (12)$$

В общем виде для четных i

$$[b_i' f_t (3n+i-1)] = -0{,}2163\,S + 0{,}3728\,[b_{i-1}' f_t (3n+i-2)]$$

и для нечетных i

$$[b_i' f_t (3n+i-1)] = 0{,}2884\,S - 0{,}267\,[b_{i-1}' f_t (3n+i-2)].$$

Проделав ряд преобразований и просуммировав n членов, получим

$$\sum_{1}^{n} \frac{[b_i' f_t (3n+i-1)]^2}{[b_i' b_i' (3n+i-1)]} = (0{,}066\,N + 0{,}033)\,S^2. \qquad (13)$$

Для уравнений типа (4) и весовой функции

$$[c_1 f_t \cdot 4n] = -0{,}482S. \qquad (14)$$

Последующие коэффициенты этого типа уравнений опре[делим] из выражения

$$[c_I f_t(4n+I-1)] = -0{,}482\,S - \frac{[c_{I-1} f_t(4n+I-2)]}{[c_{I-1} c_{I-1}(4n+I-2)]}, \quad (1$$

где $[c_1 c_1 \cdot 4n] = 3{,}127$;

$$[c_I c_I(4n+I-1)] = 3{,}127 - \frac{0{,}3333}{[c_{I-1} c_{I-1}(4n+I-2)]}.$$

Следовательно, суммарное влияние уравнений вида (4) и [ве]совой функции

$$\sum_1^n \frac{[c_I f_t(4n+I-1)]^2}{[c_I c_I(4n+I-1)]} = (0{,}1223\,N - 0{,}0476)\,S^2. \quad (1$$

Зная величины $[f_t f_t]$ и значения уравнений (7), (8), (11 (13) и (16), можно получить формулу обратного веса функци[и] продольного сдвига ряда, состоящего из центральных систе[м]

Определение значений обратных весов $\frac{1}{P_t}$

N	По схеме Гаусса	По формуле (17)	Погрешность, %	N	По схеме Гаусса	По формуле (17)	Погрешность, %
1	0,5696	0,5684	0,21	4	1,1113	1,1045	0,79
2	0,7588	0,7471	1,54	5	1,2896	1,2832	0,50
3	0,9369	0,9258	1,18	6	1,4661	1,4619	0,29

Эту формулу после простых подстановок и вычислений приводим к виду

$$\frac{1}{P_t} = (0{,}1787\,N + 0{,}3897)\,S^2. \quad (17)$$

Значения величин $\frac{1}{P_t}$ для различных N, вычисленные по формуле (17) и полученные из решения систем нормальных уравнений по схеме Гаусса, приведены в таблице.

Как видно из таблицы, обратные веса $\frac{1}{P_t}$ определяются по формуле (17) с достаточной степенью точности, следовательно, этой формулой можно пользоваться при предварительной оценке точности свободных рядов линейно-угловой триангуляции.

Список литературы: 1. *Монин И. Ф.* Предвычисление точности рядов из центральных систем линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 24. 2. *Проворов К. Л.* Точность цепи триангуляции с измеренными сторонами и углами. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1959, № 3.

Работа поступила в редколлегию 6 декабря 1977 года. Рекомендована кафедрой геоморфологии Львовского госуниверситета.