

ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ПО АЭРОСНИМКАМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МЕСТНОСТИ

Точность фотограмметрических построений при создании геометрической модели местности по перекрывающимся аэроснимкам в конечном итоге определяется средними квадратическими ошибками координат точек этой модели. Величины ошибок при этом зависят от способа построения модели, от высоты фотографирования, от фокусного расстояния, от ошибок координат точек аэроснимков. В работе приведены вычисленные на ЭВМ средние квадратические ошибки пространственных координат точек модели и элементов взаимного ориентирования, а также построены необходимые кривые ошибок для различных вариантов аэрофотосъемки. Все вычисления выполнены для плановых макетных аэроснимков плоскоравнинной местности с форматом 18×18 см и 60% продольным перекрытием.

Построение геометрической модели выполнено с использованием условий взаимного ориентирования

$$\begin{aligned} F = & xx'(b_1'c_1'' - b_1''c_1') + xy'(b_1'c_2'' - b_1''c_2') + xf(b_1'c_3'' - b_1''c_3') + \\ & + x'y(b_2'c_1'' - b_2''c_2') + yy'(b_2'c_2'' - b_2''c_2') - yf(b_2'c_3'' - b_2''c_3') + \\ & + x'fb_1'c_3'' + y'fb_2'c_3'' - f^2b_3''c_3'' = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

в условной системе координат, где:

$b_1' = \sin \alpha$, $b_2' = \cos \alpha$, $b_3' = 0$, $c_1' = \sin \alpha \cos \kappa$, $c_2' = \sin \alpha \sin \kappa$, $c_3' = \cos \alpha$; $b_1'' = \cos \omega' \sin \kappa'$, $b_2'' = \cos \omega' \cos \kappa'$, $b_3'' = -\sin \omega'$, $c_1'' = \sin \alpha' \cos \kappa' + \cos \alpha' \sin \omega' \sin \kappa'$, $c_2'' = -\sin \alpha' \sin \kappa' + \cos \alpha' \sin \omega' \cos \kappa'$, $c_3'' = \cos \alpha' \cos \omega'$; α , κ , α' , ω' , κ' — элементы взаимного ориентирования; $b_1', \dots, c_1'$ — часть направляющих косинусов, отнесенных к левому снимку; $b_1'', \dots, c_3''$ — часть направляющих косинусов, отнесенных к правому снимку; x , y , x' , y' — измеренные координаты точек левого и правого снимков; f — фокусное расстояние снимков.

Вычисление пространственных координат точек геометрической модели выполнено по формулам прямой засечки

$$X = \frac{Bx_t}{P_t}, \quad Y = \frac{By_t}{P_t}, \quad Z = \frac{Bf}{P_t}, \quad (2)$$

где $P_t = x_t - x_t'$; x_t , y_t , x_t' — трансформированные координаты точек левого и правого снимков.

В статье [2] рассмотрены теоретические положения по определению точностных характеристик построения геометрической модели, которые могут быть получены с использованием кова-

риационных матриц определяемых параметров. Поэтому в настоящей работе ограничимся приведением конечных формул, по которым проведены необходимые вычисления. Так, искомая ковариационная матрица вектора элементов взаимного ориентирования имеет вид

$$K_b = \sigma_0^2 [A^T (B B^T)^{-1} A]^{-1}, \quad (3)$$

а ковариационная матрица пространственных координат точек модели определяется по следующим зависимостям:

$$K = \sigma_0^2 [J J^T], \quad (4) \quad J = A' U + B', \quad (5)$$

$$U = -[A^T (B B^T)^{-1} A]^{-1} A^T (B B^T)^{-1} B. \quad (6)$$

В приведенных матричных выражениях (3)–(6) A — прямоугольная матрица частных производных условий (1) по элементам взаимного ориентирования; B — прямоугольная матрица частных производных условий (1) по значениям измеренных координат точек аэроснимков, участвующих при решении задачи взаимного ориентирования; A' — прямоугольная матрица частных производных выражений (2) по элементам взаимного ориентирования; B' — прямоугольная матрица частных производных выражений (2) по значениям измеренных координат точек аэроснимков; σ_0 — средняя квадратическая ошибка единицы веса, характеризующая точность определения координат точек аэроснимков, которые приняты за независимо измеренные величины с равными весами; T — в приведенных выражениях означает транспонирование.

С использованием формул (1)–(6) составлена специальная программа для ЭВМ М-220 для вычисления матриц K_b и K . Так как диагональные элементы этих матриц K_b и K являются соответственно дисперсиями элементов взаимного ориентирования и дисперсиями пространственных координат точек геометрической модели, то после извлечения квадратного корня из вычисляемых значений дисперсий, получим искомые средние квадратические ошибки.

Приведем значения средних квадратических ошибок определения элементов взаимного ориентирования для различных величин фокусных расстояний снимков, когда в первом случае было использовано шесть точек, расположенных в стандартных зонах (ошибки даны в минутах):

Фокусные расстояния, мм	σ_a	σ_{ω}	$\sigma_{a'}$	$\sigma_{\omega'}$	$\sigma_{\kappa'}$
50	0,7	1,6	0,7	0,7	1,6
70	1,0	2,1	1,0	1,0	2,1
100	1,6	3,1	1,6	1,7	3,1
200	2,8	10,0	2,8	3,1	10,0
300	4,1	21,0	4,1	4,8	21,0
500	6,5	57,0	6,5	8,3	57,0

Во втором случае для определения элементов взаимного ориентирования использовано двенадцать точек, расположенных парами в тех же стандартных зонах:

Фокусные расстояния, мм	σ_a	σ_{κ}	$\sigma_{a'}$	$\sigma_{\omega'}$	$\sigma_{\kappa'}$
50	0,3	0,8	0,3	0,3	0,8
70	0,5	1,0	0,5	0,5	1,0
100	0,8	1,5	0,8	0,9	1,5
200	1,6	5,0	1,6	1,6	5,0
300	2,0	10,5	2,0	2,4	10,5
500	3,2	28,5	3,2	4,1	28,5

Для обоих вариантов средняя квадратическая ошибка единицы веса принята равной $\sigma_0 = 0,02$ мм.

Средние квадратические ошибки координат точек

Исходные данные	Ср. квадр. ошибки пространственных координат, м	Номера двойных точек геометрической модели					
		1	2	3	4	5	6
$f=50$ мм $H=1000$ м	σ_x	0,42	0,42	0,62	0,62	0,62	0,62
	σ_y	0,40	0,48	0,89	0,96	0,89	0,96
	σ_z	0,50	0,50	0,60	0,55	0,60	0,55
$f=70$ мм $H=1000$ м	σ_x	0,34	0,34	0,55	0,55	0,55	0,55
	σ_y	0,29	0,42	0,69	0,79	0,69	0,79
	σ_z	0,57	0,57	0,67	0,62	0,67	0,62
$f=100$ мм $H=1000$ м	σ_x	0,34	0,34	0,57	0,57	0,57	0,57
	σ_y	0,20	0,44	0,61	0,76	0,61	0,76
	σ_z	0,79	0,79	0,86	0,82	0,86	0,82
$f=200$ мм $H=1000$ м	σ_x	0,56	0,56	0,92	0,92	0,92	0,92
	σ_y	0,10	0,70	0,82	1,10	0,82	1,10
	σ_z	2,32	2,32	2,34	2,33	2,34	2,33
$f=300$ мм $H=1000$ м	σ_x	0,82	0,82	1,33	1,33	1,33	1,33
	σ_y	0,07	1,02	1,18	1,58	1,18	1,58
	σ_z	4,98	4,98	4,99	4,98	4,99	4,98
$f=100$ мм $H=2000$ м	σ_x	0,68	0,68	1,16	1,16	1,16	1,16
	σ_y	0,40	0,87	1,21	1,52	1,21	1,52
	σ_z	1,59	1,59	1,72	1,65	1,72	1,65
$f=100$ мм $H=4000$ м	σ_x	1,35	1,35	2,30	2,30	2,30	2,30
	σ_y	0,80	1,74	2,42	3,03	2,42	3,03
	σ_z	3,17	3,17	3,44	3,30	3,44	3,30

Как видим, грубее всего определяются элементы взаимного ориентирования κ и κ' , остальные элементы имеют примерно одинаковые значения ошибок. С увеличением фокусного расстояния снимков ошибки определяемых элементов увеличиваются, при этом особенно возрастают ошибки κ и κ' . Увеличение

в два раза количества точек при решении задачи в два раза повышает точность определения элементов взаимного ориентирования.

Следует отметить, что это справедливо в том случае, если при решении задачи исключены систематические ошибки координат точек аэроснимков. Как показывает опыт, при наличии систематических ошибок с количеством точек больше двенадцати точность решения задачи взаимного ориентирования существенно не повысится.

Вычисленные при этом значения средних квадратических ошибок координат точек геометрической модели для ряда выборочных значений фокусных расстояний и высот фотографирования приведены в таблице. Взаимное ориентирование снимков выполнено по двенадцати точкам, расположенным парами в стандартных зонах (рис. 1). Из этой таблицы следует, что для

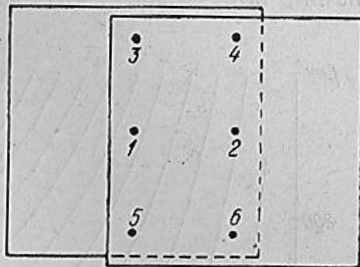


Рис. 1. Схема расположения точек в стереопаре.

симметричных точек, расположенных в верхних и нижних частях геометрической модели, наблюдается и симметрия в значениях ошибок σ_x , σ_y , σ_z . Симметрия ошибок σ_x и σ_z наблюдается и для точек, расположенных в середине модели. Ошибки координат σ_x равны также для точек, расположенных в левой и правой частях модели; с некоторым приближением это относится и к σ_z , причем с увеличением фокусного расстояния снимков мера приближенности уменьшается. Минимальные ошибки σ_x , σ_z принадлежат точкам с нулевыми значениями ординат. Минимальные ошибки σ_y принадлежат точкам с нулевыми значениями абсцисс и ординат, причем с увеличением величины фокусного расстояния значения ошибок σ_y в этих точках уменьшается.

Для исследования общих закономерностей искажений геометрической модели после выполнения процесса взаимного ориентирования по результатам счета на ЭВМ для различных вариантов съемки построены кривые средних квадратических ошибок плановых координат точек (рис. 2) и высот (рис. 3), усредненных по всему полю модели. На представленных графиках по оси абсцисс отложены высоты фотографирования от 200 до 5000 м, а по оси ординат — величины фокусных расстояний в диапазоне от 50 до 300 мм. Построение геометрических моделей, так же как и раньше, выполнено по двенадцати точкам в условной системе координат с началом в левом центре проектирования. Кривые ошибок плановых координат на рис. 2 проведены через 0,2 м, а кривые ошибок высот на рис. 3 сплошными линиями проведены через 1,0 м, а пунктирными, для вариантов крупномасштабной съемки, — через 0,2 м.

Для сравнения результатов построения геометрической модели с другим количеством точек построены кривые ошибок плановых координат и высот с использованием шести точек, расположенных в стандартных зонах. Так же и раньше принято, что $\sigma_0 = 0,02$ мм.

Результаты сравнения построенных графиков для различного количества точек, используемых при взаимном ориентировании показывают, что все основные закономерности искаже-

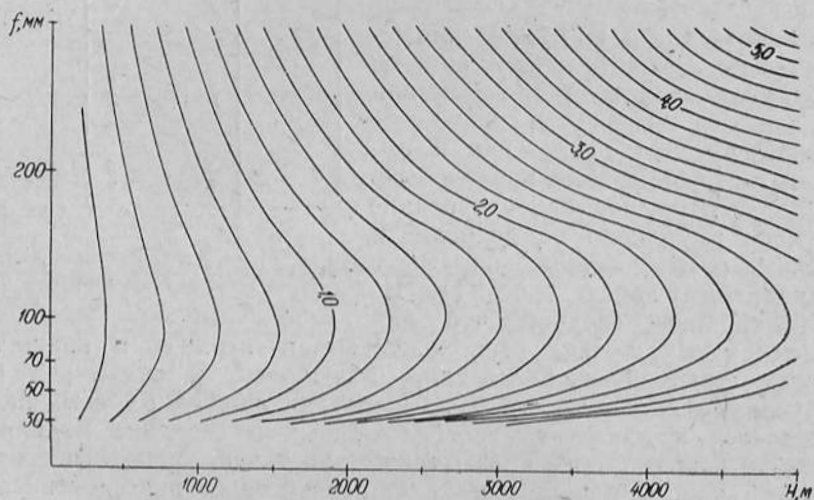


Рис. 2. Кривые средних квадратических ошибок определения плановых координат точек геометрической модели, построенной по координатам 12 точек.

ний и рисунок кривых сохраняются, однако точность определения координат точек при увеличении количества точек повышается. Так, высоты точек модели, построенной по двенадцати точкам, при использовании снимков с $f=50$ мм определяются на 22% точнее, с $f=70$ мм — на 27% точнее, с $f=100$ мм — на 33% точнее и с $f=200$ мм — на 40% точнее определения высот точек в модели, построенной по шести точкам. Аналогичная картина наблюдается для плановых координат. При использовании в процессе взаимного ориентирования двенадцати точек плановые координаты модели, построенной по снимкам с $f=50$ мм определяются на 19% точнее, для $f=70$ мм на 25% точнее, с $f=100$ мм — на 32% точнее и с $f=200$ мм на 40% точнее по сравнению с использованием во взаимном ориентировании шести точек. В обоих случаях, как это видно из представленных рисунков, при увеличении высоты фотографирования — H ошибки пространственных координат точек модели возрастают пропорционально изменению H . При увели-

чении величины фокусного расстояния снимков ошибки высот точек возрастают по параболическому закону. Наименьшие ошибки плановых координат точек модели относятся к фокусному расстоянию $f=100$ мм, а при последующем увеличении или уменьшении значений f плановые ошибки координат точек возрастают.

Точнее всего в пространстве геометрической модели, за исключением модели, построенной по аэроснимкам с $f=50$ мм,

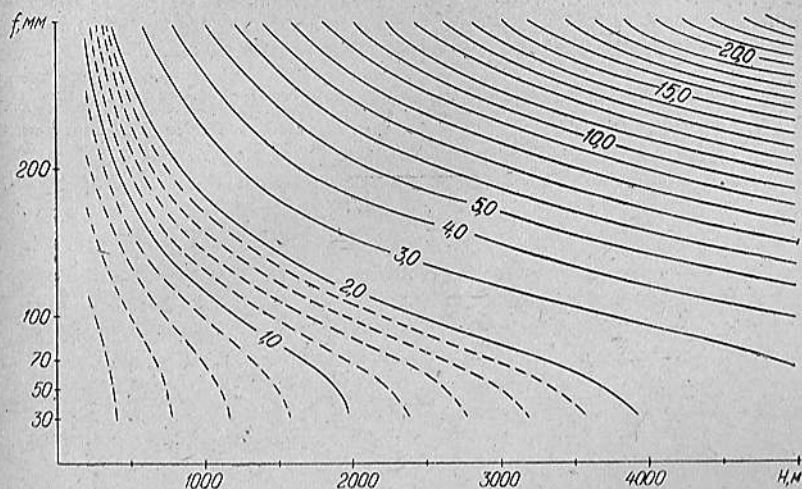


Рис. 3. Кривые средних квадратических ошибок определения высот точек геометрической модели, построенной по координатам 12 точек.

определяются плановые координаты. При использовании для взаимного ориентирования шести или двенадцати точек, плановые координаты модели, построенной по снимкам с $f=50$ мм определяются на 19% грубее, с $f=70$ мм на 15% точнее, с $f=100$ мм — на 57% точнее и с $f=200$ мм — на 200% точнее определения высот.

Используемая при моделировании ошибка единицы веса соответствует случаю задания случайных ошибок координат точек левого и правого снимков.

Заметим, что если необходимо вычислить средние квадратические ошибки пространственных координат точек для других значений σ_0 , то для этого необходимо все приведенные в таблицах и графиках значения средних квадратических ошибок умножить на некоторый коэффициент $k=\sigma_0/0,02$, в котором σ_0 — новое значение ошибки единицы веса.

Все построенные в работе графики могут служить номограммами для определения средних квадратических ошибок пространственных координат точек геометрической модели по заданной величине фокусного расстояния, высоте фотографиро-

вания и заданным ошибкам аэроснимков. Эти графики могут быть использованы для различного рода предвычислений точности фотограмметрических построений при создании топографических карт и при решении инженерных задач прикладной фотограмметрии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лобанов А. Н. Аэрофототопография. М., «Недра», 1971.
2. Тюфлин Ю. С. Определение ковариационной матрицы пространственных координат точек геометрической модели. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1972, вып. 15.

Работа поступила в редколлегию 24 июня 1974 года. Рекомендована Центральным научно-исследовательским институтом геодезии, аэросъемки и картографии.