

Аналитические выражения среднеквадратических ошибок определения координат представляют собой сложные формулы дифференцирования выражений (7) и (9) по шести частным производным, а расчет ошибок с требуемой точностью затруднен взаимной зависимостью переменных.

Для анализа погрешностей в координатах при изменении скорости распространения сейсмических волн введем заранее известные погрешности в t_i для экстремальных моментов, когда все t_i имеют погрешность $\pm 0,01$ или $-0,01$ с. Результаты расчета представлены в табл. 2,3.

Таблица 2
Результаты расчета X_0 и Y_0 при $\Delta t = 0,01$ с

Скор. расч.	t_1	t_2	t_3	t_4	Скор. измер.	Коорд., расчит. по планшету		Коорд., расчит. с вр. погрешности		ΔX	ΔY
						X	Y	X	Y		
300	1,827	1,130	2,034	1,503	374	690,1	735,5	692,2	735,5	-2,1	0
800	0,691	0,430	0,769	0,570	969	690,4	734,2	691,4	731,8	-1,0	+ 2,4
1200	0,464	0,290	0,516	0,383	1477	689,8	733,5	693,7	736,1	-3,9	- 2,6
1600	0,351	0,220	0,390	0,290	1963	690,0	733,8	695,0	736,9	-5,0	- 3,1
300	1,776	0,502	1,631	0,267	235	560,4	532,4	562,0	533,2	-1,6	- 0,8
800	0,672	0,194	0,618	0,107	623	560,5	532,0	563,2	535,3	-2,7	- 3,3
1200	0,451	0,133	0,415	0,074	937	560,9	532,0	565,5	536,6	-4,2	- 4,6
1600	0,341	0,102	0,314	0,058	1240	560,4	532,0	566,0	538,1	-5,6	- 6,1
300	1,004	- 0,506	2,332	1,981	312	418,1	743,1	420,0	743,6	-1,9	- 0,5
800	0,383	- 0,181	0,881	0,749	829	418,1	743,1	422,6	744,0	-4,5	- 0,9
1200	0,259	- 0,119	0,591	0,502	1237	418,5	742,7	425,4	744,0	-6,9	- 1,3
1600	0,196	- 0,087	0,445	0,379	1651	418,1	743,1	427,1	744,8	-9,0	- 1,7
300	1,761	0,947	2,023	1,400	337	658,3	719,6	652,0	708,2	+6,3	+11,4
800	0,667	0,326	0,765	0,531	955	644,9	717,4	647,9	719,7	-3,0	- 2,3
1200	0,448	0,244	0,519	0,358	1272	644,2	700,7	648,9	702,8	-4,7	- 2,1
1600	0,338	0,186	0,387	0,271	1786	652,6	709,3	657,1	711,9	-4,5	- 2,6

Примечание: $\Delta X_{ср} = -2,9$ м, $\Delta Y_{ср} = -1,6$ м, $m_x = \pm 4,6$ М76, $m_y = \pm 4,1$ м, $m_{x,y} = \pm 6,2$ м.

Из таблиц видно, что погрешности определения координат весьма незначительно зависят от изменения скорости распространения и находятся в прямой зависимости от точности фиксации моментов первого вступления сейсмической волны в точках приема.

Расчет таблиц произведен по программе обработки данных сейсмической информации в соответствии с формулами (11) на интерпретирующем процессоре «Искра-1256».

Способ рассматривается, наряду с работой [3], как второй, более точный вариант определения координат точек земной поверхности сейсмическими методами в автоматизированной геодезической системе.

Окончательные практические выводы о точности получения координат предлагаемым способом наблюдения и обработки сейсмической информации, а также о мерах по повышению его точности.

Таблица 3

Результаты расчета X_0 и Y_0 при $\Delta t = \pm 0,01$ с

Скор. расч.	t_1	t_2	t_3	t_4	Скор. измер.	Коорд., расчит. по планшету		Коорд., расчит. с вр. погрешн.		ΔX	ΔY
						X	Y	X	Y		
300	1,807	1,110	2,014	1,483	374	690,1	735,5	689,3	732,8	+ 0,8	+ 2,7
800	0,671	0,410	0,749	0,550	881	690,4	734,2	687,4	732,1	+ 3,0	+ 2,4
1200	0,444	0,270	0,496	0,363	1506	689,8	733,5	685,8	730,7	+ 4,7	+ 2,8
1600	0,331	0,200	0,370	0,270	2017	690,0	733,8	684,6	730,0	+ 5,4	+ 3,8
300	1,756	0,482	1,611	0,247	235	560,4	532,4	559,7	530,8	+ 0,7	+ 1,6
800	0,652	0,174	0,598	0,087	630	590,5	532,0	557,5	529,1	+ 3,0	+ 2,9
1200	0,431	0,113	0,395	0,054	951	560,9	532,0	556,5	527,3	+ 4,4	+ 4,7
1600	0,321	0,082	0,294	0,038	1274	560,4	532,0	554,8	525,6	+ 5,6	+ 6,4
300	0,984	- 0,526	2,312	1,961	314	418,1	743,1	416,6	743,1	+ 1,5	0
800	0,363	- 0,204	0,861	0,729	839	418,1	743,4	413,4	742,2	+ 4,7	+ 0,9
1200	0,239	- 0,139	0,571	0,482	1257	418,5	742,7	411,7	741,2	+ 6,8	+ 1,5
1600	0,176	- 0,107	0,425	0,359	1688	418,1	743,1	408,7	741,3	+ 9,4	+ 1,8
300	1,721	0,927	2,003	1,380	329	658,3	719,6	646,5	702,2	+11,8	+17,0
800	0,637	0,306	0,745	0,511	929	644,9	717,4	636,6	709,1	+ 8,3	+ 8,3
1200	0,428	0,224	0,499	0,338	1297	644,2	700,7	640,7	697,3	+ 3,5	+ 3,4
1600	0,318	0,166	0,367	0,251	1831	652,2	709,3	645,5	704,1	+ 7,1	+ 5,2

ных характеристик можно сделать после его полной аппаратной реализации и накопления достаточного объема статистических данных в полевых условиях.

Список литературы: 1. Дубянский В. И., Никитина Т. М. Изучение возможностей определения координат взрыва сейсмическими методами. — Воронеж, 1973. 2. Гураич И. И. Сейсморазведка. — М.: Недра, 1981. 3. Спицын Ю. И. Способ определения координат точек и параметров из взаимного положения с помощью поверхностного сейсмического эффекта. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1982, вып. 34. 4. Видуев Н. Г., Гиргоренко А. Г. Математическая обработка геодезических измерений. — Киев: Вища школа, 1978.

Статья поступила в редколлегию 13. 01. 82

УДК 528.32+666.94

Т. Г. ШЕВЧЕНКО

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОСТИ ОСИ НАКЛОННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Независимо от технологических особенностей цилиндрической оболочки геодезический контроль прямолинейности ее оси основывается на отыскании характерных точек оболочки и проверке их расположения относительно опорной или створной линии. В простейшем случае, когда форма оболочки не отличается от круговой цилиндрической, операции контроля не представляют

сложности [4]. Опорная линия при этом может быть зафиксирована центрами поперечных сечений внутри оболочки или вынесена за ее пределы. В случае значительных отклонений формы поперечных сечений от круговой прибегают к фиксации большего числа створных линий с целью повышения точности измерений. Так поступают при контроле прямолинейности оси корпуса вращающейся печи [5] или стыковке отсеков фюзеляжа самолета [2].

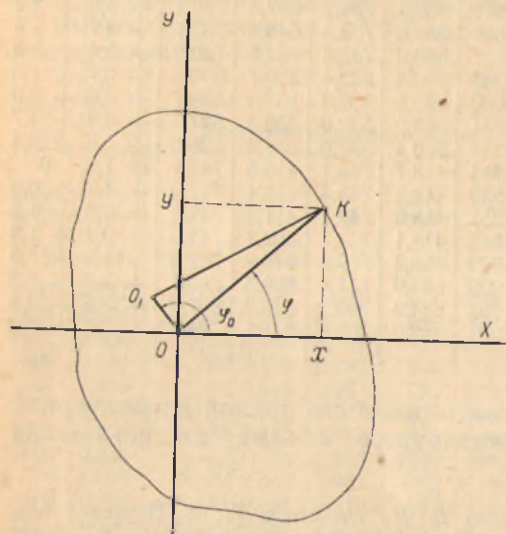


Схема к определению центра сечения.

сечение, что существенно снижает их точность, так как отклонения его от круговой формы могут достигать нескольких сантиметров и носят случайный характер. Допуск на непрямолинейность оси корпуса составляет ± 3 мм. При этом под осью корпуса подразумевают линию, которая соединяет центры тяжести контурных кривых поперечных сечений. Радиус кривизны в различных участках сечения отличается от номинального радиуса корпуса, а изменения его носят случайный характер.

Контур сечения можно представить как замкнутую кривую, описываемую концом K радиус-вектора R , вращающегося вокруг центра O (рисунок). Его величина изменяется в зависимости от угла поворота φ согласно периодической функции $R(\varphi)$ с периодом $T=2\pi$, которую можно представить в виде

$$R(\varphi) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k (\cos k\varphi + \alpha_k). \quad (1)$$

Коэффициент a_0 соответствует номинальному радиусу корпуса R_0 ; $a_2, a_3, \dots, a_k$ характеризуют отличие R от R_0 , а коэффициент a_1 зависит от места нахождения центра O . Расположение поперечного сечения относительно створной линии, зафиксированной цент-

рами двух сечений, может быть произвольным в пределах искривлений оси корпуса. Поэтому переместим центр O в точку O_1 . Этому полюсу соответствует величина радиус-вектора R_1 . Представив эксцентриситет полюса O_1 относительно O как Re , ввиду $R \gg e$ и малости e получим

$$R_1 = R \sqrt{1 - 2e \cos(\varphi_0 - \varphi)},$$

или

$$R_1 = R - Re \cos(\varphi_0 - \varphi). \quad (2)$$

Подставив значения R из (1) в (2), имеем

$$R_1 = a_0 + [a_1 \cos(\varphi + \alpha_1) - Re \cos(\varphi_0 - \varphi)] + \sum_{k=2}^{\infty} a_k \cos(k\varphi + \alpha_k). \quad (3)$$

Если $Re = a_1$, а $\varphi_0 = -\alpha_1$, то выражение (3) примет вид

$$R = a_0 + \sum_{k=2}^{\infty} a_k \cos(k\varphi + \alpha_k). \quad (4)$$

Коэффициент первой кратности разложения функции $R(\varphi)$ в ряд Фурье выражает эксцентриситет O_1 относительно O , т. е., зная величину a_1 и фазовый угол α_1 , можно определить положение центра сечения относительно створной прямой. Поскольку контур сечения является произвольной замкнутой кривой, приближенные величины коэффициентов разложения можно определить предва-

$$R(\varphi) = R_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos k\varphi + \sum_{k=1}^n b_k \sin k\varphi, \quad (5)$$

где n — количество точек, равномерно распределенных по контуру. Так как $T=2\pi$, то выражение (5) правомочно переписать в виде

$$R(\varphi) = R_0 + \sum_{k=1}^n A_k \sin(k\varphi + \alpha_k). \quad (6)$$

Расположение центра O_1 относительно O найдем из следующих соотношений между зависимостями (5) и (6): $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$; $\text{tg } \alpha_k =$

$$= \frac{a_k}{b_k}. \quad \text{В то же время} \quad R_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{n}; \quad a_k = \frac{\sum_{k=1}^n R_k \cos \varphi_k}{n};$$

$$b_k = \frac{\sum_{k=1}^n R_k \sin \varphi_k}{n}. \quad \text{Так как } x_k = R_k \cdot \cos \varphi_k, \text{ а } y_k = R_k \cdot \sin \varphi_k, \text{ то ко-}$$

ординаты O_1 относительно O ($x_0 = a_k$; $y_0 = b_k$) таковы:

$$x_0 = \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n}, \quad y_0 = \frac{\sum_{k=1}^n y_k}{n}. \quad (7)$$

Полученные выражения (7) позволяют приближенно определить координаты центра тяжести замкнутой контурной кривой сечения. Вообще говоря, координаты центра тяжести кривой постоянной плотности можно найти согласно выражениям $x_0 =$

$$= \int_{(L)} x ds, \quad y_0 = \int_{(L)} y ds. \text{ Однако в случае произвольной замкнутой кривой функцию } f(x, y) \text{ описать аналитически достаточно сложно.}$$

Поэтому выражения (7) позволяют отыскивать центр тяжести кривой с необходимой для практических целей точностью при достаточной частоте расположения точек на кривой.

В производственных условиях, когда номинальный радиус корпуса вращающейся печи достигает 2,5—3,5 м, для нахождения центра сечения необходимо трансформировать контурную кривую поперечного сечения в кривую меньшего масштаба, однозначно описывающую характер сечения. Такой кривой является конхоида, получающаяся при линейном изменении радиус-вектора кривой на постоянный отрезок. В нашем случае уравнение конхоиды имеет вид

$$\rho = R(\varphi) - l. \text{ Перепишем выражения (7) в виде } x_0 = \frac{\sum_{k=1}^n R_k \cos \varphi_k}{n},$$

$$y_0 = \frac{\sum_{k=1}^n R_k \sin \varphi_k}{n}. \text{ Так как } R_k = \rho + l, \text{ то } x_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \rho_k \cos \varphi_k}{n} +$$

$$+ \frac{\sum_{k=1}^n \rho_k \sin \varphi_k}{n}, \text{ так как } \sum_{k=1}^n l \cos \varphi_k = 0, \text{ то } x_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \rho_k \cos \varphi_k}{n}. \text{ Анало-}$$

$$\text{гично } y_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \rho_k \sin \varphi_k}{n}. \text{ Значит,}$$

$$x_0 = \frac{\sum_{k=1}^n x_k'}{n}; \quad y_0 = \frac{\sum_{k=1}^n y_k'}{n}, \quad (8)$$

где x_k' и y_k' — координаты точек конхоиды, которые получаются при пересечении полярных линий, проведенных из точки, находящейся в плоскости сечения. Следует отметить, что с увеличением

эксцентриситета центра вращения радиус-вектора относительно центра тяжести контурной кривой сечения или конхоиды возрастает неравномерность разделения самой кривой полярными линиями, что снижает точность отыскания центра тяжести контурной кривой сечения. Поэтому зависимости (8) требуют уточнения. С целью упрощения рассмотрим пересечение окружности номинального радиуса R_0 рядом полярных линий, проведенных через равные углы φ_0 из полюса O , смещенного относительно центра окружности C с координатами x_c и y_c . Найдем координаты центра окружности через координаты точек пересечения полярных линий и линии окружности, которые можно определить, решив систему уравнений:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R_0^2, \quad (9)$$

$$y = x \operatorname{tg} \varphi_k.$$

Полученные решения имеют вид:

$$x_{1,2} = \frac{x_c + y_c \operatorname{tg} \varphi_k}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_k} \pm \sqrt{\left(\frac{x_c + y_c \operatorname{tg} \varphi_k}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_k} \right)^2 - \frac{x_c^2 + y_c^2 - R_0^2}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_k}},$$

$$y_{1,2} = \frac{y_c + x_c \operatorname{ctg} \varphi_k}{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi_k} \pm \sqrt{\left(\frac{y_c + x_c \operatorname{ctg} \varphi_k}{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi_k} \right)^2 - \frac{x_c^2 + y_c^2 - R_0^2}{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi_k}}. \quad (10)$$

Для определения значений x_c и y_c прежде найдем значения сумм в выражениях (8), подставляя значения x и y из (10):

$$\sum_{k=1}^n x_k = \sum_{k=1}^n \frac{x_c + y_c \operatorname{tg} \varphi_k}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_k}, \quad \sum_{k=1}^n y_k = \sum_{k=1}^n \frac{y_c + x_c \operatorname{ctg} \varphi_k}{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi_k}. \quad (11)$$

Так как $0 \leq \varphi_k \leq 2\pi$, после преобразования получим:

$$\sum_{k=1}^n x_k = \sum_{k=1}^n \frac{x_c}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_k}; \quad \sum_{k=1}^n y_k = \sum_{k=1}^n \frac{y_c}{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi_k},$$

или

$$\sum_{k=1}^n x_k = \frac{n \cdot x_c}{2} + \sum_{k=1}^n \frac{x_c}{2} \cos 2\varphi_k, \quad \sum_{k=1}^n y_k = \frac{n \cdot y_c}{2} - \sum_{k=1}^n \frac{y_c}{2} \cos 2\varphi_k,$$

$$\text{поскольку } \sum_{k=1}^n \frac{x_c}{2} \cos 2\varphi_k = 0 \text{ и } \sum_{k=1}^n \frac{y_c}{2} \cos 2\varphi_k = 0,$$

$$x_c = \frac{2 \sum_{k=1}^n x_k}{n}, \quad y_c = \frac{2 \sum_{k=1}^n y_k}{n}. \quad (12)$$

Полученные выражения (12) позволяют найти центр тяжести контурной кривой поперечного сечения цилиндрической оболочки с учетом влияния эксцентриситета полюса на неравномерность

разделения контура. Изложенное дает возможность сделать вывод о том, что для проведения геодезического контроля прямолинейности оси цилиндрической оболочки, форма которой отличается от круговой, необходимо отыскивать центры тяжести контурных кривых поперечных сечений оболочки. Центры тяжести контурных кривых сечений совпадают с центрами тяжести конхонд, соответствующих контурным кривым. Запись конхонд не представляет трудности. Створная линия закрепляется центрами тяжести контурных кривых двух сечений. Непрямолинейность оси оболочки определяется как отклонения центров тяжести контролируемых сечений от створной линии.

Список литературы: 1. Астащенко Г. Г. Выверка вращающихся печей цементных заводов. — Изв. вузов. Строительство и архитектура, 1964. 2. Вагнер Е. Т., Митрофанов А. А., Барков В. Н. Лазерные и оптические методы контроля в самолетостроении. — М.: Машиностроение, 1977. 3. Микольский Ю. Н., Ханжонков Ю. С. О методе проверки прямолинейности корпуса вращающейся печи. — Цветные металлы, 1973, № 10. 4. Новый способ разметки колонных аппаратов с применением лазера (Неретин Ю. И., Покровский А. М., Давыдушкин В. М. и др.). — Химическое и нефтяное машиностроение, 1974, № 9. 5. Gomoliszewski I., Gocal I. Nowa metoda geodezyjnych pomiarow odkształcen piecow obrotowych. — Cement, Wapno, Gips, 1967, № 5, s. 129—135.

Статья поступила в редколлегию 22. 12. 81

УДК 528.235

Г. А. ШЕХОВЦОВ

МЕТОД ЗАМЕНЫ МНОГОКРАТНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАСЕЧЕК НА ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ ПРОСТЫЕ

Под простой засечкой будем понимать однократную засечку, в которой участвуют всего два направления с двух исходных пунктов на определяемый.

Оценка точности простых засечек подробно освещена в отечественной и зарубежной литературе. Что касается многократных засечек, то здесь известны способы оценки точности трудоемки и, как правило, корректны лишь при некоторых допущениях. В большинстве они лишены наглядности и не дают исчерпывающей информации. Поэтому разработка методики замены многократной засечки на эквивалентную ей простую представляет интерес, поскольку она позволяет

- производить строгую оценку точности многократных засечек, используя простые формулы для однократных засечек;
- облегчить решение вопроса механизации и автоматизации оценки точности геодезических построений.

В статье на основании работы [1] предлагается методика такой эквивалентной замены любой засечки при любом соотношении измеренных угловых и линейных элементов. Она дает возможность полностью использовать все наблюдаемые связи определяе-

мого пункта с окружающими и применима как для равноточных, так и для неравноточных измерений. Методика основана на определении дирекционных углов и длин сторон простой засечки, подера которой эквивалентна подере анализируемой многократной засечки.

В работе [1] описана стандартизованная методика оценки точности любых многократных засечек. Здесь для вычисления большой и малой полуосей подеры используется периметр P и длина замыкающей квадратического полигона, обозначенная q^2 . Причем представленные в работе [1] формулы могут быть приведены к виду:

$$A_0^2 = \frac{2\mu^2}{P - q_3^2}, B_0^2 = \frac{2\mu^2}{P + q_3^2}, M^2 = \frac{4\mu^2 P}{(P)^2 - (q_3^2)^2}, \quad (1)$$

где μ — средняя квадратическая погрешность единицы веса.

Анализ формул (1) показывает, что если две какие-либо засечки имеют одинаковые значения периметра P , а также одинаковые значения и ориентировку замыкающей q^2 , то подеры таких засечек будут эквивалентны, если погрешности μ этих засечек равны между собой.

Конфигурация квадратического полигона зависит от ориентировки сторон засечки и количества измеренных элементов. Чтобы заменить многократную засечку эквивалентной простой, необходимо при неизменном положении замыкающей представить полигон многократной засечки в виде двух отрезков, сумма которых равна P . Иными словами, необходимо иметь новый полигон, эквивалентный по своей величине исходному. Ориентировка таких отрезков будет характеризовать двойные дирекционные углы направлений простой засечки, а по длине отрезков можно судить о длине сторон простой засечки.

Пусть (рис. 1) замыкающая $T-6'$ квадратического полигона многократной засечки ориентирована относительно координатных осей под некоторым углом $2\varphi_0$ (полигон многократной засечки на рис. 1 не показан). Радиусом, равным половине периметра полигона $P/2$, проводим (в масштабе замыкающей) из точек T и $6'$ как из центров две дуги, которые пересекутся в точке 1. Новый квадратический полигон $T-1-6'$ характеризует элементы простой засечки.

Так, ориентировка отрезков $T-1$ и $1-6'$ равна соответственно двойным дирекционным углам $2\alpha_1$ и $2\alpha_2$ сторон простой эквивалентной засечки. Разность двойных дирекционных углов даст

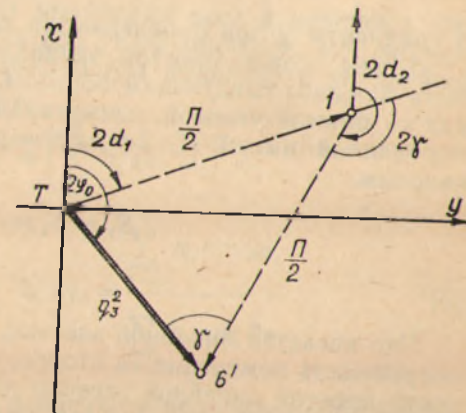


Рис. 1. Полигон простой эквивалентной засечки.