

разделения контура. Изложенное дает возможность сделать вывод о том, что для проведения геодезического контроля прямолинейности оси цилиндрической оболочки, форма которой отличается от круговой, необходимо отыскать центры тяжести контурных кривых поперечных сечений оболочки. Центры тяжести контурных кривых сечений совпадают с центрами тяжести конхоид, соответствующих контурным кривым. Запись конхоид не представляет трудности. Створная линия закрепляется центрами тяжести контурных кривых двух сечений. Непрямолинейность оси оболочки определяется как отклонения центров тяжести контролируемых сечений от створной линии.

Список литературы: 1. Асташенков Г. Г. Выверка вращающихся печей цементных заводов. — Изв. вузов. Строительство и архитектура, 1964. 2. Ваеконтроль в самолетостроении. — М.: Машиностроение, 1977. 3. Микольский Ю. Н., Ханжонков Ю. С. О методе проверки прямолинейности корпуса вращающейся печи. — Противоштатные металлы, 1973, № 10. 4. Новый способ разметки колонных аппаратов с применением лазера (Неретин Ю. И., Покровский А. М., Давыдушкин В. М. и др.). — Химическое и нефтяное машиностроение, 1974, № 9. 5. Gomolizewski I., Gocia I. Nowa metoda geodezyjnych pomiarow odksztalcen piecow obrotowych. — Cement, Warpol, Gips, 1967, № 5, с. 129—135.

Статья поступила в редакцию 22. 12. 81

УДК 528.235

Г. А. ШЕХОВЦОВ

МЕТОД ЗАМЕНЫ МНОГОКРАТНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАСЕЧЕК НА ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ ПРОСТЫЕ

Под простой засечкой будем понимать однократную засечку, в которой участвуют всего два направления с двух исходных пунктов на определяемый.

Оценка точности простых засечек подробно освещена в отечественной и зарубежной литературе. Что касается многократных засечек, то здесь известные способы оценки точности трудоемки и, как правило, корректны лишь при некоторых допущениях. В большинстве они лишены наглядности и не дают исчерпывающей информации. Поэтому разработка методики замены многократной засечки на эквивалентную ей простую представляет интерес, поскольку она позволяет

— производить строгую оценку точности многократных засечек, используя простые формулы для однократных засечек;

— облегчить решение вопроса механизации и автоматизации оценки точности геодезических построений.

В статье на основании работы [1] предлагается методика такой эквивалентной замены любой засечки при любом соотношении измеренных угловых и линейных элементов. Она дает возможность полностью использовать все наблюденные связи определяе-

мого пункта с окружающими и применима как для равноточных, так и для неравноточных измерений. Методика основана на определении дирекционных углов и длин сторон простой засечки, подела которой эквивалентна поделе анализируемой многократной засечки.

В работе [1] описана стандартизованная методика оценки точности любых многократных засечек. Здесь для вычисления большой и малой полуосей подеры используется периметр Π и длина замыкающей квадратического полигона, обозначенная q^2 . Причем представленные в работе [1] формулы могут быть приведены к виду:

$$A_0^2 = \frac{2\mu^2}{\Pi - q_3^2}, \quad B_0^2 = \frac{2\mu^2}{\Pi + q_2^2}, \quad M^2 = \frac{4\mu^2 \Pi}{(\Pi)^2 - (q_3^2)^2}, \quad (1)$$

где μ — средняя квадратическая погрешность единицы веса.

Анализ формул (1) показывает, что если две какие-либо засечки имеют одинаковые значения периметра Π , а также одинаковые значения и ориентировку замыкающей q^2 , то подеры таких засечек будут эквивалентны, если погрешности μ этих засечек равны между собой.

Конфигурация квадратического полигона зависит от ориентировки сторон засечки и количества измеренных элементов. Чтобы заменить многократную засечку эквивалентной простой, необходимо при неизменном положении замыкающей представить полигон многократной засечки в виде двух отрезков, сумма которых равна Π . Иными словами, необходимо иметь новый полигон, эквивалентный по своей величине исходному. Ориентировка таких отрезков будет характеризовать двойные дирекционные углы направлений простой засечки, а по длине отрезков можно судить о длине сторон простой засечки.

Пусть (рис. 1) замыкающая $T-6'$ квадратического полигона многократной засечки ориентирована относительно координатных осей под некоторым углом $2\phi_0$ (полигон многократной засечки на рис. 1 не показан). Радиусом, равным половине периметра $\Pi/2$, проводим (в масштабе замыкающей) из точек T и $6'$ как из центров две дуги, которые пересекутся в точке 1. Новый квадратический полигон $T-1-6'$ характеризует элементы простой засечки.

Так, ориентировка отрезков $T-1$ и $1-6'$ равна соответственно двойным дирекционным углам $2\alpha_1$ и $2\alpha_2$ сторон простой эквивалентной засечки. Разность двойных дирекционных углов даст

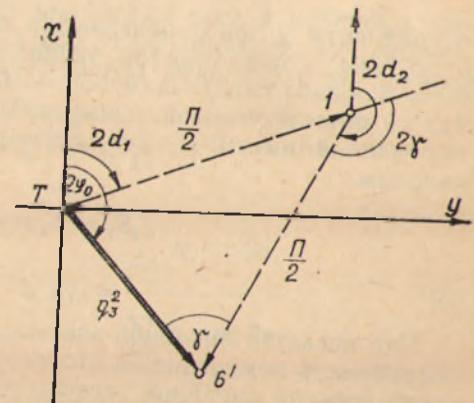


Рис. 1. Полигон простой эквивалентной засечки.

удвоенный угол засечки 2γ . Поскольку треугольник $T-1-6'$ равнобедренный, находим:

$$\cos \gamma = \frac{q_3^2}{\Pi}, \quad \alpha_1 = \frac{2\varphi_0 - \gamma}{2}, \quad \alpha_2 = \frac{2\varphi_0 + \gamma}{2}. \quad (2)$$

Угол γ , подсчитываемый по формуле (2), находится в пределах $0^\circ - 90^\circ$. Контролем правильности вычисления дирекционных углов простой засечки служит равенство

$$2\varphi_0 = \alpha_1 + \alpha_2. \quad (3)$$

Если угол $2\varphi_0$ меньше угла γ , то к нему следует прибавить 360° . Ориентировка и размеры подеры не изменятся, если дирекционный угол одной или обеих сторон простой засечки поменять на обратные. В случае замены только одного из дирекционных углов на обратный, угол засечки будет $180^\circ - \gamma$. При замене обоих дирекционных углов на обратные угол засечки остается прежним, т. е. γ .

Отрезки $T-1$ и $1-6'$ равны половине периметра и характеризуют в зависимости от типа засечки величины $p_{\alpha_i} q_i^2$, $p_{\beta_i} q_i^2$, p_{δ_i} ($p_{s_i} - p_{\alpha_i} q_i^2$) или $(p_{s_i} - p_{\beta_i} q_i^2)$ [1]. Здесь $p_{\alpha, \beta, s}$ — веса измеренных элементов засечки; q_i — градиенты направлений или углов. Веса и градиенты направлений вычисляются по формулам:

$$p_{\alpha, \beta, s} = \frac{c^2}{m_{\alpha, \beta, s}^2}, \quad q_i = \frac{p}{S_i}, \quad (4)$$

а градиенты углов определяются по методике, приведенной в [1].

Длины сторон простой эквивалентной засечки S_1 и S_2 могут быть найдены следующим образом. Так, при многократных засечках — прямой угловой, азимутальной, обратной угловой и комбинированной имеем $\Pi : 2 = p_{\alpha_i} q_i^2 = p_{\alpha_i} q_i^2 = p_{\alpha_i}^2$ и полагая $p_{\alpha} = 1.0$, находим

$$S_1 = S_2 = \sqrt{\frac{\Pi}{2}}. \quad (5)$$

Что касается линейной засечки, то здесь достаточно определить погрешность измерения ее сторон, так как в формулах оценки точности простой линейной засечки длины сторон непосредственно не участвуют. Поскольку $\Pi : 2 = p_{s_i} = p_{s_i}$, то

$$m_{s_1} = m_{s_2} = \sqrt{\frac{\mu}{\Pi}}. \quad (6)$$

При линейно-угловой засечке $\Pi/2 = (p_{s_i} - p_{\alpha_i} q_i^2) = (p_{s_i} - p_{\alpha_i} q_i^2)$. Переходя из равенства отрезков $T-1$ и $1-6'$, примем $p_{s_1} = p_{s_2} = p_{\alpha_i} = 1.0$, $p_{\alpha_1} = p_{\alpha_2} = p_{\alpha}$ и $q_1 = q_2 = q$, следовательно, $\Pi/2 = (p_s - p_{\alpha_i} q_i^2)$.

Зная, что $p_{\alpha} = \mu^2 : m_{\alpha}^2$, после несложных преобразований получим

$$S_1 = S_2 = \frac{\mu \rho}{m_{\alpha} \sqrt{1 - \frac{\Pi}{2}}}. \quad (7)$$

Задаваясь в формулах (7) погрешностью m_{α} угловых измерений, можно вычислить соответствующую ей длину сторон эквивалентной засечки.

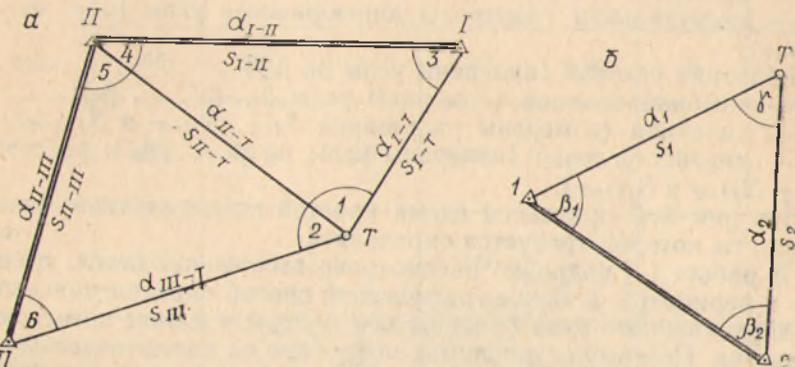


Рис. 2. Схема сети и вставки (а) и простой эквивалентной засечки (б).

Таким образом, аналитическое решение задачи по замене многократной засечки на эквивалентную ей простую осуществляется в следующей последовательности.

1. Вначале по формулам (4) вычисляют веса измеренных элементов и градиенты направлений или углов многократной засечки.

2. Вычисляют периметр, замыкающую полигона и ее двойной дирекционный угол по формулам:

$$\begin{aligned} \Pi = \sum_{i=1}^n a_i, \quad (q_i^2)^2 &= \left(\sum_{i=1}^n a_i \sin 2\alpha_i \right)^2 + \\ &+ \left(\sum_{i=1}^n a_i \cos 2\alpha_i \right)^2, \quad \operatorname{tg} 2\varphi_0 = \frac{\sum_{i=1}^n a_i \sin 2\alpha_i}{\sum_{i=1}^n a_i \cos 2\alpha_i}. \end{aligned} \quad (8)$$

В формулах (8) величина a зависит от вида многократной засечки и для различных засечек она приведена в табл. 2.

При вычислении по формуле (8) двойного дирекционного угла $2\varphi_0$ большой оси подеры следует придерживаться следующего правила. Если числитель и знаменатель дроби (8) положительны, то $2\varphi_0 = 2\varphi_0$. Если они отрицательны, то $2\varphi_0 = 180^\circ + 2\varphi_0$. При положительном числите и отрицательном знаменателе $2\varphi_0 = 180^\circ - 2\varphi_0$, а при отрицательном числите и положительном знаменателе $2\varphi_0 = 360^\circ - 2\varphi_0$.

З. Затем по формулам (2), (3) вычисляют угловые, а по формулам (5), (6) или (7) — линейные элементы простой эквивалентной засечки.

Покажем решение задачи на примере (рис. 2, a), который взят из работы [1].

Пусть исходные пункты I, II и III независимы, а для определения координат точки T измерены угловые (α_i, β_i) и линейные (S_i) элементы, комбинация которых определяет тот или иной тип засечки:

- прямая угловая (измерены углы $\beta_3, \beta_4, \beta_5$ и β_6);

- азимутальная (измерены дирекционные углы $\alpha_{I-T}, \alpha_{II-T}$ и α_{III-T});

- обратная угловая (измерены углы β_1, β_2);

- комбинированная (измерены углы $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6$);

- линейная (измерены расстояния S_{I-T}, S_{II-T} и S_{III-T});

- линейно-угловая (измерены углы $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6$ и расстояния S_{I-T}, S_{II-T} и S_{III-T}).

На рис. 2, б приведена схема простой эквивалентной засечки, элементы которой требуется определить.

В работе [1] подробно рассмотрено вычисление весов, градиентов и периметра, а также графический способ определения двойного дирекционного угла большой оси подеры и длины замыкающей полигона. Поэтому остановимся подробнее на аналитическом определении величин замыкающей и ее двойного дирекционного угла, участвующих в дальнейшем в методе эквивалентной замены. Исходные данные, взятые из работы [1], представлены в табл. 1. Аналитические расчеты выполнены с помощью микрокалькулятора TJ-57 Texas Instrument.

Результаты вычислений по формулам (8) для различного типа засечек приведены в табл. 2 (в знаменателе показаны значения периметра, замыкающей и ее двойного дирекционного угла, взятые из работы [1]).

По величине периметра, замыкающей и ее двойного дирекционного угла вычисляют угловые и линейные элементы простых эквивалентных засечек.

Прямая угловая засечка, формулы (2) и (5):

$$\gamma = \arccos \frac{0,161}{1,207} = 82^\circ 20' (82^\circ),$$

$$\alpha_1 = \frac{81^\circ 30' + 360^\circ - 82^\circ 20'}{2} = 179^\circ 35' (0^\circ),$$

$$\alpha_2 = \frac{81^\circ 30' + 360^\circ + 82^\circ 20'}{2} = 261^\circ 55' (82^\circ).$$

Здесь и далее в скобках показаны результаты графических определений угловых элементов простых засечек.

Контроль: $179^\circ 35' + 261^\circ 55' = 81^\circ 30'$.

$$S_1 = S_2 = \frac{206265}{\sqrt{0,6035}} = 2655 \text{ м.}$$

Таблица 1
Градиенты, их дирекционные углы и веса измеренных элементов

Величины, тип засечки	Направления, углы						Погрешность единицы веса, μ
	I-T	II-T	III-T	IV-T	β_1	β_2	
$q_i, \frac{\text{с}}{\text{см}}$	0,764	0,516	0,516	0,458	0,870	0,460	—
$2\alpha_i, \text{град}$	60	252	252	142	134	6	—
Прямая угловая p_{α_i}	1,000	1,000	0,750	0,750	—	—	3",8
Азимутальная p_{α_i}	0,330	0,780	—	1,000	—	—	2",8
Обратная угловая p_{β_i}	—	—	—	—	0,460	1,000	3",6
Комбинированная $p_{\alpha_i}, p_{\beta_i}$	0,920	0,920	0,700	0,700	0,460	1,000	3",6
Линейная p_{S_i}	1,000	0,480	—	0,380	—	—	7,9 см
Линейно-угловая p_{S_i}	1,030	0,480	—	0,380	—	—	7,9 см
$p_{\alpha_i}, p_{\beta_i}$	7,580	7,580	3,840	3,840	2,160	4,710	7,9 см

Такая простая угловая засечка (рис. 2, б) будет эквивалентна многократной прямой угловой (рис. 2, а), если погрешности углов β_1 и β_2 будут равны $3",8 = \mu$ (табл. 1).

Азимутальная засечка, формулы (2) и (5):

$$\gamma = \arccos \frac{0,166}{0,610} = 74^\circ 10' (75^\circ),$$

$$\alpha_1 = \frac{143^\circ 30' - 74^\circ 10'}{2} = 34^\circ 40' (33^\circ 30'),$$

$$\alpha_2 = \frac{143^\circ 30' + 74^\circ 10'}{2} = 108^\circ 50' (108^\circ 30').$$

Таблица 2
Периметр, замыкающая и ее двойной дирекционный угол
для различных засечек

№ п/п	Тип засечки	α	P	q_i^2	$2\varphi_0$
1	Прямая угловая	$p_{\alpha_i} q_i^2$	$\frac{1,207}{1,210}$	$\frac{0,161}{0,162}$	$81^\circ 30'$ 82°
2	Азимутальная	$p_{\alpha_i} q_i^2$	$\frac{0,610}{0,610}$	$\frac{0,166}{0,160}$	$143^\circ 30'$ 142°
3	Обратная угловая	$p_{\beta_i} q_i^2$	$\frac{0,560}{0,560}$	$\frac{0,274}{0,270}$	$96^\circ 40'$ 95°
4	Комбинированная	$p_{\alpha_i} q_i^2$	$\frac{1,675}{1,670}$	$\frac{0,418}{0,412}$	$91^\circ 40'$
		$p_{\beta_i} q_i^2$			91°
5	Линейная	p_{s_i}	$\frac{1,860}{1,860}$	$\frac{0,646}{0,650}$	$265^\circ 20'$ 266°
6	Линейно-угловая	$(p_{s_i} - p_{\alpha_i} q_i^2)$ $(p_{s_i} - p_{\beta_i} q_i^2)$	$\frac{-9,042}{-9,020}$	$\frac{2,119}{2,120}$	$78^\circ 00'$ 76°

Контроль: $34^\circ 40' + 108^\circ 50' = 143^\circ 30'$

$$S_1 = S_2 = \frac{206265}{\sqrt{0,305}} = 3735 \text{ м.}$$

Такая простая азимутальная засечка (рис. 2, б) будет эквивалентна многократной азимутальной (рис. 2, а), если погрешность ее дирекционных углов m_{α_1} и m_{α_2} будет равна $2'',8 = \mu$ (табл. 1).

Обратная угловая засечка, формулы (2) и (5).

Строго говоря, на рис. 2, а представлена простая обратная угловая засечка. Но на этом примере покажем методику ее эквивалентной замены на простую прямую угловую засечку. Эта методика применима и в том случае, когда при точке T измерено три и более углов:

$$\gamma = \arccos \frac{0,274}{0,560} = 60^\circ 40' \quad (61^\circ),$$

$$\alpha_1 = \frac{96^\circ 40' - 60^\circ 40'}{2} = 18^\circ 00' \quad (17^\circ),$$

$$\alpha_2 = \frac{96^\circ 40' + 60^\circ 40'}{2} = 78^\circ 40' \quad (78^\circ).$$

Контроль: $18^\circ 00' + 78^\circ 40' = 96^\circ 40'$.

$$S_1 = S_2 = \frac{206265}{\sqrt{0,280}} = 3898 \text{ м.}$$

Такая прямая угловая засечка (рис. 2, б) будет эквивалентна обратной угловой (рис. 2, а) при условии $m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2} = \mu = 3'',6$ (табл. 1).

Комбинированная засечка, формулы (2) и (5):

$$\gamma = \arccos \frac{0,418}{1,675} = 75^\circ 30' \quad (76^\circ),$$

$$\alpha_1 = \frac{91^\circ 40' - 75^\circ 30'}{2} = 8^\circ 05' \quad (7^\circ 30'),$$

$$\alpha_2 = \frac{91^\circ 40' + 75^\circ 30'}{2} = 83^\circ 35' \quad (83^\circ 30').$$

Контроль: $8^\circ 05' + 83^\circ 35' = 91^\circ 40'$

$$S_1 = S_2 = \frac{206265}{\sqrt{0,8375}} = 2254 \text{ м.}$$

Таким образом, комбинированная засечка (рис. 2, а) может быть заменена эквивалентной ей простой угловой (рис. 2, б), если погрешности углов m_{α_1} и m_{α_2} будут равны $3'',6 = \mu$ (табл. 1).

Линейная засечка, формулы (2) и (6).

Прежде всего необходимо двойной дирекционный угол замыкающей линейной засечки поменять на обратный. Это вызвано тем, что ее ориентировка отличается от ориентировки замыкающей угловой засечки на 180° , что следует учитывать при вычислении двойного дирекционного угла по формуле (8). В нашем случае $265^\circ 20' - 180^\circ = 85^\circ 20'$, а затем по изложенной выше методике вычисляем:

$$\gamma = \arccos \frac{0,646}{1,860} = 69^\circ 40' \quad (69^\circ 30'),$$

$$\alpha_1 = \frac{85^\circ 20' - 69^\circ 40'}{2} = 7^\circ 50' \quad (8^\circ),$$

$$\alpha_2 = \frac{85^\circ 20' + 69^\circ 40'}{2} = 77^\circ 30' \quad (77^\circ 30').$$

Контроль: $7^\circ 50' + 77^\circ 30' = 85^\circ 20'$.

Такая простая линейная засечка (рис. 2, б) будет эквивалентна многократной линейной засечке (рис. 2, а), если

$$m_{S_1} = m_{S_2} = \frac{7,9}{\sqrt{0,93}} = 8,19 \text{ см.}$$

Линейно-угловая засечка: формулы (2) и (7).

Здесь при вычислении периметра многократной линейно-угловой засечки, замыкающей и ее двойного дирекционного угла были взяты разности $(p_{s_i} - p_{\alpha_i} q_i^2)$ и $(p_{s_i} - p_{\beta_i} q_i^2)$. Значения разностей и периметра получились со знаком минус, что указывает на более

шисокую точность угловых измерений по сравнению с линейными. В результате этого замыкающая имеет ориентировку, обратную ее ориентировке при линейной засечке. Следовательно, α_1 и α_2 вычисляются непосредственно по величине $2\phi_0$, полученной по формуле (8).

$$\gamma = \arccos \frac{2,119}{9,042} = 76^\circ 30' \quad (76^\circ 30'),$$

$$\alpha_1 = \frac{78^\circ 00' - 76^\circ 30'}{2} = 0^\circ 45' \quad (0^\circ),$$

$$\alpha_2 = \frac{78^\circ 00' + 76^\circ 30'}{2} = 77^\circ 15' \quad (76^\circ 30').$$

Контроль: $0^\circ 45' + 77^\circ 15' = 78^\circ 00'$.

Зная, что $\mu = 7,9$ см, и приняв, по аналогии с [1], $m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2} = 2^\circ,9$, находим по формуле (7)

$$S_1 = S_2 = \frac{7,9 \times 206265}{2,9 \sqrt{1 + 4,521}} = 2391 \text{ м.}$$

Таким образом, многократная линейно-угловая засечка (рис. 2, а) может быть заменена эквивалентной простой линейно-угловой (рис. 2, б), в которой S_1 и S_2 измерены с погрешностью 7,9 см, а β_1 и β_2 с погрешностью $2^\circ,9$.

В заключение отметим, что угловые элементы простой эквивалентной засечки могут быть измерены непосредственно на схеме, построенной по принципу, показанному на рис. 1. Для каждой засечки результаты таких графических определений даны в скобках. Точность графического способа в конечном итоге не уступает аналитическому.

Для вычерчивания подер по известным A_0 , B_0 и φ_0 можно использовать специальный прибор [4]. Подеры простых эквивалентных засечек могут быть вычерчены и без предварительного вычисления их элементов, например, по методике, описанной в работах [2, 3] или с помощью прибора «Подерограф» [5].

Список литературы: 1. Шеховцов Г. А. Графическая оценка точности засечек с учетом погрешностей исходных данных. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1981, вып. 34. 2. Шеховцов Г. А. Построение подеры прямой угловой засечки. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 27. 3. Шеховцов Г. А. Оценка точности линейной засечки графическим способом. — Геодезия и картография, 1979, № 2. 4. Шеховцов Г. А. Прибор для построения подеры эллипса погрешностей. — Горьковский межотраслевой территориальный ЦНТИ. Информ. листок, 1980, № 390—80. 5. Шеховцов Г. А. Подерограф. — Горьковский межотраслевой территориальный ЦНТИ. Информ. листок, 1981, № 31—81.

Статья поступила в редакцию 20.09.81.

КАРТОГРАФИЯ

УДК 528.942

А. В. БРЮХАНОВ, В. С. ТИКУНОВ

ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ ПРОСТЫХ АНАМОРФИРОВАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Анаморфозами в современной географической литературе называют изображения, производные от традиционных карт, линейный масштаб которых трансформируется и варьирует в зависимости от величины плотности (интенсивности) явлений на исходной карте. На анаморфозе плотность (интенсивность) явления распределена равномерно в плоскости изображения, за счет чего трансформируются плановые координаты исходного пространства. Иначе, анаморфоза — изображение в пространстве выровненного явления.

Практика создания анаморфоз насчитывает несколько десятилетий. Однако большинство известных анаморфоз строятся вручную с весьма низкой точностью. Кроме того, очевидно, что решений в таких случаях столько, сколько составителей. В некоторых случаях производное изображение теряет топологическое сходство с оригиналом. Узлы (точки) пересечения границ преобразуются в линии, из-за чего сопредельные территории теряют свойство соседства. Такой способ скорее статистический, он ближе к диаграмме, чем к картографическому изображению.

Первая попытка придать анаморфированию математическую строгость выполнена Л. И. Василевским [1], предложившим формулы для перехода от эквивалентных изображений к «вариантным». Но его анаморфозам свойственны строгость и однозначность только при однозначно определенной точке начала отсчета и направления осей X и Y . Для простой геометрической фигуры такую точку можно оговорить и найти (например, центр распределения явления или центр фигуры), однако для картографического изображения это самостоятельная, достаточно сложная проблема. При смене начала отсчета меняется все изображение.

Предлагаемый нами способ анаморфирования свободен от этого недостатка, однако при существующей технологии его реализации он может применяться лишь для анаморфирования изображений с небольшой вариацией плотности (интенсивности) явлений. Это связано с технической трудностью изготовления и использования моделей с большим и резким перепадом плотностей явлений. Однако большим преимуществом способа является простота его осуществления.

Суть способа заключается в оптическом проектировании исходного картографического изображения на поверхность рельефной