

ВЫБОР ИНТЕРВАЛА МЕЖДУ КОНТРОЛЬНЫМИ ТОЧКАМИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СТЕРЕОКОМПАРАТОРА

Исследование измерительной системы стереокомпараторов основано на эталонировании их с помощью контрольных сеток. Обычно измеряют координаты девяти [4] или двадцати пяти [1] контрольных точек, равномерно расположенных по наблюдаемой площади сетки. В результате обработки полученных данных выявляются неперпендикулярность направляющих X и Y прибора, кривизна этих направляющих в двух плоскостях и масштабы шкал. По тем же контрольным сеткам можно выполнять исследования ходовых и периодических ошибок измерительных винтов.

Количество контрольных точек выбирают, используя способ наименьших квадратов. При этом произвольно допускается, что инструментальные погрешности независимы. Следовательно, выбор расстояния между контрольными точками или выбор количества точек для исследования стереокомпаратора по значениям средних квадратических отклонений в полученных оценках для инструментальных погрешностей не вполне обоснован [3].

Задача определения оптимального количества контрольных точек имеет определенное практическое значение. Большее количество контрольных точек может оказаться излишним, приводящим только к дополнительным трудовым затратам. Малое количество точек ведет к неправильной оценке инструментальной точности прибора из-за недостатка сведений о его погрешностях.

Оптимальное число контрольных точек можно рассчитать, используя теорию спектров. Для этого инструментальные погрешности выражают как функцию от расстояния. Полученную в результате исследования прибора экспериментальную функцию длительности T (T может соответствовать координате X или Y) представляют в виде последовательности прямоугольных импульсов шириной $\Delta t = a$, где a — расстояние между контрольными точками, принимавшееся при исследовании. Высота импульса соответствует инструментальной погрешности.

Для функции $f(t)$ строят амплитудно-частотную характеристику, по которой решают поставленную задачу о необходимом и достаточном количестве контрольных точек. Интервал между этими точками определяют, согласно теореме В. А. Котельникова [2], по формуле

$$\tau = \frac{1}{2f_0}, \quad (1)$$

где τ — интервал между точками; f_0 — максимальная частота.

Основные формулы теории спектров представляют собой пару преобразований Фурье [5]

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega; \quad S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2)$$

где $f(t)$ — экспериментальная функция; $S(\omega)$ — комплексная функция частоты; ω — круговая частота.

Спектр одного прямоугольного импульса высотой Δ определяют из выражения [2]

$$S(\omega) = a \cdot \Delta \frac{\sin \frac{\omega a}{2}}{\frac{\omega a}{2}}, \quad (3)$$

где a — расстояние между точками или ширина импульса. При смещении функции по шкале времени на величину τ комплексный спектр ее становится [5]

$$S_{\tau}(\omega) = e^{-j\omega\tau} S(\omega). \quad (4)$$

Модуль спектра совокупности всех n действующих одновременно импульсов функции $f(t)$ представляют в виде формулы

$$|S| = a \left| \frac{\sin \frac{\omega a}{2}}{\frac{\omega a}{2}} \sqrt{A^2 + B^2} \right|, \quad (5)$$

$$A = \sum_{k=0}^{n-1} \Delta_k \cos \left[\left(k + \frac{1}{2} \right) \frac{\omega a}{2} \right]; \quad B = \sum_{k=0}^{n-1} \Delta_k \sin \left[\left(k + \frac{1}{2} \right) \frac{\omega a}{2} \right].$$

По формуле (5) можно вычислить амплитудно-частотную характеристику функции $f(t)$. Физически преобразование Фурье представляет собой распределение интенсивности сигнала по частоте. В данной задаче ось t — это ось X или Y прибора, а сигналом является инструментальная погрешность. Следовательно, размерность спектральной плотности будет мм×мм.

Задавшись предельно малым значением погрешности $\Delta_{\min}$ на весь исследуемый интервал, вычисляют предельно допустимое значение спектра

$$S_0 = \Delta_{\min} \cdot T; \quad T = a \cdot n, \quad (6)$$

где n — количество наблюдавшихся точек в интервале T .

Из графика спектральной плотности определяют круговую частоту ω_0 , соответствующую вычисленному значению S_0 , затем находят частоту Найквиста

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi},$$

и оптимальный интервал по формуле (1).

Для решаемой задачи не требуется обнаруживать или получать оценку деталей спектра, поэтому достаточно выполнить грубое выборочное определение его формы и найти предельную круговую частоту.

В качестве примера приведены результаты вычисления оптимального интервала для исследования стереокомпаратора. На рис. 1 показаны экспериментальные функции $f(t)$. Значения

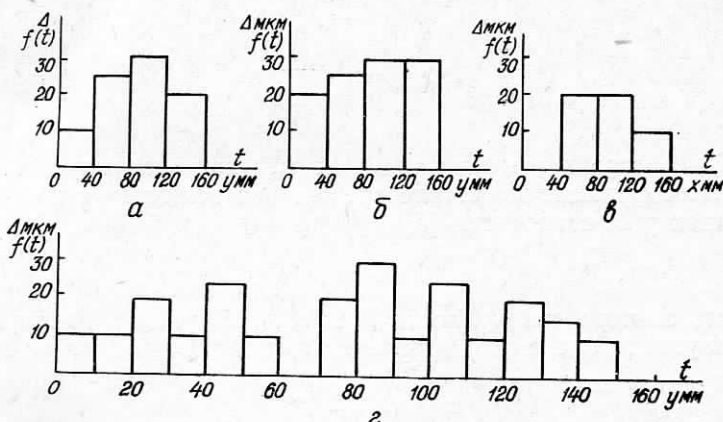


Рис. 1. Графики экспериментальных функций.

Δ получены как среднее арифметическое из трех наблюдений, выполнявшихся на стереокомпараторе с низкой инструментальной точностью в фотограмметрической лаборатории Ивано-Франковского института нефти и газа. На первых трех графиках (рис. 1, а, б, в) контрольные точки были расположены через 40 мм, а на четвертом (рис. 1, г) — через 10 мм. Контрольная сетка ориентирована вдоль осей X и Y прибора. Линии сетки (рис. 1, а, б, г) направлены вдоль оси Y , а линия б (рис. 1) — вдоль оси X . Начальную координатную точку брали за исходную и для остальных точек вычисляли погрешности $\Delta = l_{\text{изм}} - l_c$, где $l_{\text{изм}}$ — измеренное значение координаты точки; l_c — значение координаты точки на контрольной сетке. Чтобы все погрешности имели один знак, смещали начало отсчета на начальной точке.

На рис. 2 показаны графики спектральной плотности для соответствующих экспериментальных функций (рис. 1). Спектральную плотность $S(\omega)$ вычисляли по формуле (5). Текущая круговая частота ω изменялась от 0 до 40 град/мм. Для вычисления граничного значения спектра S_0 максимальную длину линии, вдоль которой вели измерения, приняли $T = 160$ мм.

а предельное значение погрешности $\Delta_{\min}=0,004$ мм. Используя формулу (6), нашли $S_0=0,640$ мм².

Оптимальный интервал τ , или оптимальное расстояние между контрольными точками, вычисляли по формуле (1). Для этого из графиков спектральной плотности определяли предельные значения круговой частоты (на рис. 2 они показаны пунктирными линиями). Оптимальный интервал может отличаться от расстояния между точками, принимавшегося при исследовании.

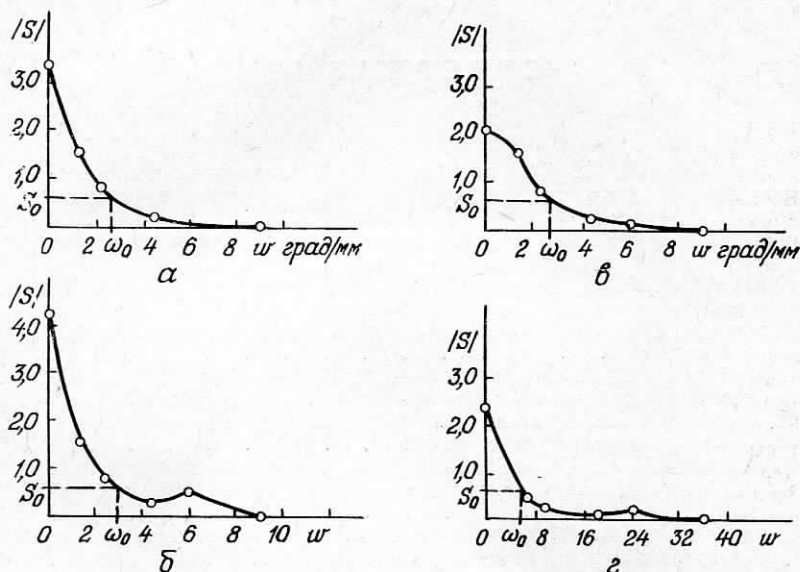


Рис. 2. Графики спектральных плотностей.

Предельное значение круговой частоты для линий а, б, в, г равно 2,5; 3,0; 2,5; 5,0 град/мм, а оптимальный интервал соответственно равен: 72; 60; 72; 36 мм. Следовательно, исследование данного стереокомпаратора следует выполнять по 25 контрольным точкам, расположенным примерно через 40 мм.

Приведенную методику можно использовать для выбора необходимого и достаточного интервала между контрольными точками при исследовании других фотограмметрических и геодезических приборов.

Список литературы: 1. Девиз В. Д. О систематических ошибках стереокомпараторов. — Труды ЦНИИГАиК, 1971, вып. 190. 2. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1971, вып. 1. 3. Кемниц Ю. В. Математическая обработка зависимых результатов измерений. — М.: Недра, 1970. 4. Лобанов А. Н. Аналитическая фотограмметрия. — М.: Недра, 1972. 5. Харкевич А. А. Избранные труды: В 3-х т. — М.: Наука, 1973, т. 2.

Работа поступила в редколлегию 22 января 1979 года. Рекомендована кафедрой прикладной геодезии Ивано-Франковского института нефти и газа.