ДО ПИТАННЯ ДЕШИФРУВАННЯ АЕРОЗОБРАЖЕНЬ ПРИ ТЕМАТИЧНОМУ КАРТОГРАФУВАННІ

Мельник В.М., Тарасюк Ф.П., Бліндер Ю.С.
Волинський державний університет
Іванчук О.М.,
Державний університет "Львівська політехніка"

Існуючі методи та критерії ідентифікації в тематичному (наприклад, сільськогосподарському) картографуванні мають в основному емпіричний характер. Незважаючи на здійснені зусилля [1, 2, 3], в теперішній час відсутня загальна концепція, що забезпечує можливість кількісної оцінки ефективності та порівняння різних процедур ідентифікації. Тому існує необхідність розробки алгоритмів оптимізації процедур ідентифікації результатів дешифрування.

В плані цієї проблематики авторами розроблена векторна модель ідентифікації об'єктів (наприклад, посівів) в сільськогосподарських геосистемах.

Основою моделі є аналіз еталонних аерофотозображень та наступні математичні припущення: 1. Всі еталонні аерозображення одержані в одному й тому ж самому діапазоні спектра випромінювання. 2. Існує взаємно однозначна відповідність між набором цих зображень та класом M дійсних функцій дійсної змінної, які визначені та обмежені на скінченому замкнутому інтервалі дійсної вісі. Визначимо дії додавання та скалярного множення в класі M в такому вигляді: якщо $\bar{f} = f(\lambda)$ та $\bar{g} = g(\lambda)$ належить цьому класові, то величина $\bar{r} = \bar{f} + \bar{g}$, де $\bar{r} = r(\lambda)$ при λ, рівному $r(\lambda) = f(\lambda) + g(\lambda)$; якщо C – довільне дійсне число, то величина $\bar{S} = C\bar{f}$, де $\bar{S} = S(\lambda)$ при λ, рівному $S(\lambda) = Cf(\lambda)$. Визначимо внутрішній добуток $(\bar{f}, \bar{g})$ функцій $\bar{f} = f(0)$ та $\bar{g} = g(\lambda)$ таким чином

$$(f, g) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} f(\lambda) g(\lambda) d\lambda. \quad (1)$$

Тут інтеграл є інтегралом Рімана. Тоді M є дійсним гільбертовим простором.

3. В описаній моделі окремі аерозображення відповідають векторам в просторі Гільберта і задача дешифрування зводиться до задачі визначення величин $C_1, C_2, \ldots, C_n$, які задовільняють умову

$$x = \sum_{i=1}^{n} C_i y_i, \quad (2)$$

де $\bar{x}$ відповідає зображенню об'єкта, що розпізнається, а вектори $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots, \bar{y}_n$ відпові-дають еталонним зображенням.

Ступінь співпадання вектора стандартного зображення $\bar{y}$ з вектором зображення невідомого об'єкта $\bar{x}$ може бути виміряна косинусом кута α, утвореного векторами двох зображень:

$$\cos\alpha = \frac{(x, y)}{|x||y|} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} x(\lambda) y(\lambda) d\lambda}{\sqrt{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} x^2(\lambda) d\lambda} \sqrt{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} y^2(\lambda) d\lambda}}. \quad (3)$$

Вираз (3) – нормалізована функція прийняття рішення для послідовного етапа процедури. Внаслідок експериментальних помилок рівняння (3) не дотримується точно, тому оптимальним критерієм буде

$$\left|x-\sum_{i=1}^{n}C_i y_i\right|^2 = D+\sum_{i=1}^{n}C_i E_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}C_i C_j G_{ij}=\min, \tag{4}$$

де

$$D=\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}x^2(\lambda)d\lambda; \qquad E_i=-2\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}x(\lambda)y_i(\lambda)d\lambda; \quad i=1,2,\ldots,n;$$

$$G_{ij}=\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}y_i(\lambda)y_j(\lambda)d\lambda; \quad i,j=1,2,\ldots,n;$$

Класичний метод рішення задачі (4) передбачає, що перші похідні функції $f(C_1,C_2,\ldots,C_n)=\left|x-\sum_{i=1}^{n}C_i y_i\right|^2$ по змінним $C_1,C_2,\ldots,C_n$ в мінімумі повинні бути рівні нулю. Якщо рівняння (3) порушено побічними ефектами в реальній текстурі зображення в такій мірі, що класичний метод дає від'ємні величини C_n, то оптимальний критерій ідентифікації для $C_1\geq 0; C_2\geq 0;\ldots; C_n\geq 0$ може бути знайдений програмованими квадратичними методами. Величини $C_1,C_2,\ldots,C_n$ можуть бути визначені шляхом послідовного віднімання стандартних зображень із зображення об'єкта, що дешифрується. В загальному вигляді ця процедура описується трикутною системою рівнянь

$$\begin{gathered}(x-C_1y_1,\, y_1)=0\\ (x-C_1y_1-C_2y_2,\, y_2)=0\\ (x-C_1y_1-C_2y_2-C_3y_3,\, y_3)=0,\end{gathered} \tag{5}$$

розв'язок яких дається виразами

$$C_1=\frac{(x,y_1)}{(y_1,y_1)};$$

$$C_2=\frac{(x,y_2)}{(y_2,y_2)}-\frac{(x,y_1)}{(y_1,y_1)}\cdot\frac{(y_1,y_2)}{(y_2,y_2)}; \tag{6}$$

$$C_3=\frac{(x,y_3)}{(y_3,y_3)}-\frac{(x,y_1)}{(y_1,y_1)}\cdot\frac{(y_1,y_3)}{(y_3,y_3)}-\frac{(x,y_2)}{(y_2,y_2)}\cdot\frac{(y_2,y_3)}{(y_3,y_3)}+\frac{(x,y_1)}{(y_1,y_1)}\cdot\frac{(y_1,y_2)}{(y_2,y_2)}\cdot\frac{(y_2,y_3)}{(y_3,y_3)}.$$

Проте система рівнянь (5) є тільки грубою апроксимацією точної системи (4) і тому розв'язок (6) не дає оптимальної ідентифікації за виключенням особливого випадку, коли вектори еталонних зображень взаємно ортогональні:

$(y_i,y_j)=0; \quad i\neq j; \quad i,j=1,2,\ldots,n.$

Тоді обидві системи рівнянь (4) і (6) дають один і той же розв'язок :

$$C_1=\frac{(x,y_1)}{(y_1,y_1)}; \quad C_2=\frac{(x,y_2)}{(y_2,y_2)}; \quad C_3=\frac{(x,y_3)}{(y_3,y_3)}.$$

Описана концепція ілюструється наступним прикладом.

Нехай для модельного випадку [1] добуток векторів $\bar{x},\bar{y}_1,\bar{y}_2,\bar{y}_3$ гільбертового простору рівний:

$(\bar{x},\bar{x})=141070.0;\quad (\bar{x},\bar{y}_1)=29062.0;\quad (\bar{x},\bar{y}_2)=9848.6;\quad (\bar{x},\bar{y}_3)=36694.4;$
$(\bar{y}_1,\bar{y}_1)=6820.9;\quad (\bar{y}_1,\bar{y}_2)=1431.8;\quad (\bar{y}_1,\bar{y}_3)=6794.0;\quad (\bar{y}_2,\bar{y}_2)=2263.1;$
$(\bar{y}_2,\bar{y}_3)=1496.9;\quad (\bar{y}_3,\bar{y}_3)=12956.3;$

Підставляючи одержані величини у вираз

$$f(C_1,C_2,C_3)=\left|x-C_1y_1-C_2y_2-C_3y_3\right|^2=x^2-2C_1(x,y_1)-2C_2(x,y_2)-2C_3(x,y_3)+$$
$$+C_1^2y_1^2+C_2^2y_2^2+C_3^2y_3^2+2C_1C_2(y_1,y_2)+2C_1C_3(y_1,y_3)+2C_2C_3(y_2,y_3),$$

одержимо

$$f(C_1,C_2,C_3)=141070.0-58124.0C_1-19697.2C_2-73388.8C_3+6820.9C_1^2+$$
$$+2263.1C_2^2+12956.3C_3^2+2862.6C_1C_2+13594.0C_1C_3+2993.8C_2C_3.$$

Мінімізуюча умова для функції $f(C_1,C_2,C_3)$ має такий вигляд :

$$f(C_1^0,C_2^0,C_3^0)=\min_{(C_1,C_2,C_3)} f(C_1,C_2,C_3)=\min_{(C_1,C_2,C_3)}\left|x-C_1y_1-C_2y_2-C_3y_3\right|^2.$$

Функція $f(C_1,C_2,C_3)$ досягає мінімального значення при умові рівності нулю частинних похідних по C_1,C_2,C_3:

$$\frac{\partial f}{\partial C_i}=0;\quad i=1,2,3.$$

Звідси визначаються координати стаціонарної точки функції $f(C_1,C_2,C_3)$.

$$C_1=2.65;\qquad C_2=1.87;\qquad C_3=1.23.$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial C_i \partial C_j}\right)=\begin{pmatrix}13623.9 & 2851.5 & 13601.2\\ 2851.5 & 4526.2 & 2987.3\\ 13601.2 & 2987.3 & 25889.9\end{pmatrix}.$$

Матриця Гессе є додатньо означеною, оскільки всі її основні мінори мають додатні величини. Тому функція $f(C_1,C_2,C_3)$ є одновипуклою функцією, а її різкий локальний мінімум і абсолютний мінімум припадають на стаціонарну точку. При цьому:

$$\frac{f(2.65,1.87,1.23)}{f(0,0,0)}=\frac{\left|x-2.65y_1-1.87y_2-1.23y_3\right|^2}{|x|^2}=\frac{633.7}{141070.0}=0.0045,$$

так що величини $C_1^0=2.65;\quad C_2^0=1.87;\quad C_3^0=1.23,$

параметрів C_1,C_2,C_3 зменшують квадратичну норму залишкового вектора $\left|x-\sum_{i=1}^{3}C_iy_i\right|^2$ до 0.5 % від квадратичної норми вектора $\bar{x}$ зображення, що аналізується.

Література.

1.Бондур В.Г., Мурынник А.Б. Численный синтез тестовых изображений природных образований с заданными пространственными спектрами // Материалы 14-ой Международной конференции по когерентной и нелинейной оптике (КиНО'91). Л. 1991, с.11–12.

2.Иванов В.И., Легостаев С.Е. Автоматизированное районирование территории при тематическом картографировании //Геодезия и картография. 1989. №10, с.46–50.

3.Nady G., Wagle S. Geographic Data Processing // ACM Comput. Surv. 1979, 11, №2. p.139–182.