

Очевидно, что проблема обработки гипсометрической карты с использованием программы AutoCad не представляет собой особенного случая возможности применения алгоритма. С этой целью можно использовать другие графические системы программ, при условии, что они образуют формат DXF, который необходим для набора данных.

1. Бойко А.Б., Лимонтов Л.Я. Аналитическое построение горизонталей по цифровым моделям на базе ЭВМ и автоматического картографа // *Геодезия и картография*. 1974. N.3. С.10-15. 2. Малавский Б.К., Жарновский А.А. О цифровом моделировании рельефа земной поверхности // *Геодезия и аэрофотосъемка*. 1973. N.2. С.60-65. 3. Kusch M., Naser K. Numerische Konstruktion von Höhenlinien // *Vermessungstechnik*. 1970. N 7. P.67-70.

УДК 528.21/22

Т.В.Радьо

ПРОБЛЕМИ ФІЗИЧНОЇ ГЕОДЕЗІЇ НА ПУЛЬСУЮЧІЙ ЗЕМЛІ

Дослідження Землі за останні роки показали, що планета та її атмосфера пульсують з періодом 2^{140} м [7-9]. Виявлені також півдобові, добові, місячні, річні та вікові зміни форм і розмірів Землі [1,2,5,6].

Коротко- і довгоперіодична пульсація Землі викликають коливання її радіуса, а вікова пульсація планети (період більший, ніж 300 років) сприяє односпрямованій зміні її радіуса протягом азначного проміжку часу [4,5].

Розглянемо деякі питання теорії потенціалу та інші геодезичні процеси робіт з концепції *пульсуючого стану планети*.

Внаслідок пульсації Землі (при постійній M) розташування точки на її поверхні змінюється, тобто

$$\vec{g} + \Delta \vec{g} = (\vec{F} \pm \Delta \vec{F}) + (\vec{Q} \pm \Delta \vec{Q}), \quad (1)$$

де $\Delta \vec{F}$, $\Delta \vec{Q}$, $\Delta \vec{g}$ - зміни сили притягання \vec{F} , відцентрової сили \vec{Q}

і прискорення вільного падіння (ПВП) \vec{g} внаслідок динаміки руху Землі R на величину $\pm \Delta R$.

Тоді

$$\vec{\Delta F} \approx -2F \frac{\Delta R}{R}, \quad (2)$$

а

$$\vec{\Delta Q} = Q \frac{\Delta \rho}{\rho}, \quad (3)$$

де $\Delta \rho$ - зміна віддалі точки на поверхні Землі від осі її обертання внаслідок пульсації планети.

Аналіз повторних спостережень ПВП свідчить про те, що з 1975 до 1978 рр., коли спостерігалися максимальні швидкості зміни ПВП, зміни ПВП на пунктах Ледово, Новосибірську, Потсдаму, в п'яти пунктах на австралійському континенті, в Тасманії, Папуа Нової Гвінеї, Сингапурі, на двох пунктах у Фінляндії були практично однаковими, тобто в середньому становили $(10 \pm 2,3) \cdot 10^{-8} \text{ м/с}^2$. Результати свідчать, що зміни ПВП на даних пунктах проходять синхронно і з однаковою амплітудою [1,6]. Знак "+" при повторних визначеннях ПВП вказує на загальне стиснення планети. В цей час радіус Землі, як показують розрахунки, зменшується зі швидкістю 25...30 мм/рік, що відповідає вказаній середній швидкості зміни ПВП.

Якщо звернутися до фізичного усвідомлення векторів \vec{Q} , \vec{F} і \vec{g} стає зрозуміло, що вектор \vec{g} не тільки зменшується чи збільшується під впливом пульсацій Землі, але й відбувається безперервне різноперіодичне коливання ($2^{\text{h}40^{\text{m}}$, півдобове, добове, місячне, річне і вікове) вискової лінії (ВЛ), що вносить помилки в астрономо-геодезичні, гравіметричні безпосередні, посередні і особливо повторні спостереження.

Відповідно у кожен момент часу, не тільки ПВП, але й напрям ВЛ однієї і тієї самої точки поверхні Землі - різні, що вказує на відсутність статичності як власне стану Землі, так і її загальної рівневої поверхні.

Потенціал притягання і пульсації Землі. Потенціал притягання матеріальної точки V виражається формулою [3]

$$V = f \frac{m}{r}, \quad (4)$$

де m - маса точки; r - віддаль між точками.

Внаслідок зміни радіуса Землі R (за її пульсації) потенціал притягання V - змінна величина, тобто

$$\Delta V \approx -V \frac{\Delta R}{R}. \quad (5)$$

Потенціал притягання зростає зі зменшенням і зменшується при збільшенні радіуса тіла.

Потенціал ПВП і пульсації Землі. Потенціал ПВП W [3] внаслідок пульсації Землі становить

$$W \pm \Delta W = (V \pm \Delta V) + (U \pm \Delta U), \quad (6)$$

де ΔW , ΔV , ΔU - зміни ПВП W , притягання V і відцентрової сили U .

При $\Delta x = \Delta y$,

$$\Delta W \approx V \frac{\Delta R}{R} + w^2 \Delta x [(x + y) + \Delta x], \quad (7)$$

де w - кутова швидкість обертання Землі; x , y - координати точки на поверхні планети; Δx і Δy - прирости координат внаслідок пульсацій Землі.

Ніяких постійних поверхонь, які б характеризували форму і розміри планети, ніколи не може бути, а тому визначення її параметрів - завжди актуальна проблема наук про Землю.

Визначення перевищень на пульсуючій Землі. Для пульсуючої Землі можна записати [3]

$$\Delta H \pm \Delta H' = \frac{(W_A \pm \Delta W_A) - (W_B \pm \Delta W_B)}{\bar{g} \pm \Delta \bar{g}}, \quad (8)$$

де ΔH - перевищення точки B над точкою A ; ΔW_A , ΔW_B , $\Delta \bar{g}$ - зміни потенціалів ПВП в точках A і B , а також середнього значення ПВП, \bar{g} викликані пульсаціями Землі $\Delta H'$ поправки в перевищення за пульсації планети.

Після деяких перетворень формули (8) одержимо

$$\Delta H' \approx 2\Delta H \frac{\Delta R}{R}. \quad (9)$$

Обчислення, які наведені в таблиці, показують, що поправку в перевищення за пульсації Землі необхідно вносити у висотні

позначки реперів, між якими ведуться точні і високоточні спостереження, особливо в гірських районах.

Помилки в результатах нівелювання, викликані пульсаціями Землі. Маятникові коливання ВЛ у кожній точці земної поверхні, викликані пульсаціями Землі, вносять помилки в результати геометричного і тригонометричного нівелювання, тобто

$$\Delta h = \frac{\zeta^n}{206265} d \cos \varphi \sin A, \quad (10)$$

де Δh - помилка в окремому перевищенні, викликана коливаннями ВЛ внаслідок пульсації Землі; ζ^n - кутове значення амплітуди коливання ВЛ; d - горизонтальне прокладання лінії; A - азимут напрямку; φ - широта місця.

Згідно з формулою (10) при розміщенні нівелірних ходів вдовж меридіанів коливання ВЛ будь-якої амплітуди не вносять ніяких помилок у перевищення, які визначаються, а залишаються помилки відлікового асуву, переходу і розриву, тобто помилки в перевищеннях, викликані зміною розмірів Землі в різні моменти відліків з рейок, часом переходу на іншу станцію і розривом процесу нівелювання. Нівелірні ходи, які розміщені вдовж паралелей, дають максимальні помилки в перевищення за коливання ВЛ, широту місця, відлікового асуву, переходу, а також розриву процесу нівелювання.

Обчислення (див. таблицю) показують, що помилка в одному перевищенні при віддальх нівеліра до рейки 25 і 50 м, викликана коливанням ВЛ внаслідок пульсації Землі з амплітудою $\Delta R = \pm 0,1$ мм, буде становити $\pm 0,005$ і $\pm 0,01$ мм. Це утворює систематичну помилку в перевищеннях $\pm 0,022$ і $\pm 0,032$ мм на 1 км ходу. Помилка асуву за часову різницю відліків із рейок, що дорівнює 1 хв, при $\Delta R = \pm 5$ см і період пульсації Землі $2^h 40^m$ становить $\sim \pm 0,63$ мм.

Перехід від станції до станції вносить помилку у висотну позначку передньої зв'язуючої точки попередньої станції $\sim \pm 15 \dots 20$ мм.

Продовження нівелювання наступної доби вносить помилки в перевищення (помилки розриву) внаслідок півдобового і добового періодів пульсації Землі, які можуть досягти декількох сантиметрів. Помилки прив'язки ходів до реперів, викликані коротко-, середньо-, і довгоперіодичною пульсаціями Землі, будуть також

Вплив пульсації Землі з періодом $2^h 40^m$ на астрономо-геодезичні і гравіметричні спостереження

Зміни радіуса Землі, см	Помилки ПВП на екваторі, 10^{-8} м/с ²	Помилки відцентрової сили на екваторі, 10^{-8} м/с ²	Помилки в перевищеннях між реперами, мм ($\Delta h-1000$ м)	Помилка одного перевіщення, мм ($d-50$ м)	Помилка в горизонтальному куті, "	Помилка в вертикальному куті, "	Помилка в віддалі, на 1° дуги, мм	Помилка в стисненні Землі, $\Delta\alpha$	Помилка в зенітній віддалі, мм ($d-30$ км)
1	0,003	$5,32 \cdot 10^{-9}$	0,003	0,001	0,003	0,003	0,18	$1/2 \cdot 10^{12}$	0,31
10	0,031	$5,32 \cdot 10^{-8}$	0,033	0,012	0,030	0,030	1,85	$1/2 \cdot 10^{11}$	3,18
50	0,153	$2,65 \cdot 10^{-7}$	0,165	0,061	0,131	0,131	9,44	$1/1 \cdot 10^{10}$	15,72
100	0,307	$5,32 \cdot 10^{-7}$	0,328	0,122	0,260	0,260	18,62	$1/2 \cdot 10^{10}$	30,46

доволі значними. Такий комплект помилок, які виникають внаслідок пульсації Землі, неможливо не враховувати, проводячи геометричне нівелювання практично будь-якого класу.

Помилки в азимутних віддалах, внаслідок коливання ВЛ, за пульсації Землі - малі величини (див.таблицю).

Помилки в горизонтальних кутах викликані пульсаціями Землі.

Оскільки коливання ВЛ у будь-якій точці земної поверхні, внаслідок пульсацій Землі, маятникові, то зміни розташування площин, які утворюють двогранник горизонтального кута, що вимірюється, вносять відповідні помилки. Коливання однієї площини двогранника можна визначити за теоремою синусів:

$$\sin \zeta = \frac{\Delta Q}{\Delta F} \sin \eta, \quad (11)$$

де ΔQ , ΔF - зміни відцентрової сили і сили притягання за пульсації Землі; ζ - кут відхилення ВЛ; η - кут між напрямками сили притягання і відцентрової сили.

На екваторі

$$\sin \zeta = \Delta Q / \Delta F, \quad (12)$$

а на полюсі

$$\sin \zeta = 0. \quad (13)$$

Треба зауважити, що напрями ліній, розміщених вдовж паралелей, не містять помилок, а всі напрями, розміщені вдовж меридіанів, мають максимальну помилку, що викликана пульсаціями Землі. Помилки в напрямках внаслідок коливання ВЛ за пульсації Землі залежать від їх азимутів і широти місця, тобто

$$\sin \frac{\zeta}{2} = \frac{\Delta Q_e}{\Delta F} \cos^2 \varphi \sin A, \quad (14)$$

де A - азимут напрямку; φ - широта місця.

Помилки у вертикальних кутах внаслідок коливання ВЛ за пульсації Землі максимальні для напрямів, розміщених вдовж паралелей, а також залежать від широти місця. На вертикальні кути, які вимірюють, впливає помилка відлікового зсуву, викликана зміною висоти розташування точки спостереження внаслідок пульсації Землі. При повторних вимірюваннях горизонтальних і вертикальних кутів, наприклад у триангуляції, значними будуть помилки, викликані довгоперіодичною і віковою пульсаціями Землі.

При високоточних астрономічних спостереженнях, вивченні руху полюсів на МОШ та інших обсерваторіях, необхідно вносити поправки у вимірювання за всі види періодів пульсації Землі.

Помилки в виміряних віддальх за пульсації Землі. Пульсації Землі викликають зміни розмірів планети. Приймаючи Землю за кулю радіуса R , зміна довжини дуги ΔK на її поверхні внаслідок пульсації планети становить

$$\Delta K = \frac{\pi Q^{\circ}}{180^{\circ}} \Delta R, \quad (15)$$

де ΔR - зміна радіуса кулі внаслідок пульсації Землі; Q° - центральний кут дуги K .

Обчислення показників, що навіть для $\Delta R = 1$ м і $Q^{\circ} = 1^{\circ}$, $\Delta K \approx 18$ мм, записані у таблиці.

Відносна помилка вимірювання даної лінії становить

$$\frac{\Delta K}{K} \approx \frac{1}{8400000}.$$

Безпосередні високоточні геодезичні вимірювання ліній (точність 1/1 000 000) не можуть виявити пульсації Землі, але повторні спостереження на одноіменних лініях (триангуляції, трилатерації) мають помилки довгоперіодичних і вікових пульсацій Землі, що на сьогодні вважають просто помилками вимірювань.

Помилки в стисненні Землі, викликані її пульсаціями. Стиснення Землі α визначають за формулою [3]

$$\alpha = \frac{\zeta}{2} \frac{\mu}{M} + \frac{g}{2}, \quad (16)$$

де

$$\mu = \frac{C - A}{a^2}; \quad g = \frac{w^2 a}{g_0},$$

C і A - головні моменти інерції Землі, яка повертається; μ - деяка надумана доповнююча маса, розміщена вздовж екватора, що показує різницю C від A і B ; a - велика піввісь земного еліпсоїда; w - кутова швидкість обертання Землі; g_0 - ПВП на екваторі Землі.

При зміні розмірів Землі внаслідок її пульсацій (і постій-

ності M) маємо

$$\Delta\alpha \approx w^2 \frac{a^2}{fM} \Delta a, \quad (17)$$

де $\Delta\alpha$ - зміна стиснення Землі внаслідок її пульсації.

Обчислення показують (див.таблицю), що навіть при $\Delta R = 1$ м

$$\Delta\alpha \approx \frac{1}{2 \cdot 10^{10}}.$$

Багато питань фізичної геодезії необхідно розглядати і вирішувати з концепції пульсаційного стану планети, що дасть змогу підвищити точність астрономічних, геодезичних і гравіметричних робіт, а також визначити зміни радіуса Землі тощо.

У всіх точних і високоточних астрономо-геодезичних спостереженнях в складові за пульсації Землі, а у повторних точних і високоточних вимірюваннях суттєве значення має складова за вікову пульсацію планети, що на сьогодні вважають помилками безпосередніх і посередніх вимірів.

У визначених виводах земних еліпсоїдів за результатами астрономічних, геодезичних і гравіметричних спостережень, на додаток до різноманітних помилок, мають місце складові за різноперіодичні пульсації Землі і насамперед - вікову.

Потрібно провести комплекс експериментальних досліджень, які б дали змогу виявити кількісну характеристику всіх видів пульсацій Землі, а врахування їх у безпосередніх і посередніх астрономічних, геодезичних і гравіметричних вимірюваннях значно підвищить точність кінцевих результатів, а також дасть глибше пояснення багатьох геодезичних процесів і явищ планети.

Різноперіодичні пульсації Землі вказують на те, що немає ніяких постійних поверхонь, які могли б характеризувати стан Землі, а тому вивчення форм і розмірів планети залишається актуальною проблемою геодезії та інших наук про Землю.

1. Буланже Ю.Д. Некоторые результаты изучения неприливных измерений силы тяжести. Гравитация и проблемы расширения и пульсации Земли // Проблемы расширения и пульсации Земли. 1984. С.73-84. 2. Гожий А.В., Тышук Н.Ф. Изучение временных измерений направления силы тяжести по данным астрономических наблюдений // Изучение Земли как планеты методом астрономии, геофизики и

геодезии. 1994. С.197-199. 3. Машимов М.М. Планетарные теории геодезии. М., 1982. 4. Радьо Т.В. О пульсационном состоянии Земли. М., 1984. 5. Радьо Т.В. К вопросу о пульсационном состоянии Земли. К., 1987. С.95. Рукопись деп. в УкрНИИТИ, N 1065. 6. Радьо Т.В. Пульсація Землі і її виявлення геодезичним моніторингом. К., 1994. С.351. Рукопис деп. в УкрНИИТИ, N 2011. 7. Северный А.Б., Котов В.А., Цун Т.Т. Колебания Солнца и проблемы его внутреннего состояния // *Астрономический журнал*. 1979. Т.56. С.1816-1822. 8. Яцкив Я.С., Миронов Н.Г., Корсунь А.А. и др. Движения полюсов и неравномерность вращения Земли // *Итоги науки и техники. Астрономия*. 1976. Т.12. Ч.1. С.103 і Ч.2. С.119. 9. Aslajan A.G. *Andert sich der Umfang der Erde?* // *Geophys und Geol*. 1977. 1. N 3. S.51-61.

УДК 528.33

К.Р.Третьак

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ УЗАГАЛЬНЕНОГО КРИТЕРІЮ ОПТИМІЗАЦІЇ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕРЕЖ

У роботі [1] отримано цільову функцію узагальненого критерію оптимізації геодезичних мереж

$$R(\varepsilon) = \ln \Xi''_и + \ln \Xi''_р + \ln M''_и + \ln M''_р + \ln \Gamma''_и + \ln \Gamma''_р, \quad (1)$$

де $\Xi''_и$, $\Xi''_р$, $M''_и$, $M''_р$, $\Gamma''_и$, $\Gamma''_р$ - штрафні функції витрат на реалізацію проекту геодезичної мережі і витрат очікуваних точнісних параметрів, параметрів вимірів і геометричних характеристик мережі. При відсутності допустимих умов для значень параметрів одного з доданків (1) він залежно від умов задачі перетворюється у звичайну функцію витрат, або повністю знищується. Відповідно значення доданків (1) будуть додатними при невиконанні умов задачі, а в протилежному випадку, за виключенням оптимізованого параметра, дорівнюватимуть нулю. Основною перевагою отриманої цільової функції є можливість виконання сумісної оптимізації параметрів різноманітної фізичної природи. Це можливе завдяки оперуванню параметрами однакової і еквівалентної метричності,