Здесь даны значения колебаний изображений, приведенные к длине линии $L=1$ км и эквивалентной высоте $h_э=1$ м, вычисленные по формуле

$$\sigma_{\alpha_0}=\sigma_\alpha\frac{h_э^b}{L^a}, \qquad (8)$$

где σ_α — измеренные значения максимальных амплитуд.

Как видно из таблицы, наибольшая сходимость значений σ_{α_0} получилась при $b=a=\frac{1}{2}$, что подтверждает правильность формулы (7).

Учитывая зависимость максимальной амплитуды от эквивалентной высоты, выведем формулу для частного угла рефракции по колебаниям изображений.

Формулу для угла рефракции записываем в виде:

$$r''=8{,}12\frac{P}{T^2}L(\gamma_A+\gamma_н)+8{,}12\frac{P}{T^2}\frac{L}{h_э}\gamma. \qquad (9)$$

где P — давление в миллибарах; $\gamma_н$ — градиент температуры при нейтральной стратификации; γ — аномальный градиент температуры на высоте 1 м.

Следуя работам [1], [3] и учитывая формулу (7), для неустойчивой стратификации имеем

$$\sigma''_\alpha=39\frac{P}{T^2}\left(\frac{L}{h_э}\right)^{1/2}D^{-1/6}\gamma, \qquad (10)$$

где σ''_α — среднее квадратическое отклонение колебаний.

Формулу (10) для максимальной амплитуды перепишем в виде

$$\sigma''_{\alpha_{max}}=234\frac{P}{T^2}\left(\frac{L}{h_э}\right)^{1/2}D^{-1/6}\gamma. \qquad (11)$$

В работе [3] показано, что степень высоты h изменяется от $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$.

Теперь, обозначив первый член формулы (9) через «$r''_н$», с учетом формулы (11) имеем:

$$r''=r''_н+0{,}035\,\sigma''_{\alpha_{max}}\left(\frac{L}{h_э}\right)^{1/2}D^{1/6}. \qquad (12)$$

Формулу (12) можно также выразить в следующем виде:

$$r''=r''_н+\frac{3}{10^4}\frac{\sigma''^2_{\alpha_{max}}}{\gamma}\frac{T^2}{P}D^{1/3}. \qquad (13)$$

Следует заметить, что формулы (12), (13) дают удовлетворительные результаты.

На основании формулы (13) получаем зависимость угла рефракции по колебаниям изображений при наличии эталонного базиса:

$$r''_i=r''_н+(r''_0-r''_н)\frac{\sigma_i^2}{\sigma_0^2}, \qquad (14)$$

где «r_0''» — частный угол рефракции эталонного базиса.

Аналогично запишем формулу для определения коэффициента рефракции по методу эталонного базиса:

$$k_i=k_н+(k_0-k_н)\frac{\sigma_i^2}{\sigma_0^2}\frac{L_0}{L_i}, \qquad (15)$$

где $k_н$ — коэффициент рефракции для нейтральной стратификации $=0{,}15$.

В случае одновременных двухсторонних наблюдений зенитных расстояний коэффициенты рефракции вычисляют по следующим формулам:

$$k_{12}=\frac{2\bar{k}\sigma_{12}^2+k_н(\sigma_{21}^2-\sigma_{12}^2)}{\sigma_{21}^2+\sigma_{12}^2};\quad k_{21}=\frac{2\bar{k}\sigma_{21}^2-k_н(\sigma_{21}^2-\sigma_{12}^2)}{\sigma_{21}^2+\sigma_{12}^2}, \qquad (16)$$

где $\bar{k}$ — средний коэффициент рефракции, полученный из двустороннего нивелирования.

Список литературы: 1. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967. 2. *Джуман Б. М.* Редуцирование зенитных расстояний на периоды спокойных изображений. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 27. 3. *Гурвич А. С.* Лазерные излучения в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1978.

Статья поступила в редколлегию 16.04.82

УДК [illegible]

С. В. ЕВСЕЕВ

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ ПО ГРАВИМЕТРИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Определение элементов земного эллипсоида по гравиметрическим данным относится к разряду наиболее важных и интересных вопросов высшей геодезии и теории фигуры Земли. В этом отношении наиболее известны исследования Джеффриса [9] за рубежом, Н. Д. Жонголовича — у нас [6].

Немаловажное значение при этом имеет сама методика, а именно техника осреднения величин аномалий в пределах тех или иных участков, на которые нами подразделяются участки земной поверхности, и тесно связанный с ним вопрос интерполирования аномалий в тех местах, где последние по тем или иным причинам недостаточно хорошо известны.

Но при этом было бы ошибочно игнорировать принципы теории изостазии, без чего эти исследования могут иметь недостаточно точный и надежный характер.

Через 38 лет после установления в 1855 г. Эри и Праттом основных положений изостатической компенсации геодезист Патнем на основании ранних работ Фая пришел к заключению, что измеренные значения силы тяжести, кроме обычных поправок за величины так называемой «нормальной силы тяжести» и за высоту пункта наблюдения в «свободном воздухе», необходимо также исправлять за притяжение бесконечной плоскопараллельной пластины, толщина которой равняется разности между высотой станции над уровнем моря h и средней высотой местности вокруг станции H_r в пределах некоторого радиуса r [12]. Исправленные таким образом аномалии силы тяжести Δg_P

$$\Delta g_P = \Delta g - 2\pi f \mu (h - H_r). \qquad (1)$$

Здесь Δg — аномалия «в свободном воздухе», f — постоянная тяготения, μ — плотность масс вокруг станции.

Именно эту аномалию Патнем называл «аномалией Фая», а не аномалию Δg, как это часто делают [5].

С точки зрения теории изостазии выражение $2\pi f \mu (h - H_r)$ можно интерпретировать как формулу упрошенной регионально-изостатической редукции, точнее, ее главной части [2, 9].

Рассмотрим, какие следствия вытекают из (1). При наличии совершенной изостазии Δg_P должно быть равно (или близко) к 0. Следовательно,

$$\Delta g = 2\pi f \mu (h - H_r). \qquad (2)$$

Аналогичная формула получена нами раньше, исходя из других соображений [2].

Если область применения (2) так называемой области региональности не очень велика по размерам площади и если высоты пунктов h изменяются не очень резко, то, очевидно, средняя высота H_r будет изменяться от пункта к пункту медленно и незначительно, так что величина — $2\pi f \mu H_r$ с небольшой ошибкой может быть принята за некоторую постоянную a. Тогда вместо (2) получим

$$\Delta g = a + bh. \qquad (3)$$

Большинство исследователей именно в таком виде искали корреляционную зависимость между аномалиями «в свободном воздухе» Δg и высотами рельефа h [6, 9]. Из системы уравнений (3), полагая Δg и h известными, по способу наименьших квадратов находят a и b. Этот способ привлекателен простотой, однако он имеет ограниченную сферу применения, так как параметр a, принимаемый за постоянную величину, в действительности в некоторых местах в силу различных причин может заметно изменяться.

Определение параметров a и b из любой совокупности пунктов, произвольно размещенных относительно поверхности и высот любого произвольно выбранного района, является принципиальной ошибкой. Исследования показывают, что непременно должны быть соблюдаемы определенные и жесткие условия — равномерное распределение пунктов относительно высот и площади [2].

Неправильная методика снижает точность определения параметров, а иногда дает значения, лишенные реального смысла. Значения коэффициента b на выбранных участках (обычно трапеции, ограниченные параллелями и меридианами) получились у разных исследователей различными по величине. Например, у Джеффриса эти значения для континентальных участков земной поверхности колеблются в пределах от $+0{,}182$ до $-0{,}006$ мгл/м [10], у Жонголовича — от $+0{,}121$ до $-0{,}011$ мгл/м (в северном полушарии) и от $+0{,}399$ до $+0{,}007$ мгл/м (в южном) [6]. Само распределение значений b на земной поверхности носит у них случайный и беспорядочный характер. Для одних и тех же местностей Земли у названных авторов значения b неодинаковы. Причины данного обстоятельства по всей вероятности, могут быть обусловлены недостаточным числом гравитационных пунктов, их неудачным размещением — преимущественно в низких местах и т. д. Нельзя объяснить, каким образом коэффициент b может иметь отрицательное значение на чисто континентальных участках. Например, $b = -0{,}011$ мгл/м в Техасе, США; $b = -0{,}007$ мгл/м в Казахстане и т. д. [6].

Результаты наших исследований, начатых в 1939 г. и сформулированных в 1949 и 1957 гг. [2], показывают, что при соблюдении определенных условий коэффициент b должен иметь для всех континентальных участков величину постоянную и близкую по значению к коэффициенту редукции Буге, равному ($0{,}0419\mu$ — для суши и $0{,}0419\,(\mu - \mu')$ — для моря, где μ' — плотность морской воды. Наши исследования, проведенные на ряде высокогорных районов земного шара — Памире, Алтае, Кавказе, Крыму, Гаваях и т. д. показывают, что величина коэффициента b для суши колеблется в пределах от $+0{,}009$ до $+0{,}011$ мгл/м, что соответствует значениям $\mu = 2{,}4$—$2{,}6$ [2, 5].

Эти выводы были в 1967 г. проверены Б. Л. Скуиным [7] на территории горного района Карпат, площадь которого составляла около 8000 кв. км и на котором было расположено около 2000 пунктов гравиметрической съемки, равномерно размещенных на расстоянии 2—2,5 км друг от друга. Высокая точность исходного материала гравиметрической съемки, равномерное и густое размещение пунктов по площади и по высотам обеспечило большую надежность вычислений в этом районе.

Вся площадь его была подразделена на 137 равновеликих участков, размером $5' \times 5'$, в каждом из которых имелось в среднем по 14 пунктов. Для каждого из них находилось обычным путем значение коэффициента b, которое изменялось незначительно и в среднем оказалось весьма близким к коэффициенту редукции Буге $b=0,106$ (при плотности $\mu=2,53$), что подтверждает наши выводы [2]. К подобным же заключениям пришли многие наши и зарубежные исследователи [5, 9].

Кроме правильного нахождения величины коэффициента b, немаловажное значение имеет и методика производства интерполирования путем применения того или иного вида аномалий. За последнее время широкое распространение получил метод «косвенного интерполирования» при помощи аномалий Буге. Сначала находятся аномалии, затем по картам аномалий проводится интерполирование и, наконец, путем обратного перехода вновь восстанавливаются аномалии «в свободном воздухе». Несомненно, этот метод по точности выше метода непосредственного интерполирования при условии применения правильного значения коэффициента b, а не найденного из случайно имевшихся аномалий, поскольку само интерполирование аномалий Буге точнее при значительно более медленной вариации значений последних. Еще лучших результатов для целей интерполирования можно ожидать от аномалий изостатического типа, например Патнема (1), так как при этом учитывается не только зависимость аномалии от высот пунктов, но и от средних высот H_r, что, как будет показано ниже, в горных местах имеет существенное значение. Так, на упомянутом ранее карпатском «полигоне» в 50 пунктах было произведено его интерполирование при помощи «косвенного метода» с применением аномалий Буге и по (1) при $r=50$ км. Результаты сравнивались со значениями аномалий в этих пунктах. Оказалось, что средняя квадратическая ошибка получилась при «косвенном интерполировании» в полтора раза больше, чем при применении (1).

Непосредственно с этим связан вопрос о «представительстве» аномалий силы тяжести, когда возникает необходимость нахождения средних аномалий в свободном воздухе по отдельным участкам (секторам, трапециям) земной поверхности. Иначе говоря, приведение к средней высоте участка.

Исходя из (3) следует, что средняя аномалия $\bar{\Delta g}$ равняется

$$\bar{\Delta g}=a+b\bar{H}, \tag{4}$$

где $\bar{H}$ — средняя высота данного участка и a — некоторая величина, близкая к постоянной. Многие исследователи применяли эту формулу. Принципиальное отличие ее от аналогичной формулы Джеффриса заключается в том, что у нас коэффициент b постоянен повсюду и равен $2\pi f\mu$, в то время как у других он переменный [6, 10]. Например, Жонголович, находя средние аномалии при помощи (4), пользовался значениями b, найденными им из любых, иногда немногочисленных пунктов, случайно известных в пределах той или иной трапеции, на которые им подразделялась земная поверхность.

Для изучения этого вопроса на упомянутом выше «опытном полигоне» было выделено 48 участков, в пределах которых половина пунктов, размещенных на высоких местах, умышленно исключалась из обработки и таким образом искусственно создавалось положение, существующее на многих участках земной поверхности [7]. Средняя аномалия находилась двояко: при $b=2\pi f\mu=0,10$ мгл/м и при значениях b, вычисленных из оставшихся на каждом участке пунктов. Результаты сравнивались со средней аномалией, найденной из совокупности всех пунктов. Оказалось, что при первом способе, т. е. при $b=0,10$ мгл/м средняя квадратическая ошибка почти в два раза меньше, чем при втором. Поэтому результаты вычислений Джеффриса и Жонголовича [6, 10] — размеры земного эллипсоида, параметры формулы нормальной силы тяжести — не являются достаточно точными.

Если теперь перейти от аномалий «в свободном воздухе» к аномалиям Буге Δg_B, то на основании (2) имеем:

$$\Delta g_B=-2\pi f\mu H_r. \tag{5}$$

Для изучения корреляции между аномалиями Буге и осредненными в пределах различных радиусов r высотами H_r на упомянутом «карпатском полигоне» в 274 его пунктах были найдены осредненные высоты при $r=0$, 50, 100 и 167 км [8]. Наиболее четкая зависимость при наименьшем среднем квадратическом отклонении получилась при $r=50$ км и значении $2\pi f\mu=0,10$ мгл/м. Среднее квадратическое отклонение оказалось в 2,6 раза меньше, чем при $r=0$, т. е. если искать зависимость Δg_B от индивидуальных высот пунктов h, как это иногда пробовали делать [5, 8]. Исследования геофизика Меби показали, что в двух штатах США — Неваде и Айдахо [11] Δg_B хорошо коррелируют при $r=64$ км.

Интересно отметить, что значения $r=50$ и 64 км весьма близки к величине 58,8 км, которая наиболее часто употребляется в изостатических редукциях регионального типа [2, 5].

Если перейти к осредненным в пределах некоторого участка аномалиям Буге, то из (5) следует

$$\bar{\Delta g}_B=-2\pi f\mu\bar{H}_r, \tag{6}$$

где H_r — есть среднее из региональных высот в пределах некоего радиуса r вокруг пунктов наблюдения. Эта величина может и не совпадать полностью со средней высотой участка $\bar{H}$, но быть достаточно близкой к ней, что подтверждено нашими исследованиями [2].

В 1957 г. сделана попытка нахождения зависимости $\bar{\Delta g}_B$ от $\bar{H}$ для 16 участков, размещенных в высокогорных и глубоководных регионах Земли. Границы участков старались выбрать в соответствии с геотектоническими или геоморфологическими условиями [3]. На построенном графике точки более или менее удовлетворительно совпадают с прямой (6).

К подобным же выводам пришли и другие исследователи, изучая эту зависимость в масштабе всей Земли [1]. Сказанное существенно также и в случае применения описанного выше «косненного» метода, так как тогда простое среднее из случайно отобранных аномалий Δg_B может заметно отличаться от значения средней $\overline{\Delta g}_B$, соответствующего действительной величине средней из всех региональных высот участка. Итак, при интерполировании или осреднении аномалий Буге недопустимо игнорировать их зависимость от региональных высот.

Формулы (1) и (2), которые по справедливости могут быть названы формулами изостатической редукции Фая—Патнема, а не формулами редукции Грааф Хантера, начинают находить применение в вопросах геологической интерпретации [5]. Но нельзя при этом забывать, что остается неучтенной редукция в отдаленных зонах, лежащих за пределами «радиуса региональности». Величина этих редукций колеблется от нескольких мгл в районе Карпат до —50 мгал на Памире и +20 мгал на побережье Охотского моря [4].

Необоснованным является мнение, что одним из преимуществ редукции Фая—Патнема является ее независимость от характера схемы, выбранной компенсации, ибо последняя не может не зависеть от выбора величины «радиуса региональности», разности плотностей на глубине T и прочих условий.

В общем же виде аномалию Буге следует представлять

$$\Delta g_B = -2\pi f\mu + \sigma, \tag{7}$$

где σ — некоторая функция координат, близкая в пределах области региональности к постоянной величине и зависящая от указанных выше факторов, в особенности от нарушений изостатической компенсации. Поэтому при интерполировании аномалий Буге следует обязательно принимать в расчет и вариации функции σ.

В заключение остановимся на вопросе о возможности представления аномалий «в свободном воздухе» в виде суммы некоторого бесконечного ряда. По аналогии с тем, что параметр a (3) был выявлен пропорциональным величине средней высоты H_{r_1} в пределах радиуса r_1, можно предположить, что параметр σ (7) может быть пропорционален некоей другой высоте H_{r_2} — средней высоте в пределах вокруг станции другого радиуса, причем радиус r_2 будет больше r_1. Рассуждая подобным образом, напишем следующий ряд:

$$\Delta g = kh + k_1 h_1 + k_2 h_2 + \ldots, \tag{8}$$

где $k = 2\pi f\mu$; $k_2 = -2\pi f\mu \ldots r_{i+1} > r_i$.

Этот ряд был получен нами на основании сравнения коэффициентов у гармоник разложения в ряды: аномалий, высот и осредненных высот [2]. Преимущество ряда (8) заключается в том, что он сходится значительно скорее обычных рядов сферических функций, уже первые его члены включают в себя гармоники высокого порядка обычного разложения, которые вообще трудно находить. Достаточно ограничиться первыми членами ряда (8), чтобы получить короткий интерполяционный ряд Δg. Было бы интересно проверить это на конкретных примерах.

Список литературы: 1. *Грушинский Н. П.* О связи поверхности Мохоровичича с рельефом и аномалиями силы тяжести. — Сообщ. Гос. астрон. ин-та им. Штернберга, 1961, вып. 119. 2. *Евсеев С. В.* О некоторых закономерностях гравитационного поля Земли и их значений для геодезии и геофизики. — Киев: Изд-во АН УССР, 1967. 3. *Евсеев С. В.* К вопросу о зависимости аномалий Буге от высоты. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1967, вып. 6. 4. *Евсеев С. В.* О так называемой редукции Грааф—Хантера. — ДАН УССР. Серия Б. 1972, № 9. 5. *Евсеев С. В.* О некоторых вопросах проблемы редукции. — Геофизический сб. АН УССР, 1973, вып. 55. 6. *Жонголович И. Д.* Внешнее гравитационное поле Земли и фундаментальные постоянные. — Тр. Ин-та теоретической астрон., 1952, № 3. 7. *Скуин Б. Л.* Зависимость аномалий силы тяжести от высот в горной области. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1967, вып. 6. 8. *Скуин Б. Л.* Зависимость аномалий Буге от средних высот рельефа. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1971, вып. 13. 9. *Heiskannen W.* The Earth and its gravitg field. — New York; London, 1958. 10. *Yeffreys H.* The Determenation of the Earth's gravitg field, Mountly Notices, R.A.S. — Geophysic Supplem., London, 1941, N 1, N 5. 11. *Mabey D. R.* Relation between Bonduer gravitg anomalies and regional topography in Nevada atd the Eastern Snake River Plain Idaho, U.S. — Geol Surveg Research Brof. Paper, p. 550—B, 1966. 12. *Putnam G. R.* Relative determination of gravitg. — U.S. Coast and Geodetic Surved, App. 1, II pag. 9—50, W 1894.

Статья поступила в редколлегию 09.03.82

УДК 550.312

Э. М. ЕВСЕЕВА, М. Л. ГЛАГОЛЕВ

ОБ ИЗОСТАТИЧЕСКИ НЕСКОМПЕНСИРОВАННЫХ МАССАХ ЛИТОСФЕРЫ КАРПАТСКОГО РЕГИОНА

В последние годы изучение изостазии Карпатского региона значительно продвинулось вперед. Определенные результаты получены при детальном изучении геоида Карпат [3, 5]. В указанных исследованиях на основании отклонений реального геоида от изостатического (остаточных локальных ондуляций геоида), вычисленных в пределах некоторого ограниченного радиуса, сделаны оценки степени изостатической неуравновешенности различных по геологическому строению частей региона (блоков). Выявлен наиболее неуравновешенный блок, соответствующий Предкарпатскому передовому прогибу (рис. 1, блок III), где отмечается максимальное отрицательное значение —3 м остаточной локальной ондуляции, четко ограничивающей мощный гравитационный минимум, связанный с большим погружением подошвы коры [2]. Максимальное положительное значение +2,5 м указанных ондуляций приурочено к Закарпатскому внутреннему прогибу, хотя здесь и не удалось по причине недостаточных данных для прилегающих территорий выявить четкую аномалию геоида.

Одновременно была начата работа по составлению карты изостатических аномалий силы тяжести для Карпат и прилегающих территорий [4]. В настоящее время эта карта составлена в редукции Эри с параметрами: $T_0 = 30$ км, $\delta_T = 2{,}67$ г/см^3, $\delta_c = 0{,}6$ г/см^3 (T_0 — нормальная толщина земной коры, соответ-