

ЗАКОНОМІРНОСТІ МАКСИМАЛЬНИХ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ЗОБРАЖЕНЬ ВІЗИРНИХ ЦІЛЕЙ В ТЕРМІЧНО ТУРБУЛЕНТНІЙ АТМОСФЕРІ І МОЖЛИВОСТІ ЇХ ПРАКТИЧНОГО ВИКОРИСТАННЯ В ГЕОДИНАМІЦІ

О. Мороз, А. Островський

(Державний університет "Львівська політехніка")

Термічна турбулентність при нестійкій стратифікації атмосфери, сутність якої в хаотичних переміщеннях з прискореннями елементарних частинок повітря та вихрів, що призводить до короточасних просторових змін показника заломлення повітря – n в приземних прошарках повітря.

В результаті мають місце флуктуації (коливання) зображень віддалених предметів, так званих, візирних цілей, які розглядаються зоровими трубами оптичних приладів. Спостереження за коливаннями зображень візирних цілей показують, що турбулентність викликає спектр коливань, різних за частотою та амплітудою. При цьому, чим більше частота коливань, тим менше їх амплітуда. Мова йде про видимі коливання зображень зі спектром частот від 10-15 Гц до 1-0,1 Гц.

При зародженні турбулентності мають місце молю помітні тремтіння візирних цілей, що також носять випадковий характер.

Академік Татарський В.І. [3] запропонував формулу залежності між середньою квадратичною величиною тремтіння центру зображення штучної плями світла – σ та довжиною шляху – L ,

$$\sigma = 1.7 C_n D^{-1/6} L^{1/2}, \quad (1)$$

який проходить світловий промінь від візирної цілі до зорової труби.

В формулі (1).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}{n}}, \quad (2)$$

де: $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ – спектр амплітуд коливань

зображень в кутовій мірі; C_n – коефіцієнт, характеризуючий інтенсивність пульсацій показ-

ника заломлення повітря – n ; D – діаметр об'єктива зорової труби.

Як бачимо, формула (1) описує випадковий процес, оскільки σ – пропорційні кореню квадратному з довжини лінії – $\sqrt{L}$. До того ж при зародженні турбулентності вертикальні градієнти температури близькі до нормальних ($\gamma \approx \gamma_n$).

Таким чином, турбулентність можна розглянути як процес, що викликає випадкові зміни показника заломлення повітря, тобто викликає випадкові рефракційні явища.

Аналізуючи процес турбулентності і ведучи пошуки закономірностей в цьому процесі, ми прийшли до висновку, що максимальні (граничні) коливання зображень $\Delta\sigma_{\max}$ не описуються формулою (1), оскільки не є випадковими, а закономірними, систематичними величинами, пропорційними не $\sqrt{L}$, а довжині променя – L , регламентуються законом статистики атмосфери, точніше, законом пливучості елементарних частинок повітря в атмосфері, що оточує частинки. Тому максимальні флуктуації описуються формулами:

$$\Delta\sigma_{\max} = 8.132 \frac{P}{T^2} L \Delta\gamma_{an.e.\max}, \quad (3)$$

де:

$$\Delta\gamma_{an.e.\max} = \frac{2}{L^2} \int_0^L \Delta\gamma_{an.\max} l dl. \quad (4)$$

В формулах (3) та (4), які, по суті, є формулами аномальної вертикальної рефракції прийняті такі

позначення: $\Delta\sigma_{\max} = 2\sigma_{A_{\max}}$ – максимальний кутовий розмах коливань (флуктуацій) зображень (подвійна амплітуда $2\sigma_{A_{\max}}$) в секундах дуги, P

– тиск в Гпа. T – абсолютна температура повітря в

К, L – довжина траси, $\Delta\gamma_{an.e.\max}$ та

$\Delta\gamma_{an,max}$ відповідно, – максимальні флуктуації (подвійні амплітуди) аномальних еквівалентного та точкових вертикальних градієнтів температури, l_i – відрізки лінії L від візирної цілі до біжучої точки інтегрування, що співпадає з серединою нескінченно малих відрізків dl , в яких мають місце максимальні флуктуації $\Delta\gamma_{an,max}$ точкових аномальних градієнтів.

Таким чином, видимі в зоровій трубі розмахи коливань зображень візирних цілей є еквівалентними, тобто середньозаговими флуктуаціями, які несуть інформацію про флуктуації градієнтів температури на всьому шляху променя світла від візирної цілі до зорової труби оптичного приладу. Дійсно, користуючись прийомами чисельного інтегрування і переходячи від нескінченно малих dl до кінцевих відрізків Δl , на основі формули (4), можна показати, що:

$$\Delta\gamma_{ane,max} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} l_i \Delta l_i \Delta\gamma_{an,max,i}}{\sum_{i=1}^{i=n} l_i \Delta l_i}, \quad (5)$$

де добутки $l_i \Delta l_i$ є вагами максимальних розмахів коливань точкових градієнтів $\Delta\gamma_{an,max,i}$.

Регламентуючий максимальні коливання закон плавучості, в залежності від часу осереднення, виконується з такою ж точністю, як і основний закон статички атмосфери. В таблиці 1 наведені відносні помилки τ з якими виконуються ці закони в залежності від часу осереднення t , в секундах [4]. Як бачимо, вже при осередненнях в 1 сек. Ці закони виконуються з помилкою в 0,1%.

Таблиця 1.

Відносні помилки - τ виконання законів статички та плавучості в атмосфері в залежності від осереднення - t , в секундах.

t, c	τ	t, c	τ
10^{-2}	10^{-1}	10	10^{-4}
10^{-1}	10^{-2}	10^2	10^{-5}
1	10^{-3}	10^3	10^{-6}

Наш висновок про закономірність макстмальных коливань зображень підтверджується також тим, що формула (3) може бути отримана на основі теорії турбулентності [3] за рівнянням:

$$\Delta\sigma_{max} = 1.7 C_n D^{-1/6} L.$$

Останнє рівняння є формулою (1), в якій випадкові коливання σ замінені на систематичні максимальні (граничні) коливання $\Delta\sigma_{max}$, пропорційні не $\sqrt{L}$, а L . По суті цим доведена єдність теорії рефракції і турбулентності.

Виявлена закономірність принципово міняє існуючі уявлення стосовно максимальних коливань зображень і, як це буде зрозуміло далі, матиме велике наукове і, особливо практичне значення, оскільки дозволяє розв'язувати ряд проблем астрономії, фізики, метеорології, геодинаміки, геодезії, а саме:

- не тільки високоточно визначати, але й прогнозувати вертикальну атмосферну рефракцію; ця проблема вивчається, як відомо, більше 300 років і до цього часу остаточно не розв'язана;
- визначати вертикальні градієнти температури і вивчати температурне поле без трудомістких метеовимірів в багатьох точках простору, до того ж визначати не тільки точкові, а й осереднені на трасі аномальні градієнти температури з точністю більшою, як мінімум, на порядок, порівняно з існуючими градієнтними вимірами психрометрами;
- визначати вплив атмосфери на світло-віддалемірні та радіовіддалемірні вимірювання;
- підвищити точність всіх геодезичних вимірів і детально вивчати деформації земної кори, споруд, стан навколишнього середовища.

Приведемо фізико-математичне обґрунтування виявлених закономірностей, подамо їх геометричну інтерпретацію та експериментальну перевірку достовірності, а також покажемо вже реалізоване і можливе застосування цих закономірностей в майбутньому.

Причиною вертикальних коливань (флуктуацій) зображень візирних цілей в зорових трубах є переважно флуктуації вертикального аномального еквівалентного градієнта темпера-

тури - $\gamma_{ан.е.}$ на шляху променя світла. До такого ж висновку прийшли автори роботи [2]. Дійсно, зі всіх параметрів формули (3), як показують результати вимірів, тільки $\gamma_{ан.е.}$ флюктує з різними частотами та амплітудами. Тиск повітря на протязі окремого прийому вимірів (декількох хвилин) залишається практично сталим, так як залежить від стану усієї товщі атмосфери від рівня вимірів до верхньої її границі, а флюктуації мають місце в порівняно тонкому прошарку повітря. Мало змінюється за короткі проміжки часу і абсолютна температура повітря - T . Зрозуміло, якщо флюктує градієнти температури, то флюктує і температура і тиск. Однак, в реальних

умовах відношення $\frac{P}{T^2}$ за деякий невеликий проміжок часу має майже постійне значення. Навіть, якщо допустити, що тиск змінюється на 10 Гпа, а температура -- на 10°K, то і тоді це відношення залишається постійним з точністю 0,08%. Звичайно такі значні зміни метеопараметрів за короткі проміжки часу - не реальні. Тому видимі максимальні коливання $\Delta\sigma_{max}$ пропорційні максимальним флюктуаціям вертикальних градієнтів $\Delta\gamma_{max}$, а

$8.132 \frac{P}{T^2} L$ - відомий коефіцієнт пропорційності. Позначивши для деякої лінії.

$8.132 \frac{P}{T^2} L = C = const$; надамо формулі (3) вигляду:

$$\Delta\sigma_{max} = C \Delta\gamma_{ан.е. max} \quad (6)$$

На основі всього вищевикладеного і формули (6) можна стверджувати, що двом миттєвим градієнтам температури, тобто максимальному $\gamma_{ан.е. max}$ та мініимальному

$\gamma_{ан.е. min}$ будуть відповідати видимі в зоровій трубі два екстремальні положення візирної цілі, яким, в свою чергу, відповідають два миттєвих екстремальних значення часткової аномальної рефракції $\delta_{ан. max}$ і $\delta_{ан. min}$. Різниця екстремальних значень часткових рефракцій дасть максимальний розмах коливань зображень візирної цілі (подвійну амплітуду флюктуацій) в

кутовій мірі: $\Delta\delta_{max} = \delta_{ан. max} - \delta_{ан. min}$.

Оскільки у кутовій мірі флюктуації - $\Delta\sigma_{max}$ (формула (3)) є не що інше, як флюктуації рефракцій - $\Delta\delta''_{max}$, то зрозуміло, що $\Delta\sigma''_{max} = \Delta\delta''_{max}$.

Покажемо, що коли спостерігач відстежує середнє положення візирної цілі, що коливається, тоді

$$\frac{\Delta\delta_{max}}{2} = \delta_{ан. ср.}, \quad (7)$$

тобто покажемо, що середня аномальна вертикальна рефракція дорівнює максимальній амплітуді коливань зображень візирної цілі в кутовій мірі.

Максимальні флюктуації вертикальних аномальних градієнтів температури в термічно турбулентній атмосфері найбільш точно і просто описуються законом пливучості елементарних повітряних частинок. Цей закон пояснює причини і дозволяє встановити границі флюктуацій $\gamma_{ан. min}$ та $\gamma_{ан. max}$.

На повітряні частинки одиничного об'єму, як відомо, діє дві сили:

1) сила тяжіння, направлена вертикально вниз і рівна $dP = g\rho_i$ (ρ_i - густина частинки, g - прискорення сили тяжіння);

2) виштовхувальна сила Архімеда, направлена вверх і рівна $dP_A = g\rho_e$ (ρ_e - густина повітря, що навколо частинки). Результуюча цих двох сил і є силою пливучості.

На основі головного закону статки атмосфери можна для сили пливучості записати:

$$(dP_A - dP)/h = g(\rho_e - \rho_i). \quad (8)$$

Під дією сили плавучості частинки повітря отримують прискорення [1]

$$\frac{d^2h}{dt^2} = g \frac{\rho_e - \rho_i}{\rho_i} - g \frac{T_i - T_e}{T_e}, \quad (9)$$

де T_i та T_e - абсолютні температури повітряних частинок та повітря, що їх оточує.

Нагадаємо, що термодинамічний процес називається адиабатичним, якщо він відбувається без теплообміну частинки повітря, що рухається, з навколишнім повітряним середовищем. При адиабатичному підйомі деякої повітряної частинки її температура T_i завжди падає ($dT_i/dh < 0$), що пов'язано з втратою частинкою внутрішньої енергії на роботу її розширення. Зрозуміло, що при адиабатичному опусканні частинка нагрівається також за рахунок власної енергії частинки, що виділяється під час її стиснення.

Сухоадиабатичним градієнтом називається пониження температури при адиабатичному підйманні сухої повітряної частинки, при цьому:

$$\gamma_{ад.} = \gamma_n = -0,0098 \text{ град} / \text{м}. \quad (10)$$

Тут $\gamma_{ад.}$ - адиабатичний градієнт, який ще називають також нормальним градієнтом.

До того ж вертикальний градієнт температури γ складається з двох частин

$$\gamma = \gamma_n + \gamma_{ан.} \quad (11)$$

При $\gamma_{ан.} = 0$, $\gamma = \gamma_n$ - термічні коливання зображень відсутні. Такий стан повітря називається байдужим, нейтральним. Наявність коливань зображень вказує на те, що за модулем $\gamma > \gamma_n$, тобто обов'язково мають місце аномальні

градієнти - $\gamma_{ан.}$. Якщо $\gamma = \gamma_n$ і на деякому вихідному рівні $T_{oi} = T_{oe}$, $\rho_{oi} = \rho_{oe}$, а далі частинка адиабатично піднімається вгору, або опускається вниз, то, як на верху,

$$T_{vi} = T_{ve}, \quad \rho_{vi} = \rho_{ve} \quad \text{так і внизу,}$$

$T_{ni} = T_{ne}$, $\rho_{ni} = \rho_{ne}$. Таким чином, на якому б рівні частинка не знаходилась, прискорення її руху, у відповідності з (9), рівне нулю. При цьому турбулентні рухи (рухи з прискореннями) не можливі. Можуть мати місце ламінарні рухи (без прискорення), які в зорову трубу не помітні. Динамічна турбулентність підсилює процес і не змінює суті справи. Якщо ж

$|\gamma| > |\gamma_n|$, тобто температура падає з висотою більше, ніж на $0,98^\circ\text{C}$ на 100 м і на вихідному рівні

$$T_{oi} = T_{oe}, \quad \rho_{oi} = \rho_{oe}, \quad \text{а потім частинка буде}$$

адиабатично підніматись чи опускатись, то в верху

$$T_{vi} > T_{ve}, \quad \text{а} \quad \rho_{vi} < \rho_{ve}; \quad \text{навіпаки, внизу}$$

$$T_{ni} < T_{ne}, \quad \rho_{ni} > \rho_{ne}. \quad \text{Тому, при такому}$$

стані атмосфери, що називається нестійким, на верхньому рівні частинки отримують додатне

прискорення ($\rho_{ve} > \rho_{vi}$) і будуть рухатись

вверх, а на нижньому ($\rho_{ne} < \rho_{ni}$) - від'ємне

прискорення і будуть рухатись вниз, тобто при

такій стратифікації атмосфери розвиваються

турбулентні рухи і флюктують градієнти

температури відносно деякого середнього $\gamma_{е.ср.}$.

Таким чином турбулентність можна розглядати як намагання атмосфери, під дією сили пливучості, повернутися в нейтральний стан, при якому $\gamma = \gamma_n$. Частинки повітря рухаються

турбулентно до тих пір, аж поки їх прискорення не

стане рівним нулю. Останнє, у відповідності з (8)

наступить тільки при $T_e = T_i$ і $\rho_e = \rho_i$. Але

при цьому настає байдужий стан, тобто

$$\gamma = \gamma_n, \quad \text{а} \quad \gamma_{ан.е. \min.} = 0. \quad \text{Так, що}$$

$\gamma_{ан.е. \min.} = 0$ є одна границя флюктуацій

еквівалентних градієнтів. При цьому

$$\Delta\gamma_{ан.е. \max} = \gamma_{ан.е. \max} - \gamma_{ан.е. \min} = \gamma_{ан.е. \max}.$$

Оскільки коливання семетричні відносно деякого

середнього $\gamma_{ан.е.ср.}$, то другою границею

флюктуації $\gamma_{ан.е. \max}$ буде градієнт рівний

$$2\gamma_{ан.е.ср} = \Delta\gamma_{ан.е. \max} = \gamma_{ан.е. \max}. \quad \text{Звідси}$$

середній градієнт, який нас цікавить (амплітуда

флюктуацій градієнтів температури), знайдеться з

виразу

$$\gamma_{ан.е.ср} = \frac{\gamma_{ан.е. \max} + \gamma_{ан.е. \min}}{2} = \frac{\gamma_{ан.е. \max}}{2}. \quad (12)$$

Зауважимо, що симетричність коливань настільки точна, наскільки спостерігачу вдасться наводити зорову трубу на вісь симетрії коливань візирної цілі. Зрозуміло, що помилки наведення труби

мають випадковий характер і при багатократних наведеннях компенсуються

Частинкам повітря буде вдаватись повернутись в байдужий стан аж поки в усьому прошарку повітря, через який проходить промінь світла, сила плавучості буде рівна нулю. Дійсно, прирівнявши (8) до нуля, запишемо

$$g(\rho_e - \rho_i) = 0. \quad (13)$$

Так як $g \neq 0$, то умова (13) виконується при $\rho_e = \rho_i$ в усьому прошарку проходження променя. Другими словами: частинкам повітря вдається повернутися до вихідного стану, при якому ($\gamma = \gamma_n$), аж до деякого критичного момента, коли густина повітря не змінюється з висотою, тобто, коли

$$d\rho_{\Pi} / dh = dn / dh = 0. \quad (14)$$

В (14) $d\rho_{\Pi} / dh$ dn / dh - відповідно вертикальні градієнти густини і показника заломлення повітря. Але, якщо виконується умова (14), тобто ні густина, ні показник заломлення повітря не змінюються з висотою, то вертикальна рефракція $\delta_{cp} = 0$. Взагалі, вертикальна рефракція при нестійкій стратифікації визначається за формулою:

$$\delta_{cp} = 0.198 \frac{P}{T^2} L - 8.132 \frac{P}{T^2} L \gamma_{ан.ср}. \quad (15)$$

В цій формулі перший член в правій частині - нормальна рефракція - δ_n :

$$\delta_n = 0.198 \frac{P}{T^2} L. \quad (16)$$

Другий член формули (15) - аномальна рефракція.

$$\delta_{ан} = 8.132 \frac{P}{T^2} \gamma_{ан.ср} L. \quad (17)$$

Таким чином, формулу (15) можна записати скорочено.

$$\delta_{cp} = \delta_n - \delta_{ан}. \quad (18)$$

Зрозуміло, якщо $\delta_{cp} = 0$, то $\delta_n = \delta_{ан}$. Прирівнявши (15) до нуля при довільних P, T і L , знайдемо $\gamma_{ср} = 0.0244 \text{ град/м}$. До такого ж результату можна прийти і іншим шляхом. Дійсно, скористуємось формулою густини повітря ρ_{Π}

$$\rho_{\Pi} = \frac{P}{R_{\Pi} T}, \quad (19)$$

де $R_{\Pi} = 287.05$ Дж/кг.град - газова стала повітря. Після деяких перетворень формули (19), можна

$$\begin{aligned} \text{показати, що при } \frac{d\rho_{\Pi}}{dh} &= 0: \\ -\frac{dT}{dh} &= \gamma = \frac{g}{R_B}. \end{aligned} \quad (20)$$

Враховуючи, що $g = 9.80616 \text{ м/с}^2$, отримаємо

$$\gamma = \frac{dT}{dh} = -0.342 \text{ град/м}.$$

Але $\gamma = \gamma_n + \gamma_{ан}$. Оскільки $\gamma_n = -0.0098 \text{ град/м}$, то $\gamma_{ан} = -0.0244 \text{ град/м}$. Отже, якщо вертикальні градієнти густини і показника заломлення повітря дорівнюють нулю (мова йде про середні градієнти за малий проміжок часу), то миттєві аномальні градієнти температури флюктують в границях від нуля до 0.0488 град/м . Залишається розглянути, як будуть флюктувати максимальні еквівалентні градієнти температури при зростанні густини повітря з висотою. При $|\gamma_{ан.ср}| > 0.0244 \text{ град/м}$ відбувається те, на

що, ще В.Я.Струве [5] звернув увагу: важкі частинки повітря будуть рухатись вверх, а легкі вниз, тобто частинки змінюють напрямок руху на 180° . При зростанні густини повітря з висотою продовжують зростати флюктуації миттєвих градієнтів, а значить (у відповідності з (6)) розмах

коливань зображень візорних цілей - $\Delta\sigma_{max}$. Однак, тепер важкі частинки, що рухаються вверх не можуть піднятися до висоти, на якій градієнти дорівнюють γ_n , а $\gamma_{ан} = 0$. Проте вони піднімаються до рівня, на якому $\gamma_{ан.ср} = 0.0244 \text{ град/м}$, тобто до рівня

$\frac{d\rho_{II}}{dh} = 0$. Зате, починаючи з цього рівня вгору будуть рухатись легкі частинки, які, як звичайно, з прискоренням переміщуються до байдужого стану повітря, коли $\gamma_{an} = 0$. Таким чином, і при зростанні густини повітря з висотою справедлива формула (12)

$$\gamma_{ane_{cp}} = \frac{\gamma_{ane_{min}} + \gamma_{ane_{max}}}{2} = \frac{0 + 2\gamma_{e_{an_{cp}}}}{2} = \gamma_{e_{an_{cp}}}$$

Так що, дійсно, в термічно турбулентній атмосфері максимальні флуктуації аномальних, еквівалентних вертикальних градієнтів температури і зображень візорних цілей за проміжки часу порядку 1-10 сек є систематичними, закономірними і описуються законом пливучості елементарних частинок повітря в атмосфері. Сформулюємо виявлені закономірності максимальних (за амплітудою) флуктуацій аномальних вертикальних градієнтів температури та аномальних рефракцій в термічно турбулентній атмосфері:

1. При падінні густини повітря з висотою аномальні еквівалентні градієнти флуктують в границях від $\gamma_{e_{min}} = 0$ до $\gamma_{e_{max}} = 2\gamma_{e_{cp}}$, тобто від нуля до двох середніх еквівалентних градієнтів.

2. В періоди, коли середній вертикальний градієнт густини повітря дорівнює нулю, еквівалентні градієнти температури флуктують в границях від $\gamma_{ane_{min}} = 0$ до $\gamma_{ane_{max}} = 0.0488 \text{ град} / \text{м}$.

3. При зростанні густини повітря з висотою важкі частинки повітря рухаються вгору, а легкі – вниз. Важкі частинки повітря з прискоренням піднімаються тільки до рівня $\frac{d\rho_{II}}{dh} = 0$, коли середні аномальні градієнти температури $\gamma_{an} = 0.0244 \text{ град} / \text{м}$. Такий стан повітря є сприятливим для руху з прискоренням легких частинок аж до байдужого стану повітря. В результаті і при зростанні густини повітря з висотою аномальні градієнти флуктують в

границях від нуля до $2\gamma_{an_{сер}}$.

4. Максимальні амплітуди флуктуацій вертикальних аномальних еквівалентних градієнтів температури за короткі проміжки часу 1-10 сек дорівнюють середньому аномальному еквівалентному градієнту температури.

Таким чином доведено важливу теорему: в термічно турбулентній атмосфері максимальна кутова амплітуда коливань зображень візорних цілей за короткий проміжок часу (одна-декілька секунд) дорівнює середній аномальній рефракції. Звідси, не трудно зрозуміти і практичне застосування виявлених закономірностей: вимірявши максимальний кутовий розмах коливань візорних цілей за проміжок часу 1-10 сек і взявши його половину (амплітуду), отримаємо

середню аномальну рефракцію - $\delta_{an_{сер}}$, якою спотворена виміряна зенітна віддаль (зенітний кут); навпаки: якщо відома аномальна рефракція, то на основі (6) можна знайти середній аномальний еквівалентний градієнт температури $\gamma_{an_{e_{сер}}}$.

Резюмуючи все вищевикладене, зробимо висновок: максимальні амплітуди коливань зображень візорних цілей описуються не формулою (1), а формулою (3) і, як систематичні величини, пропорційні не $\sqrt{L}$, а довжині ліній - L .

Для більшої наочності дамо геометричну інтерпретацію явища і покажемо, що коли спостерігач відстежує середнє положення візирної цілі, що коливається, тоді середня аномальна рефракція дорівнюватиме максимальній амплітуді

$$\left(\frac{\Delta\delta_{max}}{2} \right) \text{ коливань зображень візирної цілі,}$$

тобто ще раз геометрично покажемо справедливість формули (7).

Звернемось до рис. 1, на якому (для спрощення доказу) моделі розповсюдження світла з точки В в точку А, подані у вигляді кругових кривих, що принципово не змінює строгості викладення питання, яке розглядається

Нехай при мініальному миттєвому значенні градієнта $\gamma_{min} = \gamma_n$, а $\gamma_{an} = 0$, тобто коли має місце тільки нормальна рефракція - δ_n , а аномальна рефракція - $\delta_{an} = 0$, світло від візирної цілі (в точці В) розповсюджується до

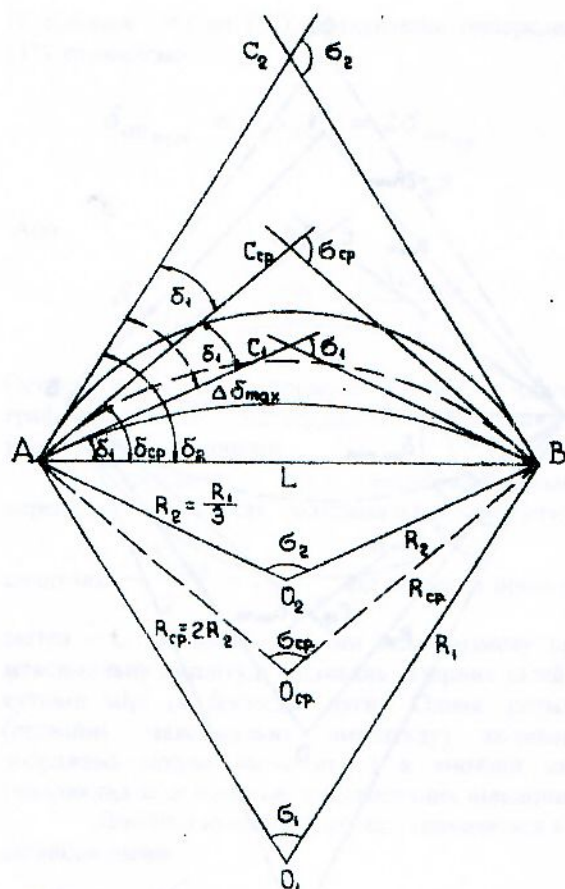


Рис. 1. Геометрична інтерпретація визначення аномальної рефракції за коливаннями зображень візорних цілей.

оптичного приладу (в точці А) по кривій радіуса R_1 . Цій миті відповідає повна нормальна рефракція σ_1 та часткова рефракція δ_1 .

Далі, нехай при максимальному миттєвому значенні градієнта $\gamma_{\max}$, коли $\gamma_{\max} = \gamma_n + \gamma_{an}$, світло розповсюджується по кривій радіуса R_2 і кут повної рефракції в цю мить - σ_2 , а часткової - δ_2 . Так як кути σ_1 та σ_2 малі, оскільки радіуси кривих розповсюдження світла звичайно більші радіуса Землі - R_3 , а лінії L - не перевищують декількох десятків кілометрів, то з трикутників ABO_1 та ABO_2 з достатньою точністю можна записати

$$\frac{L}{R_1} = \frac{\sigma_1''}{\rho''} \quad \sigma_1'' = \rho'' \frac{L}{R_1}; \quad (21)$$

$$\frac{L}{R_2} = \frac{\sigma_2''}{\rho''} \quad \sigma_2'' = \rho'' \frac{L}{R_2}. \quad (22)$$

Як відомо (це очевидно і з рисунка 1), часткові

рефракції $\delta_1'' = \frac{\sigma_1''}{2}$ та $\delta_2'' = \frac{\sigma_2''}{2}$, тому

$$\delta_1'' = \frac{1}{2} \rho'' \frac{L}{R_1}; \quad (23)$$

$$\delta_2'' = \frac{1}{2} \rho'' \frac{L}{R_2}. \quad (24)$$

Так як спостерігач відстежує середнє (симетричне) положення візорної цілі, що коливається, то цьому середньому напрямку буде відповідати рефракція

$\delta_{an.cp.}$ або

$$\delta_{an.cp.}'' = \frac{1}{2} \rho'' \frac{L}{R_{cp.}} \quad (25)$$

Як бачимо, повні рефракції σ_i та часткові δ_i обернено пропорційні радіусам кривих розповсюдження світла. Встановимо співвідношення радіусів, які завжди матимуть місце, якщо спостерігач відстежує симетричне (середнє) положення візорної цілі. Якщо переходити від R_{cp} до більшого радіуса R_1 , або, навпаки, від R_{cp} до меншого радіуса R_2 , то, при симетричних спостереженнях, зміни радіусів по модулю повинні бути однаковими. Нехай довжини радіусів змінюються на умовну одиницю довжини. Крім того, враховуючи, що всі радіуси довільні, покладемо найменший радіус R_2 рівним такій же одиниці довжини. Тоді між радіусами буде співвідношення

$$R_2 : R_{cp} : R_1 = 1 : 2 : 3 \quad (26)$$

На основі співвідношення (26) маємо:

$$\frac{R_2}{R_{cp}} = \frac{1}{2}; \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{3}, \quad (27)$$

Тому

$$R_{cp} = 2R_2; \quad (28)$$

$$R_1 = 3R_2. \quad (29)$$

Контроль:

$$R_{cp} = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{3R_2 + R_2}{2} = 2R_2. \quad (30)$$

Поділимо (24) на (23), враховуючи (28) або (30). Отримаємо

$$\frac{\delta_2''}{\delta_1''} = \frac{\frac{1}{2} \rho'' \frac{L}{3R_2}}{\frac{1}{2} \rho'' \frac{L}{R_2}} = 3; \quad \delta_2'' = 3\delta_1''. \quad (31)$$

Безпосередньо з рис.1, запишемо

$$\Delta\delta_{\max}'' = \delta_2'' - \delta_1'' = 3\delta_1'' - \delta_1'' = 2\delta_1''. \quad (32)$$

Таким чином, максимальній зміні градієнтів $\Delta\gamma_{\max} = (\gamma_{\max} - \gamma_n) = \gamma_{an}$ відповідає максимальна зміна $\Delta\delta_{\max}'' = 2\delta_1''$.

Звідси амплітуда максимальних коливань

$$\delta_1'' = \frac{\Delta\delta_{\max}''}{2}. \quad (33)$$

Дійсно, якщо у виміряну зенітну віддаль (коли вимірювання велось на середнє положення візирної цілі) ввести поправку за рефракцією - δ_1'' , то вона (зенітна віддаль - зенітний кут) буде обтяжена тільки помилкою за нормальну рефракцію ($\delta_n = \delta_1$), а вплив аномальної рефракції буде зведено до нуля. Однак, рис.1 не враховує, що в термічно турбулентній атмосфері аномальна рефракція - від'ємна, а нормальна - завжди додатна. Насправді, при $\gamma_{an} = 0$, рефракція $\delta_{an, \min} = 0$, а радіус $R_{an} = \infty$ (рис 2).

Так як γ_{an} коливається в границях від $\gamma_{an, \min} = 0$ до $\gamma_{an, \max} = 2\gamma_{an, cp}$, то $\Delta\gamma_{an, \max} = \gamma_{an, \max} - \gamma_{an, \min} = 2\gamma_{an, cp}$. Відповідно радіуси $R_{\min}$ (при $\gamma_{an, \max}$) та R_{cp} будуть знаходитись у співвідношенні

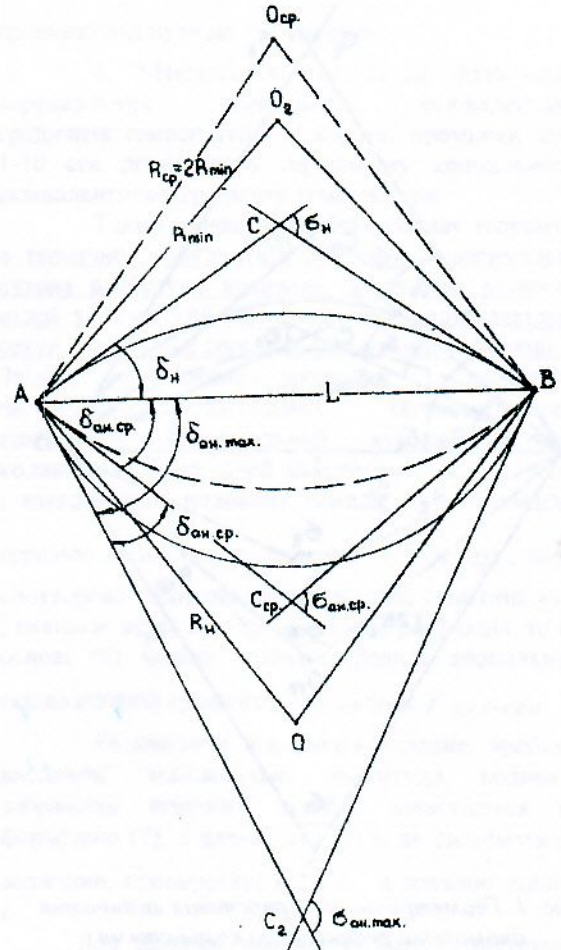


Рис. 2. До визначення аномальної рефракції за коливаннями зображень візирних цілей з врахуванням її від'ємного значення.

$$\frac{R_{\min}}{R_{cp}} = \frac{1}{2}, \quad (34)$$

або, завжди, при симетричних спостереженнях:

$$R_{cp} = 2R_{\min}. \quad (35)$$

На основі (23) та (24), можемо записати:

$$\delta_{an, \max}'' = \frac{1}{2} \rho'' \frac{L}{R_{\min}}; \quad (36)$$

$$\delta_{an, cp}'' = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho''} \frac{L}{R_{cp}}. \quad (37)$$

Поділивши (36) на (37), врахувавши попередньо (35), отримаємо:

$$\delta_{an\max} = \Delta\delta_{\max} = 2\delta_{an\cdot cp}.$$

Або:

$$\delta_{an\cdot cp} = \frac{\delta_{an\cdot\max}}{2} = \frac{\Delta\delta_{\max}}{2}.$$

Остання формула і є формула (7). Таким чином, графо-аналітично підтверджена справедливість вище доведеної теореми.

Перейдемо до експериментальної перевірки залежності максимальної амплітуди

коливань $\frac{\Delta\delta_{\max}''}{2} = \delta_{an\cdot cp}''$ від довжини променя

світла – L . До цього часу ми вели розмову про максимальну амплітуду коливань візирних цілей в кутовій мірі (в секундах дуги). Однак, розмах (подвійну максимальну амплітуду) коливань зображень можна визначити і в лінійній мірі (наприклад за допомогою високоточних нівелірів)

Лінійні і кутові флуктуації знаходяться в співвідношенні

$$\frac{\Delta r_{\max}}{L} = \frac{\Delta\delta_{\max}''}{\rho}, \quad \Delta r_{\max} = \frac{\Delta\delta_{\max}''}{\rho} L. \quad (38)$$

Підставимо значення $\Delta\sigma_{\max}'' = \Delta\delta_{\max}''$ з формули (3), в формулу (38) і отримаємо:

$$\Delta r_{\max} = 0.039425 \frac{P}{T^2} \Delta\gamma_{an\max} L^2. \quad (39)$$

Порівнюючи формули (3) та (38) зауважимо, що

$$\Delta\delta_{\max}'' = f_1(L), \text{ тоді як } \Delta r_{\max(mm)} = f_2(L^2).$$

Одночасно, за формулою (1) $\Delta\delta_{\max}'' = f_3(L^{1/2})$ і, у відповідності з формулами (1) та (39),

$$\Delta r_{\max(mm)} = f_4(L^{3/2}).$$

Завданням експеримента було: визначити фактичну залежність $\Delta\delta_{\max}''$ та $\Delta r_{\max(mm)}$ від довжини лінії L . При експериментальних спостереженнях вибрані довжини ліній складали:

$L_i = 10, 25, 33, 40, 45, 50, 60$ метрів при висоті візирних променів 1,6 м. Для збільшення надійності результатів експеримента спостереження велись над трьома різними за альbedo підстелюючими поверхнями: асфальт, ґрунтова дорога, луки. Виконано над трьома поверхнями на кожній довжині L_i по 60 фіксацій максимального розмаху коливань зображень штрихів нівелірної рейки. Коливання зображень фіксувались бісектором нівеліра НА спочатку в умовних балах (в одиницях максимальної ширини кутового бісектора труби). Умовні бали переводились в мм. Середня квадратична помилка визначення максимальних флуктуацій зображень штрихів рейки дорівнювала $m_\phi = 0,0104$ мм. На основі співвідношення (39) знайдені кутові амплітуди флуктуацій (в секундах дуги). Значення максимальних амплітуд в мм і в секундах дуги наведені в таблиці 2. В цій же таблиці приведені значення амплітуд, знайдені за формулами:

$$r_{\max L_i} = r_{\max 60} \frac{L_i^2}{60^2}; \quad (40)$$

$$\delta_{\max L_i}'' = \delta_{\max 60}'' \frac{L_i}{60}, \quad (41)$$

тобто за припущеннями, що $r_{\max} = f_2(L^2)$, а $\delta_{\max}'' = f_1(L)$. Накінець, знайдені значення максимальних амплітуд за формулами

$$r_{\max L_i} = r_{\max 60} \frac{L_i^{3/2}}{60^{3/2}}. \quad (42)$$

$$\delta_{\max L_i}'' = \delta_{\max 60}'' \frac{L_i^{1/2}}{60^{1/2}}, \quad (43)$$

тобто за припущеннями, що $r_{\max} = f_4(L^{3/2})$, $\delta_{\max}'' = f_3(L^{1/2})$. Як видно з формул (40)-(43), при обчисленнях, за вихідні значення амплітуд приймалися їх значення при $L = 60$ м.

Для дослідження точності справдження гіпотез - допущень про пропорційність максимальних лінійних флуктуацій L^2 та $L^{3/2}$, а кутових флуктуацій - L_i та $L_i^{1/2}$, знайдені помилки

$$V_{r(L_i^2)} = r(L_i^2) - r_{\max_i}; \quad (44)$$

$$V_{\delta(L_i^{1/2})} = \delta(L_i^{1/2}) - \delta_{\max_i}. \quad (47)$$

$$V_{r(L_i^{3/2})} = r(L_i^{3/2}) - r_{\max_i}; \quad (45)$$

$$V_{\delta(L_i)} = \delta(L_i) - \delta_{\max_i}; \quad (46)$$

Як видно з формул (44)-(47) ці помилки є різницями між обчисленими та виміряними значеннями максимальних амплітуд флуктуацій.

Значення $V_{r(L_i^2)}$, $V_{r(L_i^{3/2})}$, $V_{\delta(L_i)}$, $V_{\delta(L_i^{1/2})}$

Таблиця 2.

Результати експериментальних досліджень залежності максимальних лінійних та кутових амплітуд флуктуацій зображень візорних цілей від довжини світлового променя в термічно турбулентній атмосфері

Підсте- люючі поверхні	Дов- жини ліній, L (м)	Максимальні лінійні амплітуди флуктуацій в мм $r_{\max_i}$ (мм)	Максимальні кутові амплітуди флуктуацій (в секундах дуги) $\delta_{\max_i}$	Лінійні та кутові амплітуди при допущеннях			
				$r_i = f(L_i^2)$ (мм)	$r_i = f(L_i^{3/2})$ (мм)	$\delta_i = f(L_i)$ "	$\delta_i = f(L_i^{1/2})$ "
1	2	3	4	5	6	7	8
Асфальт	10	0,06	1,24	0,06	0,14	1,20	2,95
	25	0,38	3,14	0,36	0,56	3,01	4,67
	33	0,66	4,12	0,64	0,86	3,97	5,34
	40	0,92	4,74	0,93	1,14	4,81	5,90
	45	1,23	5,64	1,18	1,36	5,42	6,26
	50	1,56	6,44	1,46	1,60	6,02	6,60
Грунтова Дорога	60	2,1	7,22	(2,10)	(2,10)	(7,22)	(7,22)
	10	0,03	0,62	0,05	0,12	1,04	2,54
	25	0,24	1,98	0,31	0,49	2,59	4,01
	33	0,52	3,25	0,55	0,74	3,42	4,61
	40	0,76	3,92	0,80	0,98	4,15	5,08
	45	1,00	4,58	1,02	1,18	4,66	5,39
Луг	50	1,33	5,49	1,26	1,38	5,18	5,68
	60	1,81	6,22	(1,81)	(1,81)	(6,22)	(6,22)
	10	0,02	0,41	0,04	0,11	0,90	2,22
	25	0,21	1,73	0,27	0,42	2,26	3,51
	33	0,40	2,50	0,48	0,64	2,99	4,03
	40	0,61	3,14	0,70	0,86	3,62	4,43
	45	0,86	3,94	0,89	1,03	4,07	4,71
	50	1,09	4,50	1,10	1,20	4,52	4,96
	60	1,58	5,43	(1,58)	(1,58)	(5,43)	(5,43)

наведені в таблиці 3. Середні квадратичні помилки з якими справджуються гіпотези - допущення, що аналізуються, виявились:

$$m_{r(L_i)} = 0.051 \text{ мм}, \quad m_{r(L_i^{3/2})} = 0.176 \text{ мм};$$

$$m_{\delta(L_i)} = 0.33''; \quad m_{\delta(L_i^{1/2})} = 1.33''.$$

Знайдемо відношення ваг P_i , які, як відомо, є величинами оберненими до квадратів середніх

квадратичних помилок. Ваги є ступіннями довіри до гіпотез.

$$\frac{P_{r(L_i^2)}}{P_{r(L_i^{3/2})}} = \frac{m_{r(L_i^{3/2})}^2}{m_{r(L_i^2)}^2} = \frac{(0.176)^{3/2}}{(0.051)^2} = 12;$$

$$\frac{P_{\delta(L_i)}}{P_{\delta(L_i^{1/2})}} = \frac{m_{\delta(L_i^{1/2})}^2}{m_{\delta(L_i)}^2} = \frac{(1.33)^2}{(0.33)^2} = 15$$

Таблиця 3.

Середні квадратичні помилки, з якими справджуються гіпотези стосовно пропорційності максимальних лінійних флуктуацій зображень (L_i^2) і $(L_i^{3/2})$ та кутових флуктуацій - (L_i) і $(L_i^{1/2})$.

Поверхні	Довжини ліній	Помилки справдження гіпотез:			
		$\nu_r(L_i^2)$ мм	$\nu_r(L_i^{3/2})$ мм	$\nu_\delta(L_i)$ "	$\nu_\delta(L_i^{1/2})$ "
1	2	3	4	5	6
Асфальт	10	0,00	+0,08	-0,04	+1,71
	25	-0,02	+0,18	-0,13	+1,53
	33	-0,02	+0,20	-0,15	+1,22
	40	+0,01	+0,22	+0,07	+1,26
	45	-0,05	+0,13	-0,22	+0,62
	50	-0,10	+0,04	-0,42	+0,16
	60	(0,00)	(0,00)	(0,00)	(0,00)
Грунтова дорога	10	+0,02	+0,09	+0,42	+1,92
	25	+0,07	+0,25	+0,61	+2,04
	33	+0,03	+0,22	+0,17	+1,36
	40	+0,04	+0,22	+0,23	+1,16
	45	+0,02	+0,18	+0,08	+0,81
	50	-0,07	+0,05	-0,31	+0,19
	60	(0,00)	(0,00)	(0,00)	(0,00)
Луг	10	+0,02	+0,09	+0,49	+1,81
	25	+0,06	+0,21	+0,53	+1,78
	33	+0,07	+0,24	+0,49	+1,53
	40	+0,09	+0,25	+0,48	+1,29
	45	-0,03	+0,17	+0,13	+0,77
	50	+0,01	+0,11	+0,02	+0,46
	60	(0,00)	(0,00)	(0,00)	(0,00)

Як бачимо, ступінь довіри до гіпотези про пропорційність максимальних лінійних та кутових амплітуд флуктуацій відповідно L_i^2 і L_i в 12-15 разів більша, ніж до гіпотези про пропорційність їх відповідно $L_i^{3/2}$ і $L_i^{1/2}$. Так що ця (остання) гіпотеза взагалі відкидається, як помилкова.

Таким чином, як теоретично, так і експериментально доведена справедливості теореми: середня аномальна вертикальна рефракція дорівнює максимальній амплітуді коливань зображень візирних цілей в кутовій або лінійній мірі.

Теорема вже знайшла застосування:

1) при визначенні поправок за вертикальну рефракцію в тригонометричному нівелюванні з точністю біля 1". і дозволила підвищити точність тригонометричного нівелювання;

2) при визначенні поправок в результати геометричного нівелювання з точністю 0,03 мм. Це особливо важливо при геодинамічних дослідженнях;

3) при світловіддаємірних вимірюваннях на геодинамічних полігонах, наприклад, полігонах атомних електростанцій (АЕС);

4) при виченні закономірностей зміни температури з висотою;

5) при прогнозуванні атмосферних впливів в проектах створення високоточних геодезичних мереж.

Для більш повного розуміння значимості встановлених закономірностей турбулентності, вважаємо за необхідне звернути увагу читача на наступне:

1. Використання максимальних коротко-строкових (одна – декілька секунд) флуктуацій показника заломлення повітря надзвичайно спрощує визначення та корекції негативних

впливів на астрономо-геодезичні вимірювання просторової неоднорідності густини атмосфери, яка спричиняє непрямолінійність та нерівномірність розповсюдження ЕМХ. Використання закономірностей виключає необхідність виконання трудомістких робіт (які виконувались раніше при необхідності врахування атмосферних впливів на виміри), а саме, виключає: високоточне геометричне нівелювання, вимірювання метеопараметрів в багатьох точках на шляху променя, визначення еквівалентних висот променя на основі топографічних карт.

2. При розробці методів визначення рефракції неврахування об'єктивно існуючих закономірних, максимальних флуктуацій показника заломлення повітря, прийняття їх випадковими, непередбачуваними, призводить до помилкових результатів.

Література

1. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. –Л.: Гидрометеоиздат, 1984, с. 751.
2. Стробен Д. Распространение лазерного пучка в атмосфере (перевод с английского). – М.: "Мир", 1981, 414 с.
3. Татарский В.И.. Распространение волн в турбулентной атмосфере.–М.: "Наука", 1968, 548 с.
4. Юношев Л.С. Астрономо-геодезические наблюдения сквозь трехмерно-неоднородную атмосферу. Ж-л "Геодезия и картография".–М., № 8, 1991, с.5-9.
5. Struve W. Beschreibung der Ermittlung des Höhenunterschiedens zwischen dem Schwarzen und dem Caspischen Meere... in den Jahren 1836 und 1937 von G.Fuss, A.Sawitsch und G.Sabler ausgeführten Messungen... St.-Petersbourg, 1849, 150 s.

A. Moroz, A. Ostrovskiy

THE REGULARITIES OF MAXIMAL VERTICAL FLUCTUATIONS OF OBJECT IMAGES IN A THERMALLY TURBULENT ATMOSPHERE AND POSSIBILITIES OF THEIR PRACTICAL APPLICATIONS IN GEODYNAMICS

Summary

The following theorem was proved on the basis of the law of air's elementary particle floating in the atmosphere: *in a thermally turbulent atmosphere, maximal amplitude of fluctuations of object images within short time span (near some seconds) is equal to anomalous vertical refraction expressed in angular or linear scale*. The correctness of the theorem is confirmed by the graphical and analytical methods. Application of the theorem solves problems of improvement of measurement accuracy in astronomy, geodesy, and especially in geodynamics by means of accounting of atmospheric influences. In addition, it allows to determine both point and integral values of gradients for major meteorological parameters on the basis of solutions of inverse problems of refraction.

А. Мороз, А. Островский

ЗАКОНОМЕРНОСТИ МАКСИМАЛЬНЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ ВИЗИРНЫХ ЦЕЛЕЙ В ТЕРМИЧЕСКИ ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ГЕОДИНАМИКЕ

Резюме

На основании закона плавучести элементарных частичек воздуха в окружающей их атмосфере доказана теорема: *в термически турбулентной атмосфере максимальная амплитуда колебаний изображений визирных целей за короткий промежуток времени (одна – несколько секунд) равна аномальной вертикальной рефракции в угловой или линейной мере*. Доказательство теоремы подтверждено графо-аналитическим методом. Использование теоремы решает вопросы повышения точности измерений в астрономии, геодезии и, особенно, в геодинамике путем учета атмосферных влияний, а также позволяет определять не только точечные, но и интегральные значения градиентов основных метеопараметров из решения обратных задач рефракции.