

Ю. В. МОРКОТУН

ВЛИЯНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ИЗМЕРЕННЫХ УГЛОВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ УРАВНИВАНИЯ ТРИАНГУЛЯЦИИ

Известно, что смежные, имеющие общее направление измеренные углы в триангуляции являются величинами статистически зависимыми [2, 3]. Коэффициент корреляции между такими углами равен минус 0,5. При уравнивании этой зависимостью пренебрегают, считая все измеренные углы статистически независимыми, что искажает результаты уравнивания.

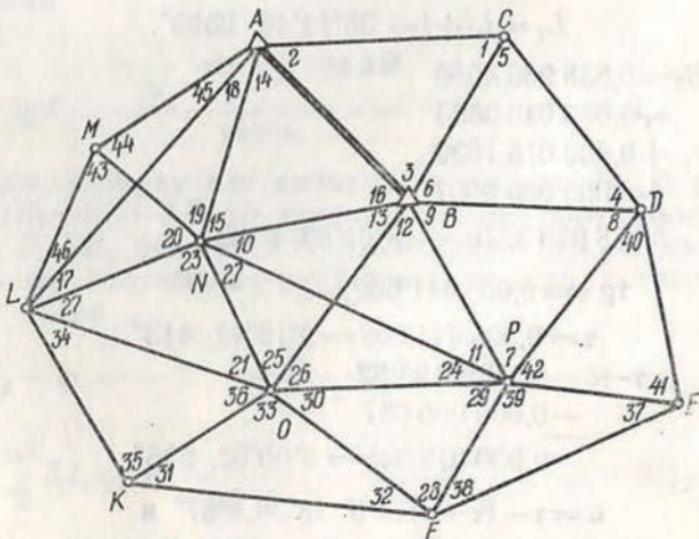


Рис. 1. Сеть триангуляции № 1.

Рассмотрим степень влияния корреляционной зависимости измеренных углов на результаты уравнивания триангуляции, т. е. на поправку в измеренные углы, на величины, полученные по окончательно уравненным углам, сторонам и координатам пунктов.

Для оценки степени влияния корреляционной зависимости коррелятным способом уравнены три реальные сети триангуляции II и III класса (см. рис. 1, 2, 3) [1, 4].

Уравнивание проводилось по формуле [2, 3]

$$V = -QA^T(AQ A^T)^{-1} W, \quad (1)$$

где V — вектор поправок из уравнивания в измеренные углы, A — матрица коэффициентов условных уравнений, Q — корреляционная матрица измеренных углов, W — вектор свободных членов условных уравнений.

Если исходить из полной статистической независимости углов, (1) переписываем (принимаем $Q=E$) следующим образом:

$$V^1 = -A^T(AA^T) W. \quad (2)$$

Уравнивание сетей триангуляции, показанных на рис. 1—3, проведено по формулам (1) (2) (на ЭВМ ЕС-1033, программа составлена на языке Фортран-IV).

После уравнивания сравниваем полученные поправки в измеренные углы с учетом и без учета их корреляционной зависимости. Вычислялись отклонения E_k .

$$E_k = |v^1 - v|, \quad (3)$$

где v^1 — поправки из уравнивания без учета корреляционной зависимости, v — поправки из уравнивания с учетом корреляционной зависимости.

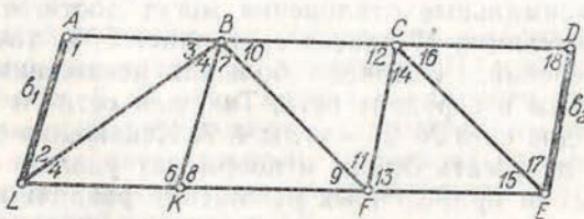


Рис. 2. Сеть триангуляции № 2.

Определяем также величину абсолютно среднего отклонения:

$$E_{\text{ср}} = \frac{\sum_{k=1}^N E_k}{N}, \quad (4)$$

или с учетом корреляционных зависимостей между E_k , что будет статистически более правильно:

$$E_{k_{cp}} = \frac{S^T Q_{\varepsilon}^{-1} \varepsilon}{S^T Q_{\varepsilon}^{-1} S}. \quad (5)$$

В (5) E — вектор абсолютных отклонений, Q_E — корреляционная матрица абсолютных отклонений, S^T — единичный вектор.

Необходимо отметить, что корреляционная зависимость между величинами E_k минимально влияет на величину $E_{k_{cp}}$, т. е. результат вычислений по формуле (4) почти не отличается от результата по формуле (5).

Результаты приведены ниже:

| Сеть | N | r | $\mu' \dots''$ | $\mu \dots''$ | $\varepsilon_{k_{cp}} \dots''$ | $\varepsilon_{k_{max}} \dots''$ |
|------|-----|-----|----------------|---------------|--------------------------------|---------------------------------|
| 1 | 46 | 26 | 1,52 | 1,62 | 0,31 | 1,00 |
| 2 | 20 | 16 | 2,33 | 2,36 | 0,34 | 0,57 |
| 3 | 18 | 7 | 1,70 | 1,85 | 0,34 | 0,83 |

Здесь N — количество измеренных углов сети, r — количество условных уравнений, μ — ошибка единицы веса из уравнивания с учетом корреляционных зависимостей, μ' — ошибка единицы веса при уравнивании без учета корреляционных зависимостей, $E_{k_{cp}}$ — величина среднего отклонения, $E_{k_{max}}$ — величина максимального отклонения.

Как видно из приведенных данных, абсолютное значение разности уравненных углов в среднем из-за неучета корреляционных зависимостей измеренных углов при уравнивании будет составлять $0,33''$, что может привести к очень существенным искажениям уравненных длин сторон и окончательных координат пунктов триангуляции.

Таким образом, абсолютное среднее отклонение величины уравненного угла из-за неучета в процессе уравнивания корреляционных зависимостей измеренных углов в триангуляции II класса составляет $0,33''$, что соответствует 30% точности измерений. Максимальные отклонения могут достигать $0,8 \dots 1,0''$, что для триангуляции II класса составляет 80% точности проводимых измерений. Особенно большие искажения получают уравненные углы в середине сети. Так, для сети № 1 это углы 12, 24, 29, 30, для сети № 2 — углы 4, 7. Искажения уравненных сторон могут достигать 50 мм и координат удаленных пунктов 150 мм. Значения приведенных искажений различных параметров сетей триангуляции очень существенны, недопустимы как для высокоточных сетей I, II, III класса, так и для высокоточных локальных сетей триангуляции, создающихся для различных инженерных целей. На величины средних квадратических ошибок уравненных элементов сети корреляционные зависимости измеренных углов влияют незначительно ($5 \dots 8\%$). Учет корреляционных зависимостей измеренных углов при уравнивании триангуляции является необходимым условием.

1. *Мазмисили А. И., Беляев Б. И.* Способ наименьших квадратов. М., 1959.
2. *Маркузе Ю. И.* Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. М., 1982.
3. *Монин И. Ф.* Эффективность уравнивания коррелированных измерений. Геодезия, картография и аэрофотосъемка. Львов, 1984. Вып. 39. С. 64—68.
4. *Пранис-Праневич И. Ю.* Руководство по уравнительным вычислениям в триангуляции II, III и IV классов. М., 1941.

Статья поступила в редакцию 12.05.89