УДК 528.2/.3:551.24

О. ТАДЄЄВ

Кафедра геодезії та картографії, Національний університет водного господарства та природокористування, вул. Соборна, 11, Рівне, Україна, 33028, тел.: +38(096)7488449, ел. пошта: oleksandrtad@gmail.com

ДО ПРОБЛЕМИ ЕЛІМІНАЦІЇ ЕФЕКТІВ ВТРАТИ ІНВАРІАНТНОСТІ В ОЦІНЮВАННІ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ПОЛІВ ЗЕМЛІ ЗА GNSS-ДАНИМИ

https://doi.org/10.23939/jgd2017.02.034

Мета. Вирішення проблеми використання даних GNSS-моніторингу в системі ITRS для оцінювання деформаційних полів Землі у розрізі елімінації похибок втрати інваріантності параметрів деформації. **Методика і результати.** Проблему розглянуто в контексті геофізичної сутності концепції створення ITRS у взаємозв’язку з глобальним деформаційним полем Землі. Акцентовано увагу на наслідках, які спричинені деформаціями системи ITRS і проявляються, як ефекти втрати інваріантності числових характеристик в інтерпретації деформаційних полів. Проблему запропоновано вирішувати на основі теорії диференціального подання перетворень образів ріманового простору у формі складного диффеоморфного многовиду – дотичного евклідового простору, який параметризований прямокутною декартовою системою координат. Як геометрична система, ITRS є частковим випадком прямокутної декартової. На цій основі за гіпотези, що перетворення простору мають геофізичне походження, розроблено методику оцінювання деформаційних полів. Вона передбачає пряме використання даних моніторингу координат GNSS-методом. Цим досягається оцінювання безпосередньо топографічної поверхні, на якій проявляються деформаційні процеси. Складовою частиною методики є робочі формули для визначення кутових та масштабних спотворень системи ITRS станом на довільний момент часу відносно ITRF-реалізації. Беручи до уваги потенціал гомеоморфізму диффеоморфних многовидів, формулами враховано перспективу передачі нелінійних ефектів деформації. **Наукова новизна і практична значущість.** Використана основа є узагальнювальною порівняно з математичною теорією пружності у межах лінійно-однорідної моделі нескінченно малої деформації суцільного середовища, яка традиційно використовується для деформаційного аналізу в геодинаміці. Розв’язки на узагальнювальній основі мають вищий інформативний ресурс і забезпечують адекватні GNSS-даним оцінки деформаційних полів. На основі врахування поточних спотворень системи координат розроблено методику, здатну елімінувати ефекти втрати інваріантності параметрів деформації. Сформульовано практичні рекомендації щодо постановки та вирішення задач деформаційного аналізу за GNSS-даним у довільні епохи спостережень, які не збігаються з ITRF-реалізаціями системи ITRS.

Ключові слова: ITRS; ITRF; GNSS-метод; деформаційний аналіз; інваріантність; відображення простору; метрична форма простору; метричний тензор простору.

Постановка проблеми

Оцінювання та аналіз деформаційних полів Землі – одне з пріоритетних завдань сучасної геодинаміки, яке вирішується комплексно зусиллями різних природничих наук. Мету і зміст досліджень з використанням даних геодезичного моніторингу Землі визначають резолюції Міжнародної асоціації геодезії IAG (International Association of Geodesy) у межах діяльності підкомісії 3.2 “Деформації земної кори” комісії 3 “Обертання Землі та геодинаміка”. Теоретичною основою досліджень є математична теорія пружності у межах лінійно-однорідної моделі деформації суцільного середовища. Основним джерелом кількісної інформації визнано дані моніторингу координат, які визначені методом глобальних навігаційних супутникових систем GNSS (Global Navigation Satellite System) [International Association…]. Тому існують природні взаємозв’язки досліджень з напрямами наукової діяльності комісії 1 IAG “Референцні системи”, оскільки їх визначення узгоджуються з поточними деформаціями земної кори.

Використання вхідними даними результатів GNSS-вимірів координат суттєво підвищило потенційні можливості геодезичного моніторингу деформаційних полів. Водночас це породило проблеми, які пов’язані з переосмисленням теоретичних основ деформаційного аналізу і виробленням нових моделей та методів опрацювання даних. Постала також проблема врахування ефектів втрати інваріантності параметрів деформації. Такі ефекти здебільшого пов’язують з неоднозначностями встановлення ITRF-реалізацій (International Terrestrial Reference Frame) як датумів Міжнародної земної системи відліку ITRS (International Terrestrial Reference System), у якій здійснюють GNSS-моніторинг координат.

Аналіз досліджень проблеми

Як система відліку, зв’язана з тілом, що рухається нерівномірно та непрямолінійно, з прискоренням під дією сил з відмінною від нуля рівнодійною, ITRS є неінерційною системою, яка рухається та обертається разом із Землею.

Враховуючи, що інерційність будь-якої реальної системи відліку загалом приблизна та будь-яка точка, що її можна було б вибрати за початок системи координат, неінерційна і здійснює якийсь нерівномірний рух, початок відліку ITRS поміщено у центрі мас твердої Землі, океанів та атмосфери. Такий вибір геоцентру, як початку ITRS, сьогодні не вважається однозначно вивіреним і активно дискутується у науковому середовищі. До його численних прибічників можна зарахувати авторів досліджень, які подано, наприклад, у статтях [Altamini et al., 2012, 2016; Wu et al., 2011] тощо. Такі дослідження здійснюють за координації ITRS-центру Міжнародної служби обертання Землі IERS (International Earth Rotation Service) при Національному географічному інституті Франції, який резолюцією Генеральної Асамблеї ООН від 26 лютого 2015 року визнано відповідальною установою в частині визначення змісту ITRS і досягнення розв'язків ITRF. Іншого погляду дотримуються автори досліджень, наприклад, [Argus et al., 2010, 2011; DeMets et al., 2010]. Вважаючи початком відліку центр мас лише твердої Землі, автори аргументують свій вибір іншими тектонічними, відмінними від, наприклад, [Altamini et al., 2012], кінематичними моделями Землі. Загалом вибір кінематичної моделі посідає одну з ключових позицій під час досягнення розв'язків ITRF, оскільки система ITRS має геофізичну сутність як така, що підпорядкована NNR-умові (No-Net-Rotation) – концепції збереження моменту імпульсу Землі загалом, який відповідає нульовому сумарному моменту імпульсу всіх літосферних плит згідно з обраною їхньою кінематичною моделлю.

Неоднозначний вибір початку відліку геоцентричної системи спричиняє різні за абсолютним значенням поправки у його зміщення T_x, T_y, T_z та швидкості руху $\dot{T}_x, \dot{T}_y, \dot{T}_z$ при досягненні розв'язків поточної ITRF-реалізації та її трансформації відносно попередньої. На рівні з означеними шістьма параметрами визначають також масштабний фактор D як чинник фізичного походження, зміну орієнтування координатних осей R_x, R_y, R_z, які забезпечує IERS, та швидкості $\dot{D}, \dot{R}_x, \dot{R}_y, \dot{R}_z$. Разом вони складають результат чотирнадцяти-параметричного перетворення Гельмерта, яке шляхом комбінованого опрацювання результатів моніторингу Землі методами супутникової геодезії VLBI, SLR, DORIS та GNSS за рекомендацією IERS реалізується у лінеаризованій формі [IERS Conventions…]. Розбіжності параметрів трансформації за рахунок різних підходів до вибору початку відліку і результатів супутникового моніторингу Землі досліджувались аналітичними центрами Міжнародної GNSS-служби IGS (International GNSS Service) і розміщені на її офіційному порталі або, наприклад, у статті [Ferland, Piraszewski, 2009].

Враховуючи наведені факти, а також беручи до уваги, що в класичному розумінні деформаційного аналізу на засадах математичної теорії пружності інваріантність тензорів і пов'язаних з ними параметрів деформації ідентифікується як атрибут незалежності щодо вибору чи зміни системи відліку, в сучасних дослідженнях деформаційних полів Землі постала проблема врахування ефектів, які спричиняють порушення означених властивостей. Їх нехтування зумовлює суб'єктивні результати опрацювання вхідних даних і відповідну інтерпретацію геодинамічних явищ.

У деформаційних дослідженнях необхідно розрізняти абсолютні системи відліку з мережами, де деякі пункти залишаються нерухомими в часі, і відносні, де всі пункти мережі рухаються. У класичному лабораторному деформаційному аналізі на засадах механіки суцільного середовища встановлюють єдину незмінну абсолютну систему відліку з відповідно незмінними одиницями масштабу, довжини, напряму та часу. Тут властивості інваріантності параметрів деформації використовують з метою аналізу типових лабораторних досліджень з погляду нескінченно малої деформації. Такий інженерний підхід не завжди придатний для практики деформаційного аналізу у мережах зі системами відліку відносного типу, де відлікову систему потрібно обрати для кожної епохи спостережень. До такого типу зараховують також і геодезичні системи відліку. Вони нестабільні у часі й просторі, оскільки прив'язані до Землі, яка постійно рухається і деформується.

Донедавна властивості інваріантності у деформаційному аналізі за геодезичними даними забезпечувались вибором єдиних нерухомих початкового пункту, азимуту та довжини вихідної сторони у повторних спостереженнях класичних мереж. Хоча встановлення такого датуму є досить умовним, проте цим досягалось узгодження з принципами інваріантності щодо вибору різних референцних систем відліку в механіці суцільного середовища.

За умови використання для досліджень GNSS-даних проблема набуває нового змісту, адже такі дані обтяжені змінами системи відліку в різні часові епохи спостережень, а її стабільність прив'язується лише до ITRF-реалізації як датуму системи ITRS. Більшість параметрів деформації, як фізичні інваріанти, змінюють числові значення відповідно до змін у системах відліку. Тому вирішення задач деформаційного аналізу необхідно розглядати у контексті проблеми встановлення і використання просторово-часового геодезичного датуму. Емпіричні дослідження деформаційних полів потрібно проводити з урахуванням похибок втрати інваріантності, якими у наслідку обтяжені параметри деформації.

Дослідження впливу зміни системи відліку на результати інтерпретації деформаційних полів розпочалися ще від часу запровадження у дослідницьку практику сучасних супутникових навігаційних технологій. Щодо ймовірних наслідків такого впливу акцентовано увагу ще у доповіді [Dermanis, Grafarend, 1993]. Задача трансформації даних спостережень до єдиної епохи і встановлення датуму залишається актуальною ще й дотепер, тому залишається недостатньо врегульованою і відповідна проблема деформаційного аналізу.

Вивчення ефектів вибору системи відліку та відповідних похибок втрати інваріантності параметрів деформації, а також розроблення адаптивних методів опрацювання GNSS-даних посідають вагоме місце в сучасних дослідженнях деформаційного аналізу в геодинаміці. Вдалий розгорнутий аналіз таких досліджень, а також власні одержані результати презентував професор А. Дерманіс [Dermanis, 2009, 2010]. Посеред численних інших також можна виділити, наприклад, результати, які подано у статтях [Xu et al., 2000; Biagi, Dermanis, 2006; Vanicek et al., 2008] тощо. З метою збалансування трансформації GNSS-даних та теоретичних основ механіки суцільного середовища у статтях [Dermanis, 2010; Hossainali et al., 2011a, 2011b] пропонують методики врахування похибок втрати інваріантності. Вони засновані на сингулярному розкладанні (“singular value decomposition”) градієнта деформації і ґрунтуються на класичній теорії пружності у її найпростішій лінійній формі.

Варто констатувати, що пропоновані методики є лише “локальною лінійною апроксимацією фактичної нелінійної деформації в будь-якій точці” [Dermanis, 2010]. Крім того, всі наведені дослідження розглядають перспективу елімінації похибок втрати інваріантності станом на епохи спостережень, які відповідають ITRF-розв’язку і збігаються з датою верифікації реалізацій системи ITRS. Однак ймовірність впливу ефектів втрати інваріантності суттєво підвищується за потреби проведення деформаційного аналізу станом на епохи спостережень, які не збігаються з ITRF-реалізаціями. Такі впливи є наслідком геофізичної сутності NNR-умови, якою обтяжена система ITRS, що ставить її у пряму залежність від глобальної тектонічної активності Землі. Одним з ефектів такої активності є сучасні рухи та деформації літосферних плит з наслідками, наприклад, сейсмічного типу. Суттєве вираження і аномальність цих явищ можуть порушити NNR-умову. У підсумку неминучою буде деформація системи ITRS, якою параметризована Земля, з відповідними ризиками порушення властивостей інваріантності і суб’єктивної інтерпретації деформаційних полів. З метою забезпечення властивостей інваріантності у дослідженнях з деформаційного аналізу їхні результати повинні бути незалежними не тільки від вибору системи відліку і встановлення датуму, але і стану системи на довільні епохи спостережень, що беруть участь у дослідженнях.

Мета

Розроблення рекомендацій та методики елімінації ефектів втрати інваріантності в оцінюванні деформаційних полів Землі за GNSS-вимірами у часові епохи, які не збігаються з ITRF-реалізаціями системи ITRS.

Методика

Для оцінювання деформаційних полів Землі за геодезичними даними вже традиційно, ще від часу запровадження у дослідницьку практику на початку минулого століття, як теоретичну основу використовують математичну теорію пружності. З об’єктивних причин така потужна теоретична основа знайшла практичне застосування лише у межах найпростішої лінійно-однорідної моделі нескінченно малої деформації суцільного середовища з реалізацією методом скінченних елементів спочатку на симплексах, а згодом і на складніших геометричних фігурах. Цей вимушений вибір став надбанням використання вхідними даними результатів повторних спостережень класичних геодезичних мереж. Аналіз наявних сьогодні методик деформаційного аналізу на такій основі показує недостатній ступінь їхньої відповідності потенційному інформаційному ресурсу, який для вирішення задач геодинаміки мають результати безперервного моніторингу координат фізичної поверхні Землі GNSS-методом. Це зумовлює необхідність пошуку теоретичного підходу, який здатний забезпечити створення адекватних таким вхідним даним моделей деформаційних полів і розроблення відповідних методик їхнього аналізу. Останні повинні задовольняти, щонайменше, такі вимоги:

– спроможності прямого використання GNSS-даних у тривимірній геоцентричній системі;

– можливості оцінювання не тільки двовимірних (горизонтальних), але й тривимірних (просторових) деформаційних полів;

– визначення оцінок деформації, віднесених безпосередньо до топографічної поверхні, яка підлягає прямому моніторингу GNSS-методом і на якій проявляються геодинамічні процеси, а не до модельних поверхонь, якими традиційно використовують земний еліпсоїд, геосферу і площину з параметризацією їх відповідними двовимірними системами координат;

– безвідносності щодо поділу території на скінченні елементи і перспективою оцінювання деформаційних полів не лише локального чи регіонального, але й планетарного масштабів;

– можливості передачі нелінійних ефектів деформації як функціональною моделлю зміщень станцій спостережень, так і тензором, який не обтяжений умовою лінеаризації базових функцій цієї моделі.

Обґрунтування вибору узагальнювального підходу і результати розроблення методики, які задовольняли б такі вимоги, подано у статтях [Тадєєв, 2017; Tadyeyev, 2016a, 2016b]. В основу покладено теорію диференціального подання перетворень образів ріманового простору у формі складних та елементарних диффеоморфних многовидів. Для досягнення розв'язків використано методи проективно-диференціальної геометрії і прийоми описування змін ріманової метрики у дотичному просторі.

Застосування такої теоретичної основи для вирішення проблеми можливе за гіпотези, що перетворення довільної три- чи двовимірної замкненої неперервної області простору мають геофізичне походження. Якщо областю простору вважати топографічну поверхню, то її просторово-часові перетворення ототожнюються з деформацією. Тоді на топографічну поверхню, як об'єкт деформаційного аналізу на такій основі, не накладається жодних обмежень щодо її розмірів та геометричних форм. Як наслідок, знімаються будь-які обмеження на масштаби поверхні і зникає потреба її поділу на скінченні елементи.

За умови використання складним многовидом дотичного евклідового простору, який параметризований декартовою системою координат, розкривається перспектива описування деформаційних полів Землі не лише локального чи регіонального, а й глобального (планетарного) масштабу. Декартова параметризація дає змогу прямо використовувати вхідні дані у геоцентричній прямокутній системі ITRS, оскільки остання є її частковим випадком, чи у будь-якій тривимірній криволінійній системі, наприклад, еліпсоїдальній чи сферичній. Тоді за будь-яких умов моделюванню підлягає безпосередньо топографічна поверхня будь-якого масштабу. Використання елементарних многовидів дає змогу оцінювати горизонтальну складову деформаційних полів локального та регіонального масштабів. Такі многовиди розглядають у формі дотичних площини чи довільних криволінійних поверхонь з відповідними їм двовимірними параметризаціями. У цьому випадку деформаційні процеси оцінюються відносно тих чи інших модельних поверхонь, як це реалізовується наявними методиками з попереднім перетворенням координат із системи ITRS.

Загальна теорія перетворень (відображень) образів ріманового простору допускає використання властивості гомеоморфізму диффеоморфних многовидів. Якщо многовиди мають однакову розмірність n і зазнають взаємно однозначного неперервно диференційованого перетворення класу $n-1$, то вони відповідно визначають клас базових функцій, які передають це перетворення. Тоді це гладкі чи кусково-гладкі функції класу C^{n-1}. Отже, на функціональну модель накладаються лише умови однозначності, неперервності та диференційованості, але не обмежуються аналітичні форми її базових функцій. З погляду виконуваного завдання це дає змогу подати перетворення нелінійними функціями, які встановлені емпірично за зміщеннями станцій спостережень уздовж певним чином параметрично заданої кривої лише з умовою забезпечення достатньо гладкої зміни ріманової метрики. Тим самим забезпечується перспектива передавання нелінійних закономірностей деформації головним геометричним об'єктом – двовалентним коваріантним метричним тензором. За такого підходу формування тензора не обтяжене умовою лінеаризації базових функцій. Тензор формується метричною формою перетвореної (деформованої) області простору – квадратом довжини лінійного елемента, вираженого за диференціалами координат області перетворення (до деформації) з урахуванням повних диференціалів базових функцій.

Метричні форми, сформовані на засадах гомеоморфізму, – це лінійні елементи міри, які описують не тільки власне проекцію (відображення), а й внутрішню геометрію перетворення простору, яка зумовлена зміною метричних властивостей. Отже, якщо згідно з прийнятою гіпотезою допустити геофізичну сутність перетворень, то гомеоморфна функціональна модель і сформовані на її основі метричні форми і метричний тензор здатні передавати зміну метричних властивостей області простору числовими характеристиками різного геометричного змісту. По суті, останні і є параметрами деформації області простору як об'єкта дослідження у загальноприйнятому тлумаченні деформаційного аналізу.

Окреслений підхід до вирішення задач деформаційного аналізу є узагальнювальним щодо використовуваного у сучасних дослідженнях навіть з погляду теорії тензорного аналізу та її застосування у геометрії, механіці та фізиці: лінійно-однорідну нескінченно малу деформацію суцільного середовища розглядають як найпростіше перетворення у середовищі афінного простору, який є тривіальним щодо евклідового і ріманового. Цей факт посвідчують численні класичні видання у цьому напрямі, наприклад, [Кочин, 1965; Рашевский, 1967; Сокольников, 1971] тощо.

На цій основі здійснено розв'язки і одержано робочі формули для обчислення характеристик деформації топографічної поверхні як довільної замкненої неперервної області тривимірного простору. Характеристики виражені компонентами метричного тензора і враховують перспективу передачі нелінійних деформацій. Беручи до уваги усталену практику деформаційного аналізу, їх поділено на три групи: 1) головні лінійні деформації – показники зміни форми у заданому напрямі [Tadyeyev, 2016b]; 2) дилатація – показники зміни об'єму Землі чи площі частини її поверхні із збереженням загальної форми (масштабний фактор) [Тадєєв, 2017]; 3) показники кутових спотворень [Tadyeyev, 2016a]. Використаємо одержані результати для вирішення поставленого завдання.

Результати

Розглянемо стан Землі як тіла планетарного масштабу і замкненої неперервної області перетворення простору Δ у моменти часу t_0, $t_1 = t_0 + dt_1$ та $t_2 = t_1 + dt_2 = t_0 + dt_1 + dt_2$. Нехай така область параметризована декартовою системою координат, а сукупністю точок M_i ($i = \overrightarrow{1,N}$) окреслено топографічну поверхню Землі. Точки M_i ідентифікуємо як GNSS-станції з координатами (x, y, z), що відповідають умовам параметризації Землі геоцентричною просторовою системою ITRS.

Нехай на момент часу t_0 система координат прямокутна і відповідає датуму у формі того чи іншого розв'язку ITRF. На цей момент точки M_i з координатами $x_i = X_i^1$, $y_i = X_i^2$, $z_i = X_i^3$ цілком визначають область Δ. Її внутрішню геометрію визначає інваріантна диференціальна квадратична форма (в позначеннях суми за Ейнштейном)

$$ds^2 = e_{ij} dX^i dX^j . \tag{1}$$

Лінійний елемент ds через тензор стану e_{ij} ідентифікує метричну форму недеформованої області Δ у початковому стані. Внаслідок ортогональності осей координат метричні коефіцієнти $e_{ij} = \delta_{ij}$ такі, що

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} . \tag{2}$$

Наслідком квадратичної форми (1) є співвідношення для вираження показників ортогональності системи координат – кутів η_{ij} між парами проекцій $ds^{(i)}$ та $ds^{(j)}$ елемента дуги ds між точками $P_1(X^i)$ і $P_2(X^i + dX^i)$ на осі координат X^i та X^j:

$$\cos\eta_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{e_{ii} e_{jj}}} . \tag{3}$$

Їх показано на рис. 1. З урахуванням властивості (2) на цей момент часу $\eta_{ij}^{(0)} = 90^\circ$.

Об'єм області простору завжди визначає детермінант тензора стану, який складений з метричних коефіцієнтів у її системі координат. Елемент об'єму області на момент t_0

$$dV = \sqrt{\delta} dX^1 dX^2 dX^3 \tag{4}$$

або $dV = dX^1 dX^2 dX^3$, оскільки детермінант квадратичної форми (1) $\delta = \det \delta_{ij} = 1$.

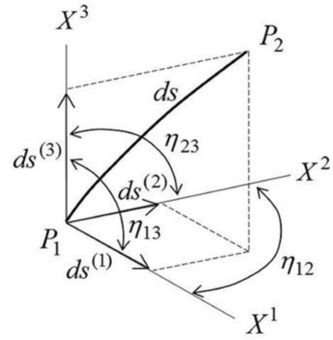

Рис. 1. Кути між проекціями дуги ds на осі координат [Tadyeyev, 2016a]

Fig. 1. *Angles between projections of the arc ds on coordinate axes [Tadyeyev, 2016a]*

Нехай у системі X^k $(k = \overrightarrow{1,3})$ відносно початкового стану на момент t_0 з тих чи інших причин відбуваються переміщення точок M_i і на момент t_1 вони набувають положення $M_i'(X_i'^k)$; ($i = \overrightarrow{1,N}$). M_i' є відображенням M_i і тепер ці точки окреслюють та цілком визначають перетворену відносно Δ область Δ'. Якщо відображення Δ на Δ' гомеоморфне і передається аналітично функціональною моделлю

$$\left.\begin{aligned} X'^1 &= u(X^1, X^2, X^3) \\ X'^2 &= v(X^1, X^2, X^3) \\ X'^3 &= w(X^1, X^2, X^3) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

на основі відповідно гомеоморфних базових функцій u, v, w, то з погляду ріманової геометрії області Δ і Δ' разом із системами їх параметризації розглядаються як складні диффеоморфні многовиди розмірності $k = 3$, які є дотичними до ріманового простору тієї самої розмірності.

Метрику області Δ' визначає квадратична форма $ds'^2 = e_{ij} dX'^i dX'^j$. З урахуванням повних диференціалів dX'^k, які виражені через диференціали координат області Δ і базові функції моделі (5),

$$ds'^2 = e'_{ij} dX^i dX^j . \tag{6}$$

За такого підходу метричні коефіцієнти e'_{ij} інваріантної квадратичної форми (6) ідентифікують як елементи метричного двовалентного коваріантного тензора перетворення простору, які генерують симетричну матрицю

$$e'_{ij} = \begin{pmatrix} e'_{11} & e'_{12} & e'_{13} \\ e'_{12} & e'_{22} & e'_{23} \\ e'_{13} & e'_{23} & e'_{33} \end{pmatrix} . \tag{7}$$

e'_{ij} визначає функціональна модель (5):

$$e'_{11} = \left(\frac{\partial u}{\partial X^1}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial X^1}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial X^1}\right)^2;$$
$$e'_{22} = \left(\frac{\partial u}{\partial X^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial X^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial X^2}\right)^2;$$
$$e'_{33} = \left(\frac{\partial u}{\partial X^3}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial X^3}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial X^3}\right)^2;$$
$$e'_{12} = \frac{\partial u}{\partial X^1}\frac{\partial u}{\partial X^2} + \frac{\partial v}{\partial X^1}\frac{\partial v}{\partial X^2} + \frac{\partial w}{\partial X^1}\frac{\partial w}{\partial X^2};$$
$$e'_{23} = \frac{\partial u}{\partial X^2}\frac{\partial u}{\partial X^3} + \frac{\partial v}{\partial X^2}\frac{\partial v}{\partial X^3} + \frac{\partial w}{\partial X^2}\frac{\partial w}{\partial X^3};$$
$$e'_{13} = \frac{\partial u}{\partial X^1}\frac{\partial u}{\partial X^3} + \frac{\partial v}{\partial X^1}\frac{\partial v}{\partial X^3} + \frac{\partial w}{\partial X^1}\frac{\partial w}{\partial X^3}. \quad (8)$$

Тензор (7) є геометричним образом дифеоморфного многовида Δ внаслідок його просторово-часових перетворень. З нього слідує елемент об'єму

$$dV' = \sqrt{e'}dX^1dX^2dX^3, \quad (9)$$

де $e' = \det e'_{ij}$.

Таким чином, через квадратичну форму (6) та елемент об'єму (9) тензор (7) визначає внутрішню геометрію області Δ'. Водночас, беручи до уваги зазначені умови формування тензора, він визначає також і внутрішню геометрію перетворення простору, яка зумовлена зміною його метричних властивостей. Беручи до уваги визначальну гіпотезу застосування вибраної теоретичної основи для вирішення проблем деформаційного аналізу, ці дві властивості дають змогу використати тензор (7) та пов'язані з ним інваріанти, як характеристики деформації, з двоякою метою. З одного боку – для інтерпретації кінцевої деформації області Δ. З іншого, враховуючи, що зазнали змін метричні властивості та система параметризації простору, також і для оцінювання деформації системи координат X^k $(k = \overrightarrow{1,3})$. Такі деформації можуть виявлятись у формі масштабних спотворень і (або) порушення ортогональності осей координат. В останньому випадку показником змін є кути $\eta_{ij}^{(1)}$: якщо при $i \neq j$ $e'_{ij} \neq 0$, то $\eta_{ij}^{(1)} \neq 90°$, що прямо слідує з (3). Тоді $\eta_{ij}^{(1)}$ є абсолютними мірами косокутної системи координат. Отже, прямокутна декартова система X^k трансформується у косокутну систему X'^k. Кути

$$\varepsilon_{ij}^{(1)} = 90° - \eta_{ij}^{(1)} \quad (10)$$

є показниками зміни початкового прямого кута між парою проекцій дуги ds, які спрямовані вздовж осей координат, і виражають жорсткі обертання Землі в координатних площинах.

З будь-якого погляду аналітичне вираження різних за геометричним змістом характеристик деформації є наслідком використання абсолютних $ds'^2 - ds^2$, $dV'^2 - dV^2$ та відносних $\frac{ds'^2 - ds^2}{ds^2}$, $\frac{dV'^2 - dV^2}{dV^2}$ мір перетворення (деформації). З погляду їх використання для потреб деформаційного аналізу в геодинаміці, то залежно від цілей і формулювання завдання рівною мірою можна використовувати і одні і інші міри. Але беручи до уваги перспективи дослідження деформації системи координат загалом і цілі, які визначені у цій статті зокрема, то явні переваги мають відносні міри. Аргументаціями цього є результати досліджень, які подано у вказаних раніше авторських статтях.

У статті [Tadyeyev, 2016a] констатовано: формула (3) виражає кути між осями координат довільної не ортонормованої системи тривимірного простору з метрикою, яку закладено у тензор e_{ij}. На момент t_0 $e_{ij} = \delta_{ij}$; у t_1 $e_{ij} = e'_{ij}$. Для вираження кутів $\eta_{ij}^{(1)}$ доведено:

$$\cos\eta_{ij}^{(1)} = \frac{e'_{ij}}{\mu_i \mu_j}. \quad (11)$$

Якщо компоненти e'_{ij} тензора (якщо $i \neq j$) інтерпретуються як його зсувні складові у площинах осей координат X^i та X^j, то коефіцієнти μ_i розглядають у контексті головних лінійних деформацій, як це подано у [Tadyeyev, 2016b], і характеризують відносні лінійні розширення у напрямах цих осей:

$$\mu_i = \sqrt{e'_{ii} - 1}. \quad (12)$$

Остання формула є наслідком використання відносної міри деформації $\frac{ds'^2 - ds^2}{ds^2} = \left(e'_{ij} - \delta_{ij}\right)\frac{dX^i}{ds}\frac{dX^j}{ds}$, яка характеризує зміну довжини дуги ds на одиницю довжини. Звернемо увагу, що її визначає різниця тензорів $e'_{ij} - \delta_{ij}$.

Таку ж різницю закладено в основу вираження інваріанта перетворення $\det\left(e'_{ij} - \delta_{ij}\right)$ з метою оцінювання відносного коефіцієнта об'ємного розширення $\theta_{відн}$ як показника глобальної дилатації Землі. Цей детермінант визначає зміну об'єму області Δ на одиницю об'єму. Аналітичне вираження коефіцієнта $\theta_{відн}$ є результатом розв'язку кубічного рівняння $\det\left(e'_{ij} - \lambda\delta_{ij}\right) =$

$=-\lambda^3+I_1\lambda^2-I_2\lambda+I_3$ і наслідком використання відносної міри деформації

$$\frac{dV'^2-dV^2}{dV^2}=\theta^2_{відн}=e'_{11}+e'_{22}+e'_{33}-e'_{11}e'_{22}-$$
$$-e'_{11}e'_{33}-e'_{22}e'_{33}+e'^2_{12}+e'^2_{13}+e'^2_{23}+e'_{11}e'_{22}e'_{33}+$$
$$+2e'_{12}e'_{13}e'_{23}-e'_{11}e'^2_{23}-e'_{22}e'^2_{13}-e'_{33}e'^2_{12}-1. \quad (13)$$

Формула (13) утворена сумісним виразженням інваріантів тензора I_1, I_2, I_3 при сталій $\lambda=1$. Цей результат, а також інші видозміни формули (13), подано у статті [Тадєєв, 2017]. Принагідно варто констатувати: з погляду найпростішої лінійної форми теорії пружності у середовищі афінного простору детермінант розкривається з нехтуванням малих величин другого і вище порядків лише як слід афінора. Внаслідок цього показник зміни об’єму ототожнюється тільки з інваріантом $I_1=e'_{11}+e'_{22}+e'_{33}$. Таким чином, за умови несуттєвого абсолютного вираження діагональних, але значущих зсувних компонент тензора, лінійна модель не здатна об’єктивно передати показники об’ємних розширень.

За своїм змістом кути $\varepsilon^{(1)}_{ij}$ уподібнюються показникам зміни орієнтування координатних осей R_x, R_y, R_z, а коефіцієнт об’ємного розширення $\theta_{відн}$ ідентифікується як масштабний фактор D під час досягнення розв’язків ITRF. Але показники (10) та (13) підлягають обчисленню винятково за GNSS-даними. Ефекти кутових $\eta^{(1)}_{ij}$, $\varepsilon^{(1)}_{ij}$ і масштабних $\theta_{відн}$ спотворень системи координат можуть проявлятись як сумісно, так і осібно. Це є наслідком структури тензора (7), а проявляється у формі різних співвідношень між його діагональними та зсувними компонентами. Значущість ефектів можна оцінити порівнянням показників кутових і масштабних спотворень з їхніми аналогами, які визначені під час трансформації системи ITRS до того чи іншого поточного датуму, наприклад, щодо останньої ITRF-реалізації, як це подано у [Altamini et al., 2016].

Отже, основою розв’язків задач деформаційного аналізу в контексті дослідження спотворень системи координат за період dt_1 відносно t_0 є різниця тензорів $e'_{ij}-\delta_{ij}$.

Тепер розглянемо стан Землі у момент часу $t_2=t_1+dt_2=t_0+dt_1+dt_2$.

Допустимо, внаслідок переміщення протягом часу dt_1+dt_2 відносно t_0 точки M_i набувають положення $M''_i(X''^k_i)$; $(i=\overrightarrow{1,N})$. Як відображення M_i, точки M''_i окреслюють та цілком визначають собою перетворену відносно Δ область Δ''. Якщо це перетворення гомеоморфне, а області Δ та Δ'' зберігають властивості такі, що дають змогу розглядати їх з позицій диффеоморфних многовидів, то це є підставою формулювати та розв’язувати задачі деформаційного аналізу в тому ж контексті, як це було розглянуто у попередньому випадку для описування деформованого стану і системи параметризації Землі на момент t_1 відносно датуму в t_0. Розв’язки задач повинні забезпечувати міри деформації, основу яких складають елементи ds, ds'' та dV, dV'' і різниця тензорів $e''_{ij}-\delta_{ij}$. Метричні коефіцієнти e''_{ij} визначаються базовими функціями гомеоморфної функціональної моделі, яка побудована на основі відображення Δ на Δ'' з системами їх параметризації відповідно X^k та X''^k. З метою здобуття результатів розв’язків задач достатньо у робочих формулах здійснити формальну заміну позначень коефіцієнтів e'_{ij} на e''_{ij}. Обгрунтування таких дій очевидне: на момент t_0 система координат ортогональна, а метрику області у початковому стані визначають коефіцієнти (2).

Принципово з інших позицій потрібно розглядати задачі деформаційного аналізу у відношенні стану Землі в момент t_2 відносно t_1. Аргументації такого рішення такі.

Якщо протягом періоду dt_2 має місце гомеоморфне відображення Δ' на Δ'' з відповідними їм системами параметризації X'^k та X''^k і функціональною моделлю

$$\left.\begin{aligned} X''^1&=u(X'^1,X'^2,X'^3)\\ X''^2&=v(X'^1,X'^2,X'^3)\\ X''^3&=w(X'^1,X'^2,X'^3)\end{aligned}\right\}, \qquad (14)$$

то метрику $ds'''^2=e'''_{ij}dX'^i dX'^j$ області Δ'' і перетворення (14) тепер визначатиме метричний двовалентний коваріантний тензор e'''_{ij}. Він є наслідком вираження повних диференціалів dX''^k через диференціали координат області Δ' і базові функції моделі (14). Але станом на момент t_1 система параметризації X'^k області Δ' деформована відносно датуму в t_0, якщо така гіпотеза виявиться сумісною з дослідними даними, які покладено в основу аналізу протягом періоду dt_1. Саме ця обставина визначає втрату інваріантності параметрів деформації, якщо їх обчислювати відносно косокутної декартової системи згідно з методикою, як це було подано для періодів dt_1 чи dt_1+dt_2. Ігнорування цього факту за граничних умов спричиняє суб’єктивну інтерпретацію деформаційних полів.

Аномальність деформаційних процесів і стан Землі разом із системою її параметризації на довільно обрані епохи спостережень, які не збігаються з ITRF-реалізацією, роблять проведення перевірки ступеня деформації системи координат необхідною умовою. Підтвердження правдоподібності гіпотези деформації системи з погляду значущості ефектів її кутових $\eta_{ij}^{(1)}$, $\varepsilon_{ij}^{(1)}$ та масштабних $\theta_{відн}$ спотворень за період dt_1 змушує розглядати задачі деформаційного аналізу за період dt_2 виключно з позицій відносних мір деформації $\frac{ds'''^2 - ds'^2}{ds'^2}$, $\frac{dV'''^2 - dV'^2}{dV'^2}$ на основі різниці тензорів $e_{ij}''' - e_{ij}'$. Спроби аналітичного вираження на цих засадах різних за змістом числових характеристик деформації показали недоцільність такого способу вирішення задачі: одержувані робочі формули занадто громіздкі і з цього погляду навряд чи знайдуть практичне застосування. З цієї причини інтерпретацію геометричного змісту різних числових характеристик, яка й становить суть деформаційного аналізу, достатньо здійснювати у загальноприйнятому розумінні, але на стадії їхнього обчислення обов'язково брати до уваги різницю $e_{ij}''' - e_{ij}'$ як різницю матриць. За такої логіки, наприклад, якщо оцінювати ступінь кутових деформацій системи X''^k відносно X'^k, то для абсолютних мір $\eta_{ij}^{(2)}$ косокутної системи координат

$$\cos\eta_{ij}^{(2)} = \frac{e_{ij}'''}{\mu_i \mu_j}, \tag{15}$$

де коефіцієнти відносних лінійних розширень у напрямах осей координат (а також, за такою аналогією, інші показники головних лінійних деформацій)

$$\mu_i = \sqrt{e_{ii}''' - e_{ii}'}\ . \tag{16}$$

Для інтерпретації за період dt_2 жорстких обертань Землі в площинах осей координат одержимо кути

$$\varepsilon_{ij}^{(2)} = \eta_{ij}^{(1)} - \eta_{ij}^{(2)}, \tag{17}$$

що слідує з (10). Зміну масштабу системи координат і дилатацію у перетворенні Δ' в Δ'' визначатиме відносний коефіцієнт об'ємного розширення $\theta_{відн}$ як інваріант $\det\left(e_{ij}''' - e_{ij}'\right)$. Порівнянням значень абсолютних мір (17) і відповідних цим же моментам часу коефіцієнтів $\theta_{відн}$ можна посвідчити чи, рівною мірою, заперечити факт поточних (за період dt_2) спотворень системи координат, що має стати основою постановки задач наступного деформаційного аналізу протягом будь-яких наступних періодів порівняно з моментом t_2.

Одержані результати дають підстави сформулювати рекомендації щодо постановки та вирішення задач деформаційного аналізу за GNSS-даними з метою елімінації ефектів втрати інваріантності параметрів деформації.

1. Без будь-яких додаткових умов оцінки деформаційних полів можуть визначатись станом на довільно обрані епохи спостережень t_i виключно відносно початкової t_0, яка відповідає ITRF-реалізації системи ITRS, або за накопичувальним принципом відносно неї.

2. За потреби проведення досліджень деформованого стану Землі та його аналізу за період між епохами спостережень $t_1 \div t_2$, які не збігаються і слідують за початковою t_0, доцільно на першому етапі опрацювання даних запровадити обов'язкове оцінювання ступеня кутових та масштабних спотворень системи координат протягом періоду $t_0 \div t_1$. У разі суттєвого вираження таких спотворень наступний деформаційний аналіз протягом дослідного періоду повинен базуватись винятково на використанні відносних мір деформації з урахуванням факту спотворень у момент t_1. Для цього достатньо використовувати аналітичні вирази числових характеристик деформації, які засновані на різниці тензорів як геометричних образів стану Землі і відповідної їй системи параметризації у моменти часу t_1 і t_2.

Наукова новизна і практична значущість

Сформульовано у загальному вигляді проблему деформації системи ITRS і обґрунтовано наслідки її впливу на оцінювання та інтерпретацію деформаційних полів Землі. Проблему розглянуто у контексті похибок параметрів деформації, які ідентифікуються як ефекти втрати інваріантності. Обґрунтовано підхід до вирішення проблеми на основі теорії диференціального подання перетворень образів ріманового простору у формі складного диффеоморфного многовиду – дотичного евклідового простору. На цій основі за гіпотези, що перетворення простору мають геофізичне походження, розроблено методику оцінювання деформаційних полів. Її складовою є формули для визначення поточних кутових та масштабних спотворень системи ITRS. Беручи до уваги потенціал гомеоморфізму диффеоморфних многовидів, формулами враховано перспективу передачі нелінійних ефектів деформації. Врахуванням поточних спотворень системи координат розроблена методика здатна елімінувати ефекти втрати інваріантності. Сформульовано практичні рекомендації щодо постановки та вирішення задач деформаційного аналізу за GNSS-даним у довільні епохи спостережень відносно ITRF-реалізацій ITRS.

Висновки

1. Використана теоретична основа є узагальнювальною порівняно з математичною теорією пружності у межах лінійно-однорідної моделі нескінченно малої деформації, яка традиційно використовується для деформаційного аналізу в геодинаміці. Розроблена на цій основі методика деформаційного аналізу має вищий інформативний ресурс, забезпечує адекватні GNSS-даним оцінки деформаційних полів і перспективу передачі нелінійних деформацій.

2. Розроблена методика дає змогу визначити ймовірні поточні деформації системи ITRS, у якій здійснюється GNSS-моніторинг координат.

3. Врахуванням поточних деформацій системи ITRS розроблена методика здатна елімінувати ефекти втрати інваріантності параметрів під час інтерпретації деформаційних полів.

Список літератури

Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления / Н. Е. Кочин. – М. : Наука, 1965. – 427 с.

Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П. К. Рашевский. – М. : Наука, 1967. – 667 с.

Сокольников И. С. Тензорный анализ. Теория и применения в геометрии и в механике сплошных сред. Пер. с англ. / И. С. Сокольников. – М. : Наука, 1971. – 376 с.

Тадєєв О. Оцінювання тривимірних деформаційних полів Землі методами проективно-диференціальної геометрії. Дилатаційні поля Землі / О. Тадєєв // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2017. – Вип. I (33). – С. 53–60.

Altamini Z. ITRF2008 plate motion model / Z. Altamini, L. Metivier, X. Collilieux // Journal of Geophysical Research. – 2012. – Vol. 117 (B7), N. B07402. – 14 p. doi: 10.1029/2011JB008930

Altamini Z. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions / Z. Altamini, P. Rebischung, L. Metivier, X. Collilieux // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. – 2016. – Vol. 121 (B8). – pp. 6109–6131. doi: 10.1002/2016JB013098

Argus D. F. Geologically current motion of 56 plates relative to the no-net-rotation reference frame / D. F. Argus, R. G. Gordon, C. DeMets // Geochemistry, Geophysics, Geosystems. – 2011. – Vol. 12 (11), N. Q11001. – 13 p. doi: 10.1029/2011GC003751

Argus D. F. The angular velocities of the plates and the velocity of Earths centre from space geodesy / D. F. Argus, R. G. Gordon, M. B. Heflin, C. Ma, R. Eanes, P. Willis, W. R. Peltier, S. E. Owen // Geophysical Journal International. – 2010. – Vol. 180 (3). – pp. 913–960. doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04463.x

Biagi L. The treatment of time-continuous GPS observations for the determination of regional deformation parameters / L. Biagi, A. Dermanis // Sanso F. & Gil A.J. (Eds.), Geodetic deformation monitoring: from geophysical to geodetic roles. IAG Symposia, March 17–19, 2005, Jaen, Spain. Vol. 131. – Berlin: Springer, 2006. – pp. 83–94.

DeMets C. Geologically current plate motions / C. DeMets, R. G. Gordon, D. F. Argus // Geophysical Journal International. – 2010. – Vol. 181 (1). – pp. 1–80. doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04491.x

Dermanis A. A study of the invariance of deformation parameters from a geodetic point of view / A. Dermanis // Kontadakis M. E., Kaltsikis C., Spatalas S., Tokmakidis K., Tziavos I. N. (Eds.), The apple of knowledge. Volume in honor of prof. D. Arabelos. – Publication of the school of rural & surveying engineering, Aristotle University of Thessaloniki, 2010. – pp. 43–66. http://der.topo.auth.gr/DERMANIS/ENGLISH/Publication_ENG.html

Dermanis A. The finite element approach to the geodetic computation of two- and three-dimensional deformation parameters: a study of frame invariance and parameter estimability / A. Dermanis, E. W.Grafarend // Sevilla M. J., Henneberg H. (Eds.), Proceeding Int. Conference "Cartography-Geodesy", 5th Centenary of Americas: 1492–1992, Maracaibo, Venezuela, 24.11–3.12.1992. – Madrid: Instituto de astronomia y geodesia, 1993. – pp. 66–85.

Dermanis A. The evolution of geodetic methods for the determination of strain parameters for earth crust deformation / A. Dermanis // Arabelos D., Kontadakis M., Kaltsikis Ch., Spatalas S. (Eds.), Terrestrial and stellar environment. Volume in honor of prof. G. Asteriadis. – Publication of the school of rural & surveying engineering, Aristotle University of Thessaloniki, 2009. – pp. 107–144. http://der.topo.auth.gr/DERMANIS/ENGLISH/Publication_ENG.html

Ferland R. The IGS-combined station coordinates, earth rotation parameters and apparent geocenter / R. Ferland, M. Piraszewski // Journal of Geodesy. – 2009. – Vol. 83 (3). – pp. 385–392. doi: 10.1007/s00190-008-0295-9

Hossainali M., 2011a, Comprehensive approach to the analysis of the 3D kinematics deformation with application to the Kenai Peninsula / M. Hossainali, M. Becker, E. Groten // Journal of Geodetic Science. – 2011. – Vol. 1(1). – pp. 59–73. doi: 10.2478/v10156-010-0008-1

Hossainali M., 2011b, Procrustean statistical inference of deformation / M. Hossainali, M. Becker, E. Groten // Journal of Geodetic Science. – 2011. – Vol. 1(2). – pp. 170–180. doi: 10.2478/v10156-010-0020-5

IERS Conventions (2010). Petit G., Luzum B. (Eds.), IERS Technical Note; 36. – Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, 2010. – 179 p. – http://www.iers.org/SharedDocs/Publikationen/EN/IERS/Publications/tn/TechNote36/tn36_031.pdf

International Association of Geodesy – http://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/handbook_2012/333_Commission_3.pdf

Tadyeyev O. A., 2016a, Evaluation of three-dimensional deformation fields of the Earth by methods of the projective differential geometry. Rigid rotations of the Earth / O. A. Tadyeyev // Geodesy, Cartography and Aerial Photography. – 2016. – Vol. 84. – pp. 25–38.

Tadyeyev O. A., 2016b, Evaluation of three-dimensional deformation fields of the Earth by methods of the projective differential geometry. The main linear deformations / O. A. Tadyeyev // Scientific Journal Geodynamics. – 2016. – No. 2(21). – pp. 7–17.

Vanicek P. Short note: strain invariants / P. Vanicek, E. Grafarend, M. Berber // Journal of Geodesy. – 2008. – Vol. 82. – pp. 263–268. doi: 10.1007/s00190-007-0175-8

Wu X. Accuracy of the International Terrestrial Reference Frame origin and Earth expansion / X. Wu, X. Collilieux, Z. Altamini, B. L. A. Vermeersen, R. S. Gross, I. Fukumori // Geophysical Research Letters. – 2011. – Vol. 38 (13), N. L13304. – 5 p. doi: 10.1029/2011GL047450

Xu P.L. Invariant geodynamical information in geometric geodetic measurement / P. L. Xu, S. Shimada, Y. Fujii, T. Tanaka // Geophysical Journal International. – 2000. – Vol. 142. – pp. 586–602.

ТАДЕЕВ А.

Кафедра геодезии и картографии, Национальный университет водного хозяйства и природопользования, ул. Соборная, 11, Ровно, Украина, 33028, эл. почта: oleksandrtad@gmail.com

К ПРОБЛЕМЕ ЭЛИМИНАЦИИ ЭФФЕКТОВ ПОТЕРИ ИНВАРИАНТНОСТИ В ОЦЕНКЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ ЗЕМЛИ ПО GNSS-ДАННЫМ

Цель. Решение проблемы использования данных GNSS-мониторинга в системе ITRS для оценки деформационных полей Земли в разрезе элиминации ошибок потери инвариантности параметров деформации. **Методика и результаты**. Проблема рассмотрена в контексте геофизической сущности концепции создания ITRS во взаимосвязи с глобальным деформационным полем Земли. Акцентировано внимание на последствиях, которые вызваны деформациями системы ITRS и проявляются как эффекты потери инвариантности числовых характеристик в интерпретации деформационных полей. Проблему предложено решать на основе теории дифференциального представления преобразований образов риманова пространства в форме сложного диффеоморфного многообразия – касательного евклидова пространства, которое параметризировано прямоугольной декартовой системой координат. Как геометрическая система, ITRS является частным случаем прямоугольной декартовой. На этой основе согласно гипотезы, что преобразования пространства имеют геофизическое происхождение, разработана методика оценки деформационных полей. Она предусматривает прямое использование данных мониторинга координат GNSS-методом. Этим достигается оценивание непосредственно топографической поверхности, на которой проявляются деформационные процессы. Составной частью методики являются рабочие формулы для определения угловых и масштабных искажений системы ITRS в любой момент времени относительно ITRF-реализации. Принимая во внимание потенциал гомеоморфизма диффеоморфных многообразий, формулами учтено перспективу передачи нелинейных эффектов деформации. **Научная новизна и практическая значимость**. Использованная основа имеет обобщающий характер по сравнению с математической теорией упругости в рамках ее линейно-однородной модели бесконечно малой деформации сплошной среды, которая традиционно используется для деформационного анализа в геодинамике. Решение задач на обобщающей основе имеет более высокий информативный ресурс и обеспечивает адекватные GNSS-данным оценки деформационных полей. Учетом текущих искажений системы координат разработанная методика способна элиминировать эффекты потери инвариантности. Сформулированы практические рекомендации по постановке и решению задач деформационного анализа по GNSS-данным в произвольные эпохи наблюдений, которые не совпадают с ITRF-реализациями системы ITRS.

Ключевые слова: ITRS; ITRF; GNSS-метод; деформационный анализ; инвариантность; отображение пространства; метрическая форма пространства; метрический тензор пространства

TADYEYEV O.

Department of Geodesy and Cartography, National University of Water and Environmental Engineering, 11, Soborna str., Rivne, Ukraine, 33028, tel. +38(096)7488449, e-mail: oleksandrtad@gmail.com

TO THE PROBLEM OF ELIMINATION OF INVARIANCE LOSS EFFECTS IN THE EVALUATION OF DEFORMATION FIELDS OF THE EARTH USING GNSS-DATA

Aim. Solving the problem associated in using GNSS monitoring data in the ITRS to evaluate deformation of fields of the Earth in terms of elimination of invariance loss errors. **Methodology and results**. The problem is considered in the context of the geophysical nature of the ITRS in conjunction with the global deformation field of the Earth. The attention is focused on the consequences of deformation of the ITRS system, which manifests itself as invariance loss effects in the interpretation of deformation fields. It is proposed to solve the problem on the basis of the theory of differential presentation of transformations of Riemannian space images in the form of its complicated diffeomorphic manifold such as the tangent Euclidean space, which is parameterized by a rectangular Cartesian coordinate system. As a geometric system, ITRS is a partial case of rectangular Cartesian. On this basis, and with the hypothesis that the transformation of space has a geophysical origin, a method of evaluating deformation fields has been developed. It is foreseen that the direct use of coordinates are obtained by the GNSS-method. Due to this, the evaluation of the topographic surface on which deformation processes are manifested, has been achieved. As a component part of this method, there are working formulas for determining angular and scale distortions of the ITRS at an arbitrary time point relative to the ITRF-realization. Considering the homeomorphism potential of diffeomorphic manifolds, the formulas have taken into account the perspective of the transfer of nonlinear deformation effects. **Scientific novelty and practical significance.** This used basis has a generalizational character compared to the mathematical theory of elasticity in the framework of its linearly homogeneous model of the infinitely small deformation, which is traditionally used for deformation analysis in geodynamics. Solutions on a generalizational basis have a higher informative resource and provide estimates of deformation fields that are adequate to GNSS data. Given current distortions of the coordinate system, the developed method is able to eliminate the invariance loss effects. Practical recommendations for the formulation and performing deformation analysis tasks by GNSS data in arbitrary observation epochs, which do not coincide with ITRF-realizations of the ITRS, are formulated.

Key words: ITRS; ITRF; GNSS-method; deformation analysis; invariance; space mapping; space metric form; space metric tensor

REFERENCES

Kochin N. E. *Vektornoe ischislenie i nachala tenzornogo ischislenija* [Vector calculus and beginning of tensor calculus]. Moscow: Science, 1965, 427 p. (in Russian).

Rashevskij P. K. *Rimanova geometrija i tenzornyj analiz* [Riemannian geometry and tensor analysis]. Moscow: Science, 1967, 667 p. (in Russian).

Sokol'nikov I. S. *Tenzornyj analiz. Teorija i primenenija v geometrii i v mehanike sploshnyh sred. Per. s angl.* [Tensor analysis. Theory and applications in geometry and continuum mechanics. Transl. from English]. Moscow: Science, 1971, 376 p. (in Russian).

Tadieiev O. A. *Otsiniuvannia tryvymirnykh deformatsiinykh poliv Zemli metodamy proektyvno-dyferentsialnoi heometrii. Dylatatsiini polia Zemli* [Evaluation of three-dimensional deformation fields of the Earth by methods of the projective differential geometry. Dilatation fields of the Earth]. *Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva*. [Modern Achievements of Geodetic Science and Industry]. 2017, Vol. I (33), pp. 53–60. (in Ukrainian).

Altamini Z., Metivier L., Collilieux X. ITRF2008 plate motion model. *Journal of Geophysical Research*, 2012, Vol. 117 (B7), N. B07402, 14 p. doi: 10.1029/2011JB008930

Altamini Z., Rebischung P., Metivier L., Collilieux X. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2016, Vol. 121 (B8), pp. 6109–6131. doi: 10.1002/2016JB013098

Argus D. F., Gordon R. G., DeMets C. Geologically current motion of 56 plates relative to the no-net-rotation reference frame. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems,* 2011, Vol. 12 (11), N. Q11001, 13 p. doi: 10.1029/2011GC003751

Argus D. F., Gordon R. G., Heflin M. B., Ma C., Eanes R., Willis P., Peltier W. R., Owen S. E. The angular velocities of the plates and the velocity of Earths centre from space geodesy. *Geophysical Journal International*, 2010, Vol. 180 (3), pp. 913–960. doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04463.x

Biagi L., Dermanis A. The treatment of time-continuous GPS observations for the determination of regional deformation parameters. Sanso F., Gil A. J. (Eds.), Geodetic deformation monitoring: from geophysical to geodetic roles. IAG Symposia, March 17–19, 2005, Jaen, Spain. Vol. 131. Berlin: Springer, 2006, pp. 83-94.

DeMets C., Gordon R. G., Argus D. F. Geologically current plate motions. *Geophysical Journal International*, 2010, Vol. 181 (1), pp. 1–80. doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04491.x

Dermanis A. A study of the invariance of deformation parameters from a geodetic point of view. Kontadakis M. E., Kaltsikis C., Spatalas S., Tokmakidis K., Tziavos I.N. (Eds.), The apple of knowledge. Volume in honor of prof. D. Arabelos. Publication of the school of rural & surveying engineering, Aristotle University of Thessaloniki, 2010, pp. 43-66. http://der.topo.auth.gr/DERMANIS/ENGLISH/Publication_ENG.html

Dermanis A., Grafarend E. W. The finite element approach to the geodetic computation of two- and three-dimensional deformation parameters: a study of frame invariance and parameter estimability. Sevilla M. J., Henneberg H. (Eds.), Proceeding Int. Conference "Cartography-Geodesy", 5th Centenary of Americas: 1492–1992, Maracaibo, Venezuela, 24.11–3.12.1992. Madrid: Instituto de astronomia y geodesia, 1993, pp. 66-85.

Dermanis A. The evolution of geodetic methods for the determination of strain parameters for earth crust deformation. Arabelos D., Kontadakis M., Kaltsikis Ch., Spatalas S. (Eds.), Terrestrial and stellar environment. Volume in honor of prof. G. Asteriadis. Publication of the school of rural & surveying engineering, Aristotle University of Thessaloniki, 2009, pp. 107–144. http://der.topo.auth.gr/ DERMANIS/ENGLISH/ Publication_ENG.html

Ferland R., Piraszewski M. The IGS-combined station coordinates, earth rotation parameters and apparent geocenter. *Journal of Geodesy*, 2009, Vol. 83 (3), pp. 385-392. doi: 10.1007/s00190-008-0295-9

Hossainali M., Becker M., Groten E., 2011a. Comprehensive approach to the analysis of the 3D kinematics deformation with application to the Kenai Peninsula. *Journal of Geodetic Science*, 2011, Vol. 1(1), pp. 59–73. doi: 10.2478/v10156-010-0008-1

Hossainali M., Becker M., Groten E., 2011b. Procrustean statistical inference of deformation. *Journal of Geodetic Science*, 2011, Vol. 1(2), pp. 170–180. doi: 10.2478/v10156-010-0020-5

IERS Conventions (2010). Petit G., Luzum B. (Eds.), IERS Technical Note; 36. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, 2010, 179 p. http://www.iers.org/SharedDocs/ Publikationen/EN/IERS/Publications/tn/TechNote36/tn36_031.pdf

International Association of Geodesy. http://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/handbook_2012/333_Commission_3.pdf

Tadyeyev O. A., 2016a. Evaluation of three-dimensional deformation fields of the Earth by methods of the projective differential geometry. Rigid rotations of the Earth. *Geodesy, Cartography and Aerial Photography*, 2016, Vol. 84, pp. 25–38.

Tadyeyev O. A., 2016b. Evaluation of three-dimensional deformation fields of the Earth by methods of the projective differential geometry. The main linear deformations. *Scientific Journal Geodynamics*, 2016, No. 2(21), pp. 7–17.

Vanicek P., Grafarend E., Berber M. Short note: strain invariants. *Journal of Geodesy*, 2008, Vol. 82, pp. 263–268. doi: 10.1007/s00190-007-0175-8

Wu X., Collilieux X., Altamini Z., Vermeersen B. L. A., Gross R. S., Fukumori I. Accuracy of the International Terrestrial Reference Frame origin and Earth expansion. *Geophysical Research Letters*, 2011, Vol. 38(13), N. L13304, 5 p. doi: 10.1029/2011GL047450

Xu P. L., Shimada S., Fujii Y., Tanaka T. Invariant geodynamical information in geometric geodetic measurement. *Geophysical Journal International*, 2000, Vol. 142, pp. 586–602.

Надійшла 24.09.2017 р.