

**УДК 550.311****А. ЦЕРКЛЕВИЧ, Є. ШИЛО, О. ШИЛО**

Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна, 79013, тел.: (099)95-41-434, ел. пошта: shyloyevhenii@gmail.com

**ФІГУРА ЗЕМЛІ І ГЕОДИНАМІКА**<https://doi.org/10.23939/jgd2017.02.141>

**Мета.** Мета цієї роботи на якісному і наближено кількісному рівні показати як в процесі еволюційного саморозвитку планети в результаті дії гравітаційно-ротаційних та ендогенних сил відбувається перерозподіл мас, що приводить до трансформації фігури літосфери від двовісного еліпсоїда до тривісного і навпаки, зміни сплющеності і осьової швидкості обертання та переміщення полюса в геологічному часі. Визначити чинні масові сили, які зумовлюють динаміку напруженого стану у верхній оболонці Землі, на основі обчислених параметрів еволюційних змін фігури поверхні літосфери.

**Методика.** Фігура поверхні літосфери геометрично повернута щодо фігури геоїда і в геологічному часі орієнтація цих фігур і параметри еліпсоїдів, які їх апроксимують, змінювались. Таке розміщення фігури літосфери і фігури геоїда може створювати напруження, яке направлене на розподіл мас літосфери у відповідність з фігурою геоїда. За параметрами еволюційних змін фігури поверхні літосфери, можна визначати діючі масові сили, які зумовлюють динаміку напруженого стану Землі. Обчислення параметрів двовісного і тривісного еліпсоїдів виконувалося на основі даних цифрової моделі поверхні Землі ЕТОРО1. Для зазначеного моделі висоти усереднені в межах трапецій  $5^\circ \times 5^\circ$ . Для моделювання трансформації фігури Землі і оцінки впливу її переорієнтації на напружене-деформований стан літосфери в далекі геологічні епохи використані два варіанта наборів растрових карт палеореконструкцій розміщення материків і водної поверхні, які незалежно створили Р. Блекі і К. Скотеза. Оскільки всі растрові зображення створені послідовно в певних кольорах, то з деякими припущеннями, знайшовши зв'язок між зображенням висот моделі ЕТОРО 1 і растровими картами палеореконструкцій, можна з певним наближенням перейти до цифрової моделі рельєфу поверхні (ЦМРП) літосфери Землі для геологічних епох, які прив'язані до відповідних карт із зображенням материків і водної поверхні.

**Результати.** Запропонований алгоритм визначення ЦМРП літосфери Землі за даним растрових карт палеореконструкцій і обчислені параметри двовісного і тривісного еліпсоїдів на фіксовані моменти геологічного часу. Наведені формули для обчислення тангенціальних масових сил, які виникають у результаті переміщення полюса фігури літосфери та зміни швидкості обертання планети навколо своєї осі і ця інтерпретація дослідження планетарної динаміки фігури літосфери Землі та глобального напруженого стану. **Наукова новизна.** Введено поняття “геоволюційного” відхилення виска, з урахуванням якого розраховані тангенціальні масові сили, що діють у верхній оболонці планети. Ця інтерпретація ролі гравітаційно-ротаційних сил у формуванні глобального поля напружень та трансформації фігури поверхні літосфери Землі. **Практична значущість.** Подані результати можна використовувати у подальших дослідженнях, які спрямовані на вивчення планетарних характеристик нашої планети, динаміки їхніх змін у часі та глобального напруженого стану.

**Ключові слова:** двовісний і тривісний еліпсоїд, цифрова модель рельєфу поверхні літосфери Землі, тангенціальні масові сили, напруженій стан літосфери.

**Вступ**

Під фігурою Землі зазвичай розуміють форму фізичної поверхні твердої частини планети. Однак в силу великої складності цієї твердої поверхні з неї давно стали виділяти простішу (згладжену частину), в якості якої приймають незбурену припливами, вітрами і таким іншим, поверхню океану, продовжену деяким чином під континенти. Для такого наближення є досить вагомі підстави, оскільки на частку поверхні океану припадає велика ( $3/4$ ) частина поверхні всієї планети. Від цієї поверхні “рівня моря” і ведеться відлік висот для вивчення форми реальної поверхні Землі або її рельєфу.

На сучасному етапі вивчення фігури Землі, варто розрізняти чотири її типи:

- фігуру планети в гідростатичному стані (в основному, теоретичні дослідження, починаючи з Ньютона), яку використовують для оцінки ізостатичного та напруженого стану Землі;
- фігуру фізичної поверхні (або геометричну фігуру), яка, стосовно Землі, описує поверхню материків і дно океану (геологи і геофізики в геодинамічних дослідженнях використовують термін “фігура поверхні літосфери”);
- динамічну фігуру, яка пов’язана з моментами інерції небесного тіла, для Землі – це тривісний еліпсоїд інерції;

- гравітаційну фігуру, яка охоплює всі маси, враховуючи і водну поверхню, і характеризується основною рівневою поверхнею –геїдом.

Щоб адекватно розуміти як відбуваються структуроутворюальні тектонічні процеси на Землі, визначати гравітаційне поле і обчислювати координати точок на земній поверхні, необхідно точно знати, як змінюється форма нашої планети і чи змінюється вона взагалі. На сучасному етапі розвитку науки та технологій для оцінки зміни фігури в просторово-часових координатах використовують такі засоби, як супутникові лазерні вимірювання, радіоінтерферометрія з наддовгою базою, дані ГНСС і низка інших методів. Однак геодинамічна активність Землі нерівномірна в просторі і часі. Ймовірна періодичність геодинамічних процесів в еволюції нашої планети. Часовий масштаб геодинамічних явищ (мільйони і мільярди років) міститься далеко за межами реалізованих геодезичним методами тривалості експериментів. Ми бачимо лише те, що Земля нам показує на нескінченно малому проміжку своєї геологічної еволюції, і практично позбавлені можливості відтворити ті процеси, які хочемо вивчити. З іншого боку, факти про внутрішню будову і еволюцію Землі, отримані різними методами геології та геофізики, укладають у виключно складну картину динамічних явищ і тому, незважаючи на тривале вивчення геологічних процесів у верхніх оболонках Землі, природа геодинамічних сил дотепер залишається гіпотетичною. Проте ці факти можна спробувати пояснити на основі певних, переважно гіпотетичних, припущень відповідно до фундаментальних законів фізики і механіки та математичного моделювання.

### **Mета**

Мета цієї роботи на якісному і наближено кількісному рівні, використовуючи комп’ютерне моделювання та математичні апроксимації, показати як в процесі еволюційного саморозвитку планети в результаті дії гравітаційно-ротаційних та ендогенних сил відбувається перерозподіл мас, що приводить до трансформації фігури від двовісного еліпсоїда до тривісного і навпаки, зміни сплющеності і осьової швидкості обертання та переміщення полюса в геологічному часі. Враховуючи параметри еволюційних змін фігури поверхні літосфери, визначити діючі масові сили, що зумовлюють динаміку напруженого стану у верхній оболонці Землі.

### **Історична ретроспектива досліджень геодинамічних процесів, що спонукають до зміни фігури Землі**

Вивчення фігури, внутрішньої будови і динаміки Землі викликало значний інтерес і було одним із основних завдань у природознавців, починаючи з епохи Відродження.

Якщо розглядати Землю з позицій її структурної будови, то можна допустити, що під дією гравітаційних і ротаційних сил на внутрішні оболонки здійснюється різний вплив. Внаслідок такого впливу може виникати циклічна геодинамічна нестійкість фігури Землі, яка проявляється у вікових варіаціях сили тяжіння, зміщеннях полюсів і швидкості обертання, зміні рівня світового океану, трангресії і регресії морів. Отож геодинамічну еволюцію Землі можна розглядати як результат перерозподілу її маси в силовому полі, що динамічно змінюється, а зовнішнім проявом цього процесу є фігура поверхні літосфери, яка повинна набувати форму з мінімальною потенційною енергією [Шен Э., 1980, Кузнецов В., 2005]. Принцип мінімізації потенційної (гравітаційної) енергії означає досягнення мінімуму функціоналу гравітаційної енергії “планетного тіла”. Вперше це поняття як принцип мінімізації гравітаційної енергії (частини потенціальної) розглянув Гаусс [Gauss K., 1867], який надав свою версію виводу формули Гріна, про що згадують Томсон і Тайтс [Tomson W and Tait's P., 1883]. Цей принцип розглянуто також у роботах [Maxwell J., 1981, Chandrasekhar S., 1969, Rubincam D., 1979, Moritz H., 1990]. Оригінальні результати отримано в роботах [Meschede G., 1977, Marchenko A., 2009, Marchenko A. and Zayats A., 2011]. Виконання цього принципу передбачає, що на початковій стадії еволюції планети її матеріальні складові були переважно в розплавленому і частково в газоподібному стані. В процесі подальшої еволюції речовина планети остигала, конденсуючись і кристалізуючись. Принцип мінімізації “змушує” планети (в надрах, яких ще можуть відбуватися фазові переходи) наблизатись до гідростатичної рівноваги. Дія принципу мінімізації автоматично призводить до гравітаційної диференціації речовини планети та її розшарування на оболонки.

Водночас, очевидъ, не можна не враховувати дію інших сил, які визначають перебіг внутрішньоzemних процесів, і спрямовані проти дії гравітаційних сил. Отже, дія цих протилежних сил формує загальне геодеформаційне поле через деформацію топології поверхні планети і відповідної динамічної реакції, яка супроводжується перерозподілом мас. Цілком природно, що планета протягом еволюції перебуває в стані динамічно-енергетичних змін. Внаслідок дії гравітаційно-ротаційної і теплової енергії, прояви цього стану відомі – це дрейф материків, сейсмічність і вулканізм, утворення гірських масивів і планетарної тріщинуватості та розломних структур.

Більшість гіпотез еволюції планет вказувала на те, що в минулому Земля була близьче до гідростатичного стану, ніж зараз. Внаслідок цього зовнішня поверхня літосфери в минулому збігалася з рівневою поверхнею. Враховуючи обертання Землі навколо своєї осі, I. Ньютон теоретично довів, що Земля повинна мати форму

еліпсоїда обертання, стисненого від полюсів до екватора. А. Клеро, продовжуючи ідею спадщину І. Ньютона, встановив залежність для стиснення рівноважної фігури у вигляді еліпсоїда обертання, який узагальнював Землю в гідростатичному стані. Важливим було те, що Клеро правильно зазначив взаємоз'язок між стисненням еліпсоїда і розподілом густини в середині планети.

Наступний суттєвий крок у досліджені фігури Землі здійснив Д. Стокс, який доказав, що зміна сили тяжіння на земній поверхні і залежність її від стиснення еліпсоїда не обов'язково пов'язувати з гідростатичним станом планети. Це твердження обґрунтуються відомою теоремою Стокса. Доречно зазначити, що теорема Стокса має розв'язок лише для простих фігур, серед яких двовісний та тривісний еліпсоїди.

Дещо пізніше Ф. А. Слудський опублікував роботу "Загальна теорія фігури Землі" [Слудський Ф., 1888]. За фігуру Землі він приймав рівневу поверхню, яка збігається з поверхнею океанів і уявно продовжена під континенти. Апроксимуючи цю поверхню двовісним еліпсоїдом він отримав стиснення  $\epsilon = 1/292,7$ , а для тривісного еліпсоїда  $\epsilon = 1/297,1$ .

Визначальний внесок у дослідження фігури Землі зробив Ф. Гельмерт у 1900–1906 рр. [Moritz H., 1990]. Виведене Гельмертом стиснення  $\epsilon = 1/298,3$  дорівнює значенню  $\epsilon$ , яке було прийняте пізніше для "еліпсоїда Красовського" і рекомендовано для нівелірних робіт у СРСР. Крім того, велика півшість  $a$  еліпсоїда Гельмерта 1906 р.  $a = 6378200$  м має близьке значення до півшісі ( $a = 6378245$  м) еліпсоїда Красовського.

Однак, історія фізико-геометричного напрямку дослідження фігури Землі, мабуть, починається з виходу в світ програмних робіт Ф. Н. Красовського в 1941–1947 рр. [Красовский Ф., 1947, 1955, Машимов М., 1999], в яких ця предметна галузь геодезії визначена як проблема вивчення внутрішньої будови земної кулі, твердої оболонки Землі, порушень рівноваги в ній, деформацій та переміщень різних частин літосфери. Зазначаючи важливість вивчення внутрішньої будови верхніх шарів літосфери, головно земної кори, усіма доступними методами, Ф. Н. Красовський вказав на шляхи та методи спільногеодезії, гравіметрії, геології та геофізики для вивчення фігури, внутрішньої будови і динаміки Землі. На підтвердження цих тверджень у 1941 р. Ф. Н. Красовський у статті "Сучасні завдання і розвиток градусних вимірювань" [Красовский Ф., 1955], посилаючись на неопубліковану дипломну роботу студента В. А. Магніцького – майбутнього академіка в галузі наук про Землю, писав, "що найбільші зміни напрямку нормалі, в процесі зміни форми еліпсоїда (і в разі збереження його об'єму), припадають на паралелі  $35,5^{\circ}$  (північної і південної широти). Якраз між паралелями  $20-50^{\circ}$  на земній поверхні проявляються значні тектонічні деформації".

Тут доречно зазначити, що ще в 1889 р. А. А. Тілло в статті "Середня висота суші і середня глибина моря в північній і південній півкулі і залежність середньої висоти материков і середньої глибини морів від географічної широти", використовуючи статистичний аналіз висот рельєфу Землі, вперше показав, що найвищі горські утворення в північній півкулі розміщені між  $30-40^{\circ}$  [Стовас М., 1975].

На противагу аргументованим ідеям дослідження фігури Землі, які висловили Ф. Н. Красовський, М. С. Молоденський [Молоденський М., 1945] запропонував не пов'язувати завдання геодезії і теорії фігури Землі з проблемою визначення фігури геоїда. Основне завдання геодезії, на його думку, повинно полягати у визначені фізичної поверхні Землі і зовнішнього гравітаційного поля і це завдання необхідно вирішувати на підставі лише вимірювань без застосування будь-яких гіпотез про внутрішню будову Землі. У дискусії, яка розпочалась тоді серед науковців геодезистів про методи визначення фігури Землі, геометричний метод М. С. Молоденського набув більшого пріоритету і тому інтерес до вивчення геодезичними методами літосферної оболонки та порушень її рівноважного стану поступово почав зникати. Лише на початку 60-х років у зв'язку з появою інтересу до актуальних проблем наук про Землю: "Сучасні рухи земної кори" та "Геодинаміка" М. С. Молоденський [Молоденський М., 1958] вводить поняття статичної, кінематичної та динамічної геодезії, тим самим розділивши цільову спрямованість теоретичних і практичних досліджень у геодезії.

Обертання Землі – найважливіша характеристика, що визначає параметри фігури рівноваги планети. Вивчення нерівномірності обертання Землі дуже важлива для практики і цікава з наукового погляду. Наприклад, супутникова навігація неможлива без знання обертання Землі. Особливості обертового руху надають інформацію про внутрішню будову Землі, а варіації ротаційного режиму є реальним джерелом енергії тектогенезу. Так наприкінці XIX і на початку ХХ століття в науках про Землю багато вчених Дж. Дарвін, Б. Бемергейм, В. Покельс, Е. В. Біханов, Б. П. Лічков, М. В. Цареградський, Г. Н. Каттерфельд, Д. І. Мушкетов, П. С. Воронов та ін. робили висновок, що зміна обертання Землі впродовж геологічної історії є суттєвим чинником, який впливає на тектонічні процеси. Математичне обґрунтuvання ролі цього чинника у тектогенезі реалізували в численних роботах математики А. Вероне, П. Аппель, Л. С. Лейбензон, геодезист (засновник кафедри геодезії Дніпропетровського гірничого інституту) М. В. Стovас та ін.

Зокрема, Б. Л. Лічков, який товаришивав і ділився думками з В. І. Вернадським, з кінця 20-х років ХХ століття почав розглядати фактор зміни швидкості обертання Землі як основний у

тектогенезі, вважаючи, що “головна енергія Землі – це енергія сил обертання Землі і саме на ній треба будувати основні уявлення геології, що пояснюють генезис земних структур” [Личков Б., 1960]. Згодом найповніше обґрунтування ротаційна гіпотеза отримала в роботах М. В. Стласа, який захистив у 1951 році кандидатську дисертацію “До питання про критичні паралелі земного еліпсоїда”, а в 1961 – докторську дисертацію “Досвід математичного аналізу тектонічних процесів, що викликаються змінами фігури Землі” [Стлас М., 1975]. В наступному, 1963 році, з'явилася стаття П. Н. Кропоткіна (пізніше – дійсного члена АН СРСР) і Ю. А. Трапезникова “Варіації кутової швидкості обертання Землі, коливань полюсів і швидкості дрейфу геомагнітного поля та їх можливий зв'язок з геотектонічними процесами” [Кропоткін П., Трапезников Ю., 1963].

Періодична зміна швидкості призводить, зокрема, до зміни самих параметрів обертання планети. Найбільш короткоперіодні з них тривалістю в 21, 40, 100, 400 тис. і 1,2 млн років відображені у змінах нахилу осі обертання Землі, її прецесії і орбіти [Хайн В., 2010]. Вони отримали назву циклів Міланковича і їх використав цей автор для пояснення чергування льодовикових і міжльодовикових епох під час останнього льодовикового періоду в історії Землі [Манк У., Макдоналд Г., 1963].

У кінці 80-х років А. Шейдегтер [Шейдегтер А., 1987] в розділі «Обертання Землі» монографії «Основи геодинаміки» надав узагальнювальні висновки щодо можливості деформації літосфери під впливом вікового уповільнення швидкості обертання нашої планети у зв'язку з припливним тертям від Місяця (наприклад, на початку фанерозою тривалість доби дорівнювала лише 20,5 год, а потім постійно сповільнювалася на 2 мс за 100 років і дійшла до сучасних 24 год). Розрядка напруги, яка нагромаджується в процесі досягнення ними критичних значень, рівних межі міцності порід тектносфери, призводить, на його думку, до тектонічних активізацій Землі.

Д. А. Мушкетов [Мушкетов Д., 1935] також звертав велику увагу на зміни форми Землі і пов'язував причини деяких геологічних явищ з процесом пристосування геоїда до форми сфероїда. Він вважав, що малі, але тривалі напруги, що викликаються ротаційними силами, здатні породити так звану “втому” речовини, що приводить до утворення незворотних деформацій у літосфері.

Отож інтерес до ротаційного режиму Землі як ключового фактору планетарної геодинаміки то зростав, то зменшувався залежно від авторитетного геологічного світогляду, який панував у той час. Нині спостерігається розширення інтересу до осмислення ролі і значення ротаційних процесів, оскільки ротаційні сили входять практично основним компонентом до більшості

геодинамічних концепцій. В останні десятиліття вплив ротаційних сил розглянуто і в межах уявлення про оболонкову будову Землі, що вносить свою специфіку в розглянуту проблему.

Так, член-кореспондент РАН Ю. Н. Авсюк із співавторами [Авсюк Ю., 1999] вважає, що зміна швидкості обертання і переміщення осі в тілі Землі, що відбуваються циклічно, можна використати для пояснення глобальних переміщень океанічних мас води, перебудов у корі і мантії, що супроводжуються “тріщинуватістю” і “утворенням гірських масивів”. Вони також зазначають, що виділені в геології цикли і їх зв'язок з характерними періодами еволюції Землі не може бути випадковим.

З основним обертанням Землі пов'язана також диференціальна розмежованість на полярну і екваторіальну область, яка проходить через 40° паралель. Наслідком такого розділення є протилежна спрямованість трансгресії та регресії океану в цих областях, підвищена сейсмічність цієї зони, яка характеризується найбільш розчленованими ділянками рельєфу нашої планети [Одеський И., 2004]. Цілком природно пов'язувати також з обертанням Землі утворення систем широтних трансформних розломів, що перетинають спредінгові серединно-оceanські хребти в меридіональному напрямку. Меридіональні і косі трансформні розломи в Індійському і Індо-Арктичному океанах можуть бути пов'язані з північним дрейфом континентів [Левин Б., 2002, Хайн В., 2010].

Нерівномірне обертання Землі, її періодичне прискорення та уповільнення мають ще один дуже важливий наслідок. Вони викликають зміну фігури Землі, її полярну сплющеність і, головне, викликають напругу в літосфері, яка, на думку більшості дослідників, є єдиною причиною утворення так званої регматичної сітки розломів, тріщин і лінеаментів, закономірно орієнтованих щодо фігури Землі, утворюючи ортогональну і діагональну сітки на її поверхні [Хайн В., 2010]. Також важливо додати, що останнім часом встановлено зв'язок між динамікою ядра Землі і особливостями її основового обертання [Rogister Y., Valette B., 2009].

Іншим відомим наслідком основового обертання Землі є прояв так званої сили Коріоліса, що викликає відставання континентальних літосферних плит від спрямованого із заходу на схід обертання більш внутрішніх частин планети і, як наслідок, їхнє відносне переміщення на захід. Ця ж сила Коріоліса відповідає за асиметрію видовжених у меридіональному напрямку серединно-оceanських хребтів [Scoppola B. et al., 2006].

Як показав М. А. Гончаров [Гончаров М., 2009], поєднання дії сили Коріоліса і мантійної конвекції зумовлює не тільки західний, але і змінний у меридіональному напрямку північний і південний дрейф континентів і протилежніх

процесів, які панують у полярних областях Землі, зокрема, переважання в сучасну епоху стиснення і занурення в Арктиці і підняття та розтягування в Антарктиді. З цим же процесом слід пов'язувати обставину, що суперконтиненти поперемінно утворювалися то в Північній, то в Південній півкулях, на що звернули увагу в своїх дослідженнях Н. А. Божко і Ю. В. Баркін [Божко Н., Баркін Ю., 2009].

Є. Г. Мірлін вказав, що настав час переоцінити роль “літосфери як твердої і крихкої оболонки, оскільки це не відповідає уявленням про плинність середовища і про різнопланові вихрові рухи в “твірдих” оболонках” [Мірлін Е., 2006], і пропустив, що подальше вивчення природи вихрових рухів приведе до появи “майбутньої концепції, яка в даний час йде на зміну тектоніки плит” [там же, с. 43].

Тому, ймовірно, варто прислухатися до думки вченого О. А. Мельникова, який в останні роки послідовно і з похвальною наполегливістю проводить “в житті” думку про те, що: “...Перш ніж вишукувати якісь інші причини в поясненні геологічних процесів, що відбуваються на Землі і всередині неї, необхідно врахувати (а не нехтувати) вплив на них із зародження Землі як планети її ротаційного режиму, тобто цей режим повинен служити відправним моментом і основою математичного та фізичного моделювання будь-яких геологічних (як і всіх інших) процесів” [Мельников О., 2003, с. 44].

Такої ж думки притримаються К. Ф. Тяпкін і М. М. Довбнич, які в монографії “Новая ротационная гипотеза структурообразования и ее геологоматематическое обоснование” [Тяпкін К., Довбнич М., 2009] показали та кількісно обґрунтували, що джерелом сил та енергії, необхідної для утворення таких явищ, як тектонічні активізації Землі, світові трансгресії та регресії та навіть генерація магнітного поля є обертання Землі, а саме – варіації її ротаційного режиму, які є результатом взаємодії нашої планети з навколоїшнім її космічними полями.

Оскільки перелічені вище літературні джерела і описані в них методи та результати є незалежними, застосованими різними дослідниками і в різний час, то достовірність отриманих за їх допомогою відомостей значно зростає і вселяє оптимістичну надію на розроблення теорії еволюції Землі, в якій значне місце буде відведено ролі гравітаційно-ротаційних процесів у тектогенезі і формуванні фігури Землі.

### **Методика**

Для дослідження динаміки зміни фігури літосфери Землі використана ідея апроксимації її поверхні двовісним і тривісним еліпсоїдами з визначенням його параметрів, а за даними палеореконструкцій материків і водної поверхні появляється також можливість відстеження вікових закономірностей трансформації фігури

Землі. Це надає можливість інтерпретувати динаміку зміни фігури поверхні літосфери з позицій динамічних процесів, що впливають на напружений стан літосфери Землі.

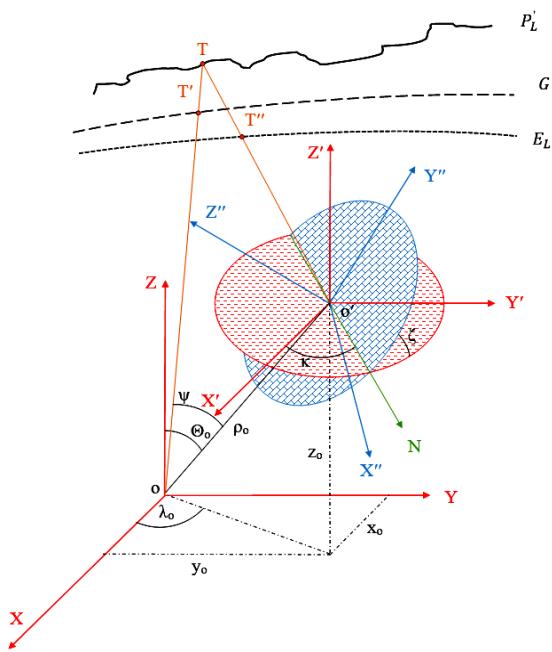
Відповідно до постановкою задачі насамперед необхідно було визначити розміри і орієнтування такого еліпсоїда, який найбільш близько підходив би до фізичної поверхні планети. Вирішення цієї задачі розглянуто на прикладі апроксимації висот поверхні літосфери Землі двовісним і тривісним еліпсоїдами в статті [Церкевич та ін., 2016]. Оскільки в подальшому нам будуть необхідні деякі смыслові позначки, які ілюструють апроксимацію поверхні літосфери двовісним і тривісним еліпсоїдами, то на рис. 1, 2 покажемо ці позначення.

Отож, розглянемо рис. 1, де зображені:  $P'_L$  – фізична поверхня Землі;  $G$  – геоїд;  $E_L$  – еліпсоїд, параметри якого необхідно визначити;  $o$  – центр мас Землі;  $o'$  – центр шуканого еліпсоїда;  $oZ$  – напрям осі обертання Землі;  $o'Z'$  – лінія паралельна осі  $oZ$ ;  $o'Z''$  – напрямок малої осі еліпсоїда  $E_L$ ;  $\kappa, \varsigma$  – два з трьох кутів Ейлера;  $N$  – напрям лінії вузлів;  $\theta_0, \lambda_0, \rho_0$  – кути та відстань, що визначають зміщення центру шуканого еліпсоїда від центру мас;  $x_0, y_0, z_0$  – лінійні величини, що визначають зміщення шуканого еліпсоїда;  $T$  – точка на фізичній поверхні Землі;  $oT' = \rho'$ ;  $o'o = \rho_0$ ;  $oT = \rho$ ;  $TT'' = h$ ;  $o'T'' = r$ ;  $H$  – висота точки  $T$  над рівнем моря.

Що ж до апроксимації тривісним еліпсоїдом, то передємо до рис. 2, який ілюструє розв’язок цієї задачі.  $TL$  – точка на фізичній поверхні Землі;  $T$  – точка на поверхні еліпсоїда, параметри якого необхідно визначити;  $XT, YT, ZT$  – координати точки  $T$  у вихідній системі координат;  $X'T, Y'T, Z'T$  – координати в системі відліку шуканого еліпсоїда;  $x_0, y_0, z_0$  – координати центру шуканого еліпсоїда відносно вихідної системи координат;  $a_x, a_y, a_z$  – півосі;  $\varepsilon, \psi, \omega$  – три кути повороту.

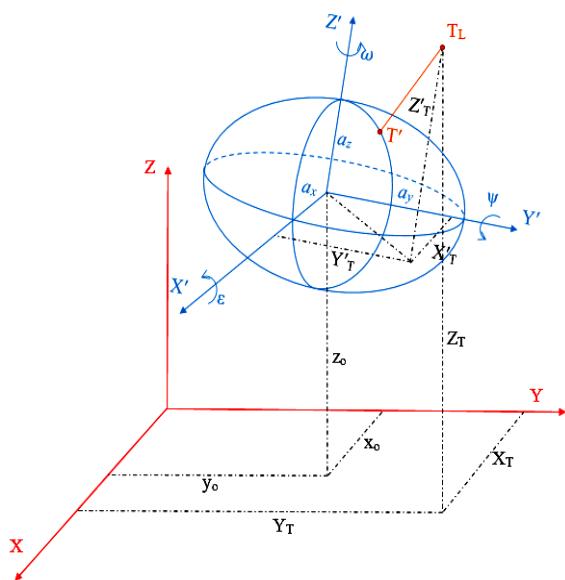
Розмір і орієнтування двовісного і тривісного еліпсоїдів будемо визначати за умовою  $\sum h^2 \rightarrow \min$ . Ця умова передбачає, що сума квадратів віддалей між визначуваними еліпсоїдами і поверхнею літосфери є мінімальною.

У табл. 1 наведено значення параметрів двовісного еліпсоїда. Обчислення семи параметрів двовісного еліпсоїда виконувалось на основі даних цифрової моделі рельєфу поверхні Землі ЕТОРО1 [NGIA, 2016]. Використана цифрова модель рельєфу покриває всю поверхню планети з розрізнювальною здатністю одна мінuta. Для вказаної моделі висоти були осереднені в межах трапецій  $5^\circ \times 5^\circ$ . У результаті чого отримано 2592 значень висот поверхні літосфери  $h$ , які слугували вхідними даними. Цю модель побудовано в системі координат WGS 84.



**Рис. 1.** Ілюстрація до апроксимації поверхні літосфери двовісним еліпсоїдом

**Fig. 1.** Illustration to the approximation of lithosphere surface by biaxial ellipsoid



**Рис. 2.** Ілюстрація до апроксимації поверхні літосфери тривісним еліпсоїдом

**Fig. 2.** Illustration for the approximation surface lithosphere triaxle ellipsoid

Для задачі апроксимації поверхні літосфери тривісним еліпсоїдом використано також модель рельєфу поверхні ЗемліETOPO1 [NGIA, 2016]. У табл. 2 наведено значення параметрів тривісного еліпсоїда.

**Таблиця 1**  
Параметри двовісного еліпсоїда

**Table 1**  
The parameters of biaxial ellipsoid

Параметри	Вся планета	Північна півкуля	Південна півкуля
$x_0, \text{м}$	-741,89	-1170,64	-38,99
$y_0, \text{м}$	-491,57	-388,46	1,70
$z_0, \text{м}$	1421,79	1868,02	7287,17
$a, \text{м}$	6375117,01	6375114,92	6376300,87
$b, \text{м}$	6355640,09	6355772,53	6362552,67
$I/f$	327,31650	329,59304	463,79175
$\kappa$	133°,774	159°,308	110°,029
$\zeta$	2°,612	2°,610	2°,774

**Таблиця 2**  
Параметри тривісного еліпсоїда

**Table 2**  
The parameters of triaxial ellipsoid

Параметри	Вся планета	Північна півкуля	Південна півкуля
$x_0, \text{м}$	1048,11	1919,36	885,23
$y_0, \text{м}$	695,11	640,98	-40,43
$z_0, \text{м}$	1109,69	935,40	7333,25
$a, \text{м}$	6375959,84	6376764,42	6377391,18
$b, \text{м}$	6374317,51	6373521,24	6375286,65
$c, \text{м}$	6355605,19	6355769,29	6362642,67
$\epsilon, {}^\circ$	1,744	2,290	-0,761
$\psi, {}^\circ$	-1,975	1,098	-2,592
$\omega, {}^\circ$	-84,835	-77,500	49,099
$B_a, {}^\circ$	-1,989	1,106	-2,611
$L_a, {}^\circ$	84,835	77,500	130,901
$B_c, {}^\circ$	87,384	87,478	87,318
$L_c, {}^\circ$	126,296	-38,102	147,260

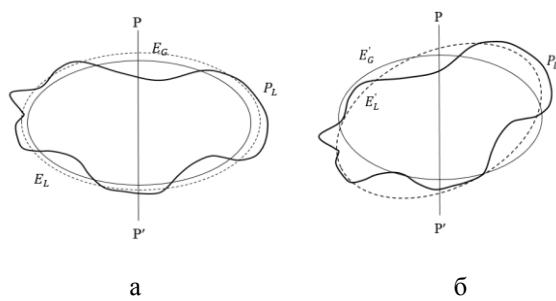
Звернемо увагу на те, що поляси найменших осей отриманих еліпсоїдів не збігаються з полюсом Землі, тобто екваторіальна площа фігури фізичної поверхні нахиlena до екваторіальної площини геоїда і відповідний кут нахилу не перевищує  $\sim 3^\circ$  або  $\sim 300$  км по дузі меридіана.

Структурна асиметрія північної і південної півкуль також явно відстежується (колонки 3 і 4 табл. 1 і 2), а це означає, що існує видовження широтних кіл південної півкулі і укорочення довжин широтних кіл північної півкулі, тобто наявність розширення південної півкулі і, відповідно, стиснення північної півкулі відносно центру фігури Землі. Зміщення центру мас відносно центру фігури також характерне для Землі. Усе це вказує на грушоподібну фігуру планети, яка під впливом повільних вимушених відносних зміщень ядра і мантиї може перебувати в динамічно змінному стані.

Отже, за результатами досліджень фігури поверхні літосфери виявилось, що ця фігура не гомотетично розміщена відносно фігури геоїда. Таке розміщення фігури літосфери і фігури геоїда може створювати напругу в літосфері Землі, яка спрямована на напруження в літосфері Землі, яке направлене на розподіл мас літосфери у відповідність з фігурою геоїда.

Схематична ілюстрація еволюційного формування фігури Землі показана на рис. 3, де введені такі позначення:  $PP'$  – вісь обертання,  $P_L$  – поверхня літосфери,  $E_L$  – еліпсоїд, який найкраще підходить до поверхні літосфери,  $E_G$  – еліпсоїд, який зображає фігуру Землі в далеку геологічну епоху; всі попередні позначення на рис. За підписані зі штрихом на рис. 3, б для фігури і поверхні літосфери Землі в сучасну епоху.

Якщо зіставити два положення зовнішніх оболонок Землі на рис. 3, а і 3, б, то можна допустити виникнення напруженого стану через зміну положення осі фігури літосфери відносно осі обертання та зміни швидкості обертання. Тут доречно зауважити, що в планетарній геодинаміці розглядають три основні енергетичні джерела, що викликають напругу в оболонках Землі. До них належать гравітаційна, ротаційна і теплова енергія.



**Рис. 3. Схематична ілюстрація формування фігури Землі:**

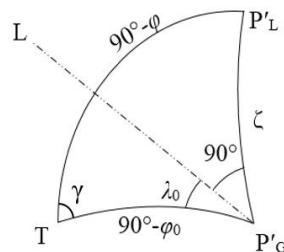
а – в початковий період, коли Земля була більше до гідростатичного стану; б – сучасний стан фігури і поверхні літосфери Землі

**Fig. 3. Schematic illustration of the body forming the Earth:**

*a – in the initial period when the Earth was closer to the state of hydrostatic equilibrium; b – the current state of Earth's shape and Earth's lithosphere surface*

У своїх дослідженнях зупинимось лише на гравітаційно-ротаційних силах, що спонукають напругу в літосфері Землі. Для розгляду цього питання обмежимось визначенням тільки тангенціальних (горизонтальних) масових сил, які виникають у зв'язку з перерозподілом мас у верхніх оболонках Землі (кора і верхня мантія).

Спочатку розглянемо тангенціальні масові сили, що виникають внаслідок зміни положення осі фігури літосфери відносно осі обертання. Введемо поняття “геоеволюційного” відхилення виска і припустимо, що тангенціальні сили пропорційні куту  $\gamma$ , який визначається як кут між напрямком ліній виска в минулу геологічну епоху і нинішнім напрямком в заданій точці. Зауважимо, що еліпсоїд  $E_L$  у минулому наблизено представляє рівневу поверхню нашої планети. Тепер йому відповідає еліпсоїд  $E'_L$ . Зрозуміло, що розміри еліпсоїда  $E'_L$  порівняно з  $E_L$  змінилися, оскільки змінилася зовнішня поверхня літосфери. Відповідно, параметри еліпсоїдів  $E'_L$  і  $E_L$  не є ідентичними. Однак, можемо припустити, що рівнева поверхня Землі в минулому приблизно збігалася з поверхнею  $E'_L$  і в разі такого припущення між напрямками ліній виска (нормалями до еліпсоїдів) утворюється кут  $\gamma$  (рис. 4). Під час визначення кута  $\gamma$  не будемо враховувати незбігання центрів еліпсоїдів  $E'_L$  і  $E_L$ , оскільки воно суттєво не вплине на результат.



**Рис. 4. Ілюстрація до визначення кута  $\gamma$**

**Fig. 4. Illustration to the definition of angle  $\gamma$**

Не розглядатимемо також математичні визначення складових “геоеволюційного” виска і перехід до складових горизонтальних масових сил, адже це вже описано в одній з попередніх праць авторів [Церклевич та ін., 2016]. Отож наведемо тільки кінцеві формули:

$$F_\varphi = \frac{Bg}{R} \sin 2\varphi_0 - \frac{Cg}{R} \sin 2\varphi_0 \sin^2 \lambda_0 + \\ + \frac{2Dg}{R} \cos 2\varphi_0 \sin \lambda_0; \quad (1)$$

$$F_\lambda = \frac{Cg}{R} \cos^2 \varphi_0 \sin 2\lambda_0 + \frac{Dg}{R} \sin 2\varphi_0 \cos \lambda_0, \quad (2)$$

де  $B = a_0 \alpha_0 - a \alpha \cos^2 \zeta$ ;  $C = -a \alpha \sin^2 \zeta$ ;

$$D = \frac{1}{2} a \alpha \sin 2\zeta; \quad g \text{ — середнє значення}$$

прискорення сили тяжіння,  $R$  — середній радіус Землі,  $\varphi_0$  і  $\lambda_0$  — широта і довгота відповідної точки,  $a$  і  $\alpha$  — відповідно велика піввісь і стиснення еліпсоїда  $E'_L$ ,  $a_0$  і  $\alpha_0$  — відповідно велика піввісь і стиснення еліпсоїда  $E_L$ .

За формулами (1) і (2) можна визначити тангенціальні масові сили, які діють на елементарні маси поверхневої оболонки планети за рахунок переорієнтації фізичної поверхні відносно геоїда.

Тепер розглянемо сили, що впливають на літосферу Землі через зміни її стиснення, що викликано сповільненням швидкості її обертання. Вважається, що форма Землі близька до рівневої поверхні потенціалу сили тяжіння (еліпсоїд обертання), що становить суму гравітаційного потенціалу і потенціалу центробіжних сил. Необхідність урахування цих сил пов'язують з прискоренням або уповільненням обертання планети. Через це форма Землі не відповідає змінений формі рівневої поверхні потенціалу сили тяжіння, і тому в літосфері можуть з'являтися додаткові тангенціальні масові сили. Розглянемо визначення цих сил згідно із теоретичними напрацюваннями М. В. Стоваса [Стовас М., 1975].

Потенціал сил, який виникає через стиснення еліпсоїда обертання записується, як:

$$U = \frac{\omega^2 a^2 (1-\alpha)(1-2\tan^2 \varphi)}{6((1-\alpha)^2 + \tan^2 \varphi)}, \quad (3)$$

де  $\omega$  — кутова швидкість обертання;  $\alpha$  — стиснення;  $a$  — велика піввісь;  $\varphi$  — геоцентрична широта.

Для конкретної точки на поверхні еліпсоїда обертання потенціал  $U$  запишемо, як

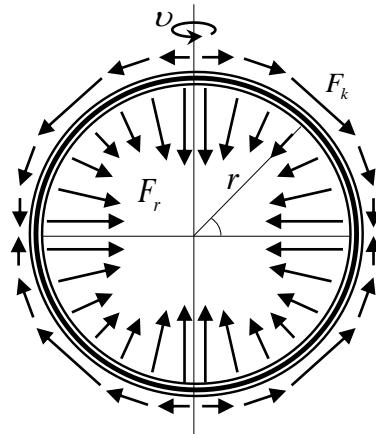
$$U = \frac{1}{3} \omega^2 r (1 - 3 \sin^2 \varphi), \quad (4)$$

де  $r$  — радіус вектора відповідної точки.

Якщо перейти від потенціалу до чинних сил, то отримаємо:

$$F = \frac{1}{3} \omega^2 r (1 + 3 \sin^2 \varphi)^{1/2}. \quad (5)$$

Формула (5) показує загальну діючу силу, що виникає під час зміни стиснення еліпсоїда обертання. У розв'язку задачі, пов'язаної з переорієнтацією фізичної поверхні, складовими загальної сили є сили в площині меридіану і першого вертикалу. Очевидно, що в такому випадку доцільно розглядати одну горизонтальну (в площині меридіану) та вертикальну складову, яка спрямована вздовж нормалі до еліпсоїда (див. рис. 5). Оскільки складова загальної сили, що проходить дотично до першого вертикалу дорівнюватиме нулю.



**Рис. 5.** Ілюстрація до визначення сил  $F_r$  і  $F_\varphi$

**Fig. 5. Illustration to the definition of forces  $F_r$  and**

Отже, меридіональна складова запишемо, як

$$F_\varphi = \frac{\omega^2 r (1 + 2(1-\alpha)^2 \sin \varphi \cos \varphi)}{3((1-\alpha)^4 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)^{1/2}}, \quad (6)$$

а вертикальна

$$F_N = \frac{\omega^2 r ((1-\alpha)^2 \cos^2 \varphi - 2 \sin^2 \varphi)}{3((1-\alpha)^4 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)^{1/2}}. \quad (7)$$

Якщо трансформувати вертикальну складову з дотичної нормалі до напрямку радіус-вектора, то отримаємо

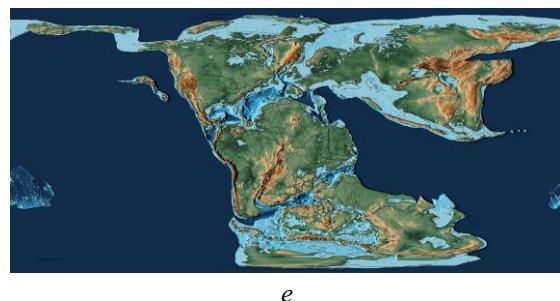
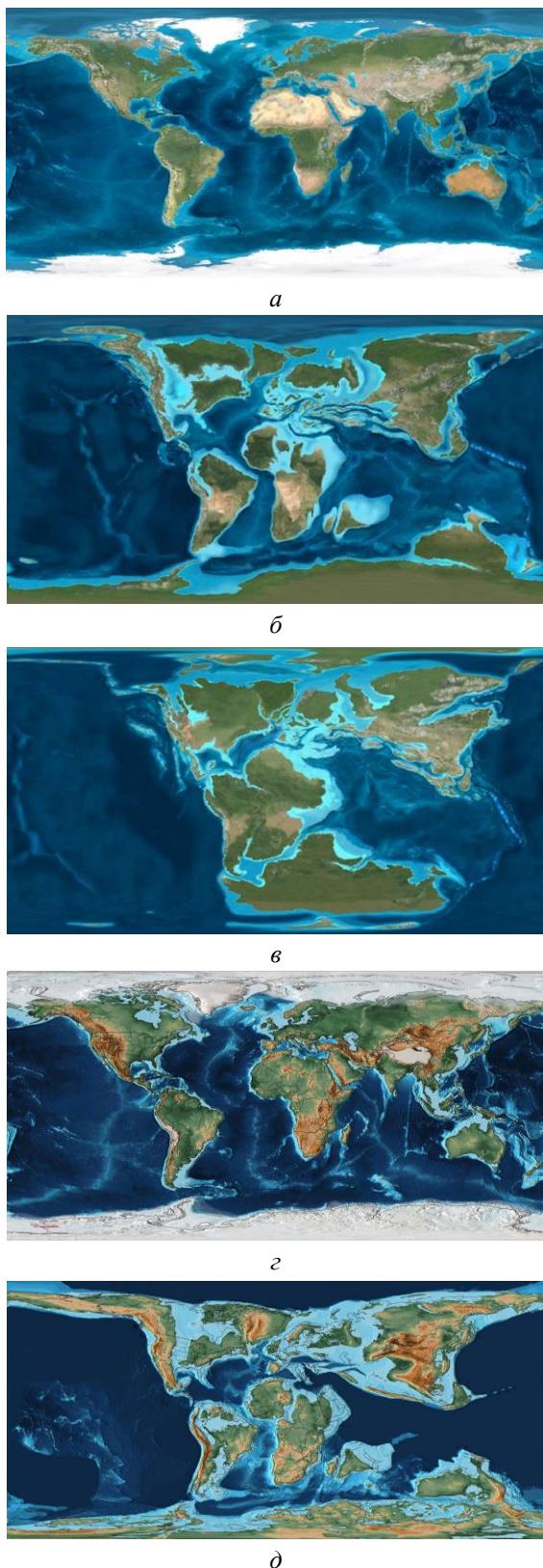
$$F_r = \frac{\omega^2 r ((1-\alpha)^2 \cos^2 \varphi - 2 \sin^2 \varphi) ((1-\alpha)^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)}{3((1-\alpha)^4 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)^{1/2}}. \quad (8)$$

Уважно проаналізувавши запис (6) і (8), можна побачити, що: на критичних широтах ( $45^\circ$ ) радіальна складова дорівнює нулю, на полюсах і екваторі дорівнює загальній силі  $F$ , а тангенціальна складова поводить себе навпаки — на критичних широтах дорівнює загальній силі, а на полюсах і екваторі дорівнює нулю. Ці вирази аналітично демонструють масові радіальні та тангенціальні сили, що виникають внаслідок флюктуацій швидкості обертання і відповідно зміни стиснення планети.

### Опис вхідних даних

Для моделювання трансформації фігури Землі у далекі геологічні епохи використано растрівні карти палеореконструкцій розміщення материков і водної поверхні, які створив професор Рон Блекі в університеті північної Аризони [Blakey R., 2016] (рис. 6, а, б, в), а також професор Кристофер Скотез в Техаському університеті [Scotese C., 2017] (рис. 6, г, д, е).

Наведемо деякі принципові фактори створення глобальних карт палеореконструкцій розміщення материків та океанів. Позиції континентів можна визначити, використовуючи такі п'ять груп доказів: палеомагнетизм, лінійні магнітні аномалії, палеобіогеографію, палеокліматологію та геологічну історію [Scotese C., 2017].



**Рис. 6.** Палеореконструкції розміщення материків:

*a – теперішній час; б – 90 мільйонів років тому; в – 150 мільйонів років тому [Blakey R.; 2016]; г – теперішній час; д – 90 мільйонів років тому; е – 150 мільйонів років тому [Scotese C., 2017]*

**Fig. 6. Paleoreconstructions of the continents locations:**

*a – at now; б – 90 million years ago; в – 150 million years ago [Blakey R.; 2016]; г – at now; д – 90 million years ago; е – 150 million years ago [Scotese C., 2017]*

**Палеомагнетизм.** Вимірюючи залишкове магнітне поле, яке часто зберігається у залізомісних породах, палеомагнітний аналіз дає змогу визначити, наскрізь намагнічену породу поблизу полюса або поблизу екватора. Палеомагнетизм становить прямі докази північно-південного (Пн-Пд) (широтного) положення континенту, але не обмежує його східно-західного (Сх-Зх) (повздовжнього) положення.

**Лінійні магнітні аномалії.** Магнітне поле Землі має ще одну важливу властивість. Як магнітне поле Сонця, магнітне поле Землі “перевертає” або змінює полярність. Коливання або “аномалії” в інтенсивності магнітного поля відбуваються на границях між нормально намагніченим морським ложем, та морським ложем, яке намагнічено в “зворотному” напрямку. Вік цих лінійних магнітних аномалій можна визначити, використовуючи дані про копалини та визначення радіометричного віку. Оскільки ці магнітні аномалії утворюються в середині океанічних хребтів, вони, як правило, мають довгі лінійні ознаки (звідси і назва “лінійні магнітні аномалії”), які симетрично розташовані навколо хребтів.

**Палеобіогеографія.** Розподіл рослин і тварин у минулому може дати важливі підказки щодо широтної позиції континентів, а також їхніх відносних позицій. Живі організми, які мешкали в холодних водах, можуть відрізнятися від тепловодних фаун, а стародавні флори відображають палеотемпературу та палеоопади. Схожість або несхожість фаун і флор на різних континентах можна використати для оцінювання їхньої географічної близькості. Крім того, еволюційна історія груп рослин і тварин на різних континентах

може виявити, коли ці континенти були взаємопов'язані або ізольовані один від одного.

**Палеокліматологія.** Клімат Землі насамперед є результатом перерозподілу енергії Сонця на поверхні земної кулі: тепліше біля екватора і прохолодніше біля полюсів. Кількість опадів також систематично коливається від екватора до полюса. Висока вологість поблизу екватора, трохи нижча в субтропіках та помірних поясах і низька вологість біля полюсів. У певних кліматичних умовах формуються певні види порід. Наприклад, вугілля трапляється там, де вологий клімат, боксити трапляються там, де тепле повітря і висока вологість, еваполіт і кальцит трапляються там, де тепло і сухо, а тиліт трапляється там, де вологий і прохолодно. Старовинний розподіл цих та інших видів порід може розповісти нам, як змінився глобальний клімат і як континенти переміщувалися через кліматичні пояси.

**Геологічна та тектонічна історія.** Для того, щоб реконструювати минулі позиції континентів, необхідно зрозуміти розвиток тектонічних кордонів плит, що відокремлюють континенти та знову зближують їх. Тільки зрозуміючи регіональну геологічну і тектонічну еволюцію області, можна визначити місце розташування та час розриву, субдукції, континентального зіткнення та інших основних тектонічних подій.

Перелічені вище принципи дають змогу відтворити планове положення материків у далекі епохи історії Землі. Щодо розміщення розподілу гір, низовин, неглибоких морів і басейнів глибокого океану, то тут все не так однозначно і просто. Деякі палеогеографічні особливості змінюються дуже повільно і тому легко відображаються на карті. Інші ж змінюються дуже швидко, і тому будь-яка карта, в кращому випадку, є наближеню. У зв'язку з цим Земля, починаючи з раннього докембрію, була поділена на глибокі океанські басейни (середня глибина 3,5 км) та високо підняті материки (середня висота близько 800 метрів). Через те, що континентальна літосфера менш щільна та більш “плавуча” відносно океанічної, яка, своєю чергою, здебільшого занурюється під континентальну і зникає (переробляється) в мантії. У результаті континенти складаються з дуже старих порід, деякі – від 3,8 млрд років. З іншого боку, океанічна кора через постійне занурення в надра планети має вік менше ніж 150 мільйонів років. Площа континентальної літосфери, ймовірно, змінилася дуже мало за останні 2,6 млрд років (можливо, на 10–15 %). Змінився розподіл континентів по всій земній кулі і їхній рельєф, висоти якого оцінити достовірно складно, однак якісно його представити можна в генерелізованому наближенні.

Берегова лінія, хоч і є красм поверхні суходолу, проте не є красм континенту. Переважно континент простягається на узбережжі приблизно

на 100 км від берегової лінії. Фактичний край континенту визначається переходом від континентального схилу до континентального підйому. Цей крутий батиметричний градієнт позначається межу між континентальною та океанічною літосферою і позначається переходом від світло-блакитного (дрібного шельфу) до темно-синього (глибокого океану).

Після наведеного опису технології побудови палеографічних карт доречно зауважити, що наше розуміння тектонічного, палеогеографічного та палеокліматичного розвитку Землі є постійним проектом. Такі карти, в кращому випадку, є звітом про прогрес, який описує наш сучасний стан знань та упереджень. З іншого боку, цілком зрозумілим є те, що чим давніший вік палеонтологічних фактів та даних історичної геології, тим менш надійний результат їхньої інтерпретації порівняно із сучасними даними, які підтверджуються точними геодезичними, геофізичними і геологічними спостереженнями.

Отже, перед нами постало питання: як зрозуміло, в межах обґрунтованої невизначеності, отримати цифрові моделі висот поверхні Землі за растровими зображеннями геологічних епох.

Для сучасної геологічної епохи в наявності є растрове зображення цифрової моделі рельєфу поверхні Землі ЕТОРО1. Для інших геологічних епох, окрім карт палеореконструкцій розміщення материків і водної поверхні, у нас не має навіть наближених даних про висоти фізичної поверхні. Оскільки всі растрові зображення створені послідовно в певних кольорах, то з певним припущенням, знайшовши зв'язок між зображенням висот моделі ЕТОРО1 і растровими картами палеореконструкцій, можна буде перейти до цифрової моделі рельєфу поверхні (ЦМРП) для геологічних епох, які прив'язані до відповідних карт із зображенням материків і водної поверхні.

Якщо кожен піксель цього зображення розкладається на три кольорових складових (червоний, зелений і синій RGB) з певним рівнем яскравості, то на основі апроксимації заданої функції, що описується трьома змінними, можна отримати значення коефіцієнтів моделі. ЦМРП ЕТОРО1 була осереднена до піксельної структури зображення. Отже, наприклад, якщо розміри зображення в пікселях становлять 750×1500, то ЦМРП відповідатиме аналогічним розмірам. Для кожного пікселя отримуємо відповідне значення висоти та три кольорові складові відображених у характеристиках яскравості, які вигідно подавати у вигляді поліноміального рівняння:

$$F(h) = \sum_{m=0}^n a_m R^i G^j B^k \left. \right\{ i+j+k \leq m \quad (9)$$

де  $h$  – значення висоти відповідного пікселя;  $R, G, B$  – три складових кольору відповідного пікселя;  $a$  – невідомі коефіцієнти.

Для описаного випадку за результатами попереднього моделювання визначено, що найкраще підходить поліном третього ступеня, оскільки поліноми вищих ступенів не покращували результати апроксимації. Точність відображення висоти відповідного пікселя не перевищувала 1.5 км і 0.7 км відповідно для палеореконструкцій розміщення материків і водної поверхні за Р. Блекі [Blakey R., 2016] і К. Скотезою [Scotese C., 2017] порівняно з висотами поверхні літосфери за моделлю ETOP01. Отже, перше рівняння запишемо як:

$$F(h) = a_1 + a_2 \cdot R + a_3 \cdot G + a_4 \cdot B + \\ + a_5 \cdot R \cdot G + \dots + a_{19} \cdot GB^3. \quad (10)$$

Невідомі коефіцієнти можна обчислити, використавши спосіб найменших квадратів. З правої частини рівняння (10) формується матриця коефіцієнтів при невідомих, а ліва – є вектором вільних членів. За вагову матрицю приймемо одиничну діагональну матрицю. За результатами моделювання визначено, що для цієї апроксимації піксельних кольорів найкраще використовувати лише перші 19 коефіцієнтів рівняння (10).

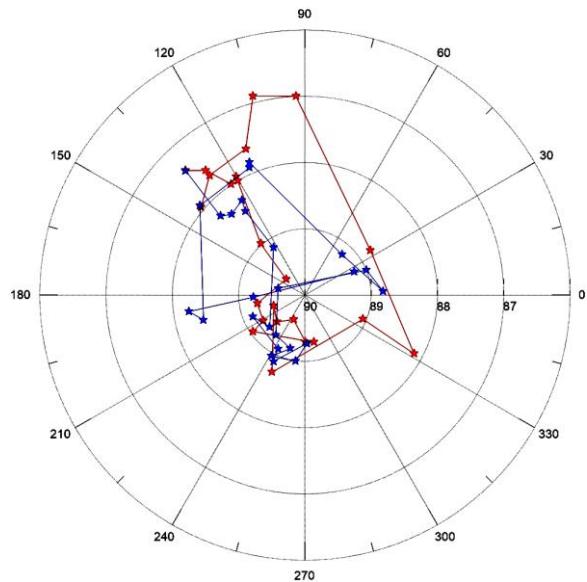
### **Отримані результати та їхня геодинамічна інтерпретація**

Згідно із апроксимацією двовісним і тривісним еліпсоїдами висот фізичної поверхні Землі, отримано результати, які характеризують їхні параметри в сучасний період і для різних минулих геологічних епох. Розглянемо спочатку детальніше результати апроксимації двовісним еліпсоїдом поверхні літосфери за даними комп’ютерного моделювання висот розміщення материків і водної поверхні на растрових картах палеореконструкцій за геологічною шкалою, починаючи від сучасної епохи до 600 млн років потому.

Звернемо насамперед увагу на траєкторію місця розташування північного полюса фігури двовісного еліпсоїда, апроксимуючого поверхню літосфери Землі в різні періоди геологічної історії, яка зображена на рис. 7. Червоним кольором показано переміщення полюса за результатами моделювання на основі палеореконструкцій К. Скотези, а синім – Р. Блекі. Максимальне відхилення полюса малої півості серед отриманих еліпсоїдів від північного полюса Землі не перевищує  $3^{\circ}$ , 1 (це значення отримане за даними моделювання за палеореконструкціями К. Скотези і мабуть, воно близьке до критичного), що підтверджує висловлене раніше припущення про переміщення літосферних плит, яке підпорядковується геодинамічному процесу направлению на відновлення осьової симетрії і збереженню моменту кількості обертання.

Наступна група графіків рис. 8–10 ілюструє результати комп’ютерного моделювання трансформації фігури літосфери Землі. Ці рисунки

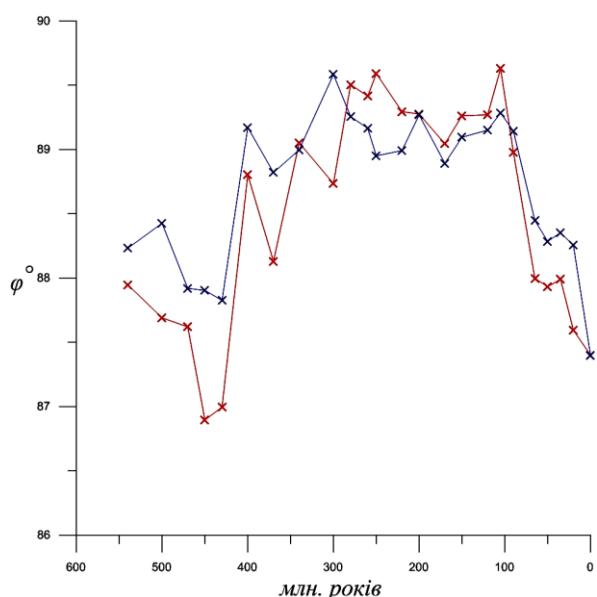
мають однакову структуру побудови, тобто на кожному з них показані дві криві зміни параметрів фігури, кожна з яких відповідає результатам моделювання за палеореконструкціями К. Скотези (червоного кольору) та Р. Блекі (синього). На них спостерігається відносне систематичне зміщення цих кривих. Його, імовірно, можна пояснити систематичною різницею інтенсивності кольорів пікселів зображень, які однаково датуються (за К. Скотезою та Р. Блекі). З іншого боку, такий діапазон у різниці числових характеристик за двома графіками нанесеними на кожному рисунку може впливати певною мірою на інтерпретацію отриманих результатів. Проте, усвідомлюючи цей недолік, але не маючи вагомих аргументів, ми не наважились надати перевагу одному із варіантів комп’ютерного моделювання трансформації фігури літосфери Землі за палеореконструкціями К. Скотези чи Р. Блекі. Для нас важливим було відстежити закономірності, які вказують на тенденції зміни фігури літосфери в геологічному часі. Отож розглянемо детальніше кожен з представлених графіків.



**Рис. 7.** Траєкторія місця розташування північного полюса малої осі двовісного еліпсоїда, апроксимуючого поверхню літосфери Землі в різні періоди протягом останніх 600 млн років (червоний колір – за даними C. Scotese, синій колір – за даними R. Blakey)

**Fig. 7.** North pole location trajectory of biaxial ellipsoid approximating the surface of the Earth's lithosphere at different periods during last 600 million years (red color – corresponds to C. Scotese, blue color – corresponds to R. Blakey)

Цікавим для осмислення є рис. 8, на якому показані розміщення полюсу найменшої осі фігури дновісного еліпсоїда залежно від широти. Як бачимо, тут немає відносного зміщення, очевидно тому що, кутові величини на відміну від розмірів осей і стиснення є незалежними від масштабу моделей еліпсоїда. Відзначимо також те, що в положенні полюса чітко простежуються два найбільші відхилення від осі обертання, це в сучасний період і приблизно через 400 млн років потому, а в часовому інтервалі 100–300 млн років відхилення полюса фігури літосфери знаходилось в межах  $1^{\circ}$ . На місце знаходження полюса малої осі фігури впливає розміщення материків і океанів за даними палеореконструкцій К. Скотези чи Р. Блекі, які, враховуючи рисунок, є добре узгодженими. Отже, значне переміщення полюса фігури літосфери, якщо придати йому смислове геологічне значення, може вказувати на активізацію тектонічних процесів у ці періоди геологічного часу.



**Рис. 8.** Графіки зміни широти північного полюса малої осі дновісного еліпсоїда за результатами моделювання (червоний колір – за C. Scotese, синій колір – за R. Blakey)

**Fig. 8. Changing the latitude of the North pole of the small semi-major axis of the biaxial ellipsoid by the results of the modelling (red color – corresponded to C. Scotese, blue color – corresponded to R. Blakey)**

На відміну від трендових змін кривих на рис. 8, де відстежується періодичність приблизно в 400 млн років, на рис. 9, на якому показані графіки зміни великої осі (a), малої осі (b) та стиснення (c)

протягом 600 млн років, такі закономірності не спостерігаються. Конфігурація зміни параметрів в обох випадках на більшості епох є подібною і на цих рисунках можна виділити стрімкі зміни відповідних параметрів в період часу від 600 млн років до 500 млн років. Для зміни осей та стиснення в період від 500 млн років до сьогодення характерна трендова закономірність з флюктуаціями, а саме поступове збільшення малої і великої осей у діапазоні приблизно 2,7 км та стиснення дновісного еліпсоїда від 1/335 до 1/290. На рис. 10, a, b, c показані графіки зміни осей тривісного еліпсоїда за результатами апроксимації ЦМРП літосфери створеної на основі палеореконструкцій К. Скотези і Р. Блекі. Відзначимо, що на цих графіках чітко відстежується тенденція на збільшення розмірів осей b і c та зменшення розміру осі a в процесі геологічної еволюції Землі від 500 млн років потому до нинішнього часу. Проміжок часу від 600 млн років до 500 млн років, аналогічно як і для параметрів дновісного еліпсоїда, характеризується значими змінами відповідних параметрів.

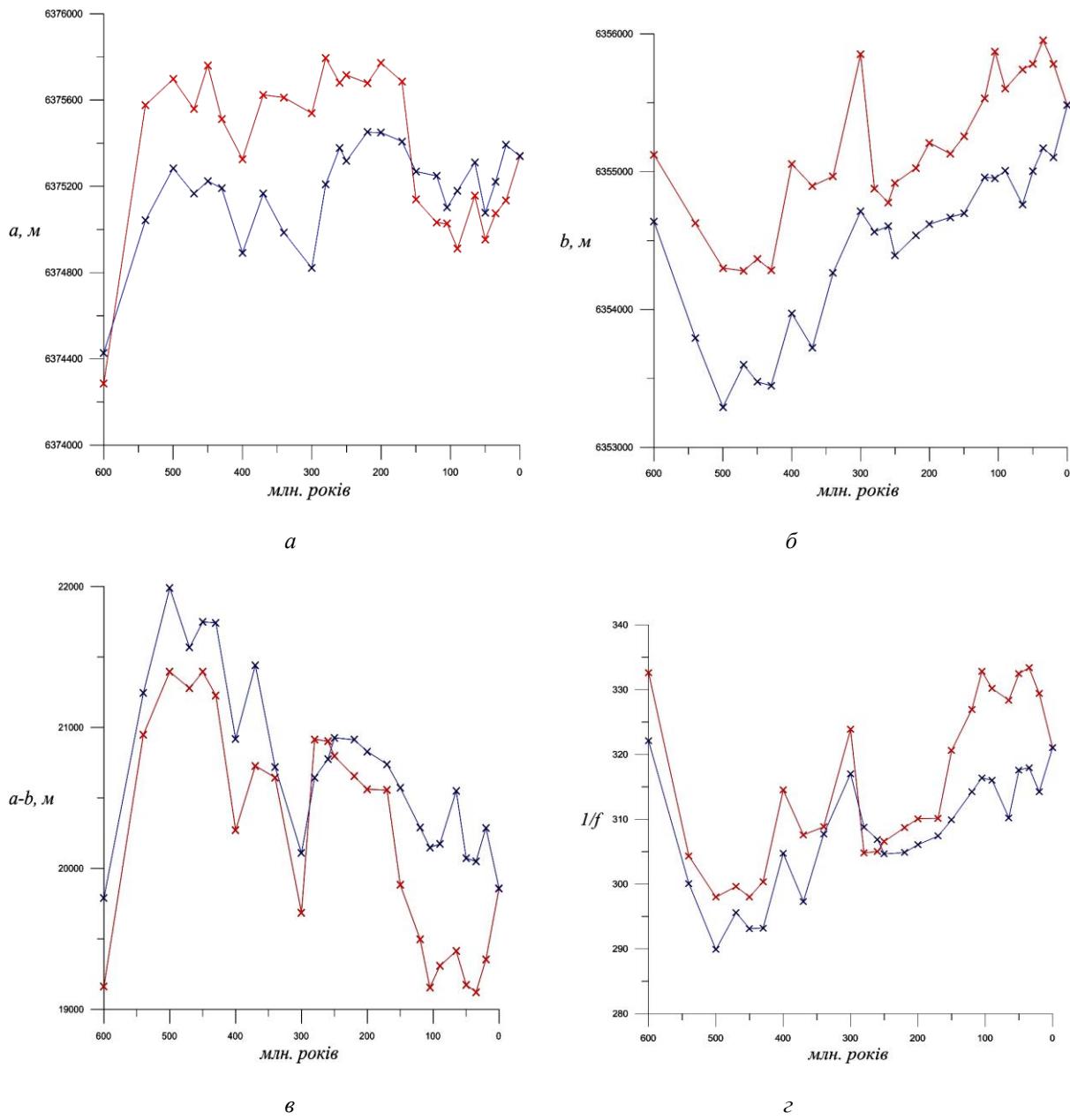
Цікавими виявилися графіки зміни різниці великої і малої осей тривісного еліпсоїда в площині екватора, які показані на рис. 11. Вони показують чітку трансформацію дновісного еліпсоїда в тривісний, що відбувалась 400 млн років тому. В той період геологічного часу материкова і океанічна поверхня літосфери найкраще описувалась тривісним еліпсоїдом з різницею осей в екваторіальній площині  $\sim 3,2$  км, а 50 млн років тому аналогічний показник сягав лише 0,5 км. Нині цей показник становить 1,5 км.

Отже, можемо припустити, що в період 50 млн років тому Земля була близька до форми сфераїда, оскільки значення різниць було мінімальним (приблизно 500 м), а в період 430–450 млн років тому, навпаки – поверхню літосфери найкраще апроксимувала фігура тривісного еліпсоїда.

З отриманих розрахунків також слідує, що середній радіус Землі збільшився за 600 млн років майже на 1 км, а об'єм Землі за цей період геологічного часу у відсотках відносно нинішнього стану побільшав на 0,04 %. Відповідні графіки зміни середнього радіуса Землі, протягом 600 млн років показано на рис. 12. Отже, отримані результати можуть давати підставу для припущення щодо розширення Землі. Ця гіпотеза охоплює все ширше коло прихильників серед науковців, які вивчають еволюцію Землі, і має цілком вагоме обґрунтування (див. [Блінов В., 2011, Кузнецов В., 2005, Павленкова, 2016] і наведену там літературу). Так, Н. Павленкова [Павленкова, 2016] стверджує, що утворення Тихого океану, який оконтурений кільцем зон високої сейсмічності і має правильну форму та майже під прямим кутом пересікається Альпійсько-Гімалайським кільцем, свідчить про їхнє

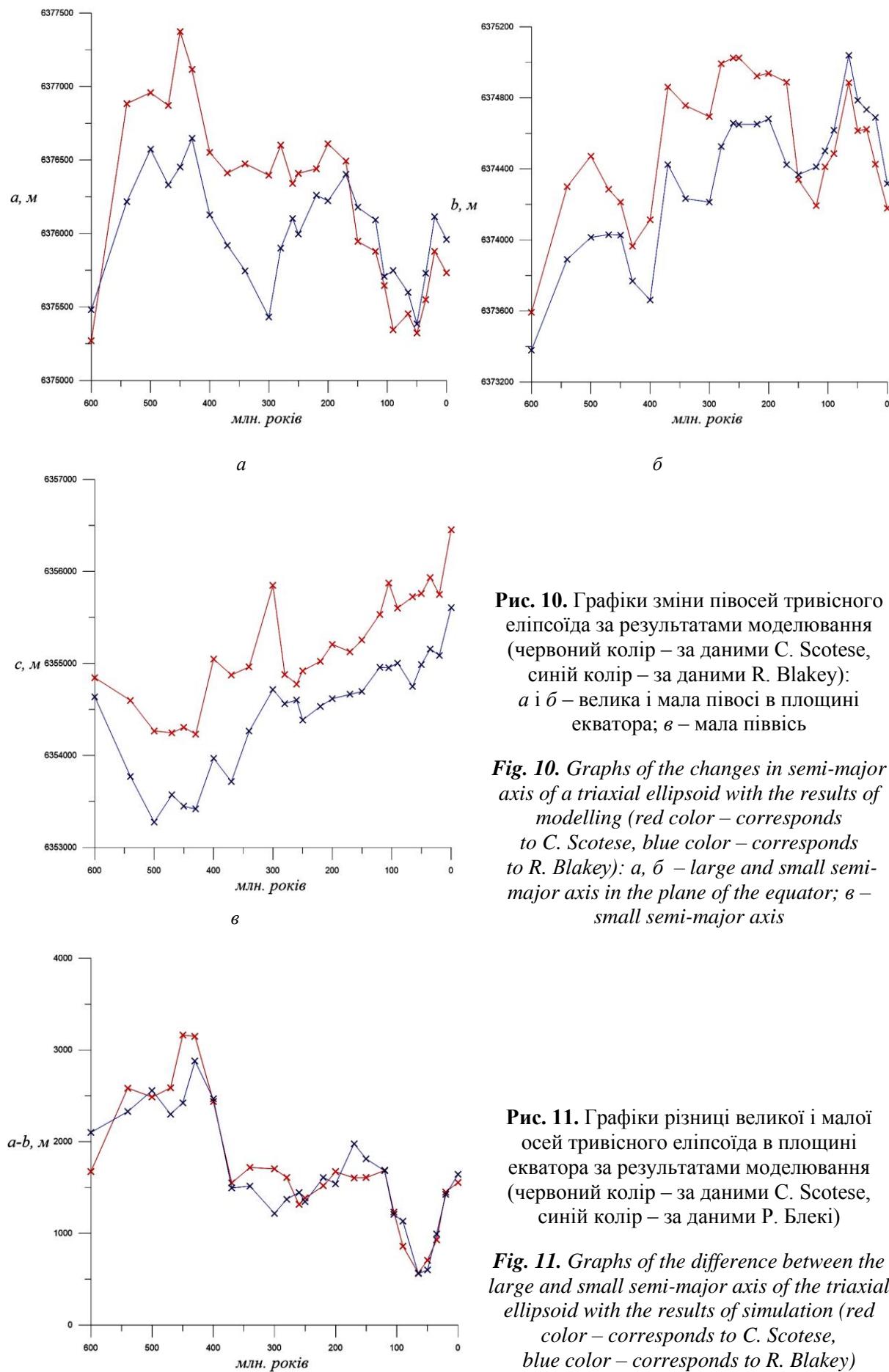
утворення в результаті загальної еволюції планети, наприклад, внаслідок її розширення. Модель розширення Землі доповнює плитову тектоніку і пропонує ефективне джерело енергії для розриву потужної континентальної літосфери. Розширення

планети ініціює горизонтальні переміщення літосфери, адже жорсткі плити не розширяються як внутрішні пластичні сфери, а розриваються і пересуваються по ослабленим зонам в області менших напруг.



**Рис. 9.** Графіки зміни великої і малої півосей, їхньої різниці та стиснення двовісного еліпсоїда за результатами моделювання (червоний колір – за даними C. Scotese, синій колір – за даними R. Blakey): *a* – велика піввісь; *б* – мала піввісь; *в* – різниця півосей; *г* – стиснення

**Fig. 9.** Graphs of the changes in the semi-major axis and compression of a biaxial ellipsoid by the results of modelling (red color – corresponds to C. Scotese, blue color – corresponds to R. Blakey): *a* – large semi-major axis; *б* – small semi-major axis; *в* – difference of semi-major axis; *г* – compression



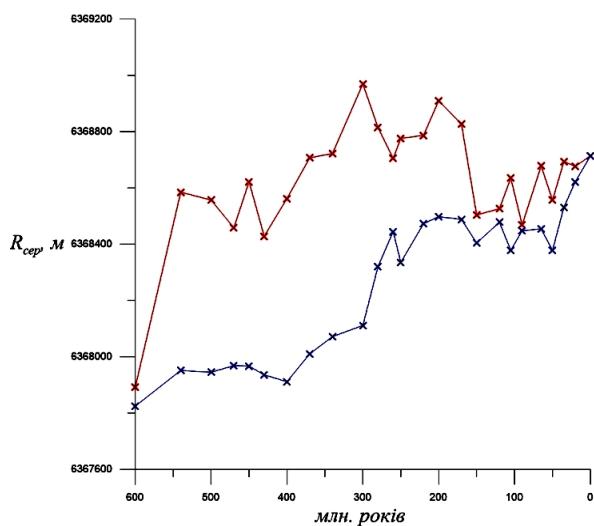
**Рис. 10.** Графіки зміни півосей тривісного еліпсоїда за результатами моделювання (червоний колір – за даними C. Scotese, синій колір – за даними R. Blakey): а і б – велика і мала півосі в площині екватора; в – мала піввісь

**Fig. 10.** Graphs of the changes in semi-major axis of a triaxial ellipsoid with the results of modelling (red color – corresponds to C. Scotese, blue color – corresponds to R. Blakey): a, б – large and small semi-major axis in the plane of the equator; в – small semi-major axis

**Рис. 11.** Графіки різниці великої і малої осей тривісного еліпсоїда в площині екватора за результатами моделювання (червоний колір – за даними C. Scotese, синій колір – за даними Р. Блекі)

**Fig. 11.** Graphs of the difference between the large and small semi-major axis of the triaxial ellipsoid with the results of simulation (red color – corresponds to C. Scotese, blue color – corresponds to R. Blakey)

Сучасні дані ГНСС спостережень на постійних перманентних станціях також підтверджують тенденцію до збільшення середнього радіуса Землі [Shuanggen Jin, Wenyao Zhu, 2002, Tserklevych A., et al., 2017, Wen-Bin Shen W., et al., 2015].



**Рис. 12.** Зміна середнього радіуса Землі протягом 600 млн р.

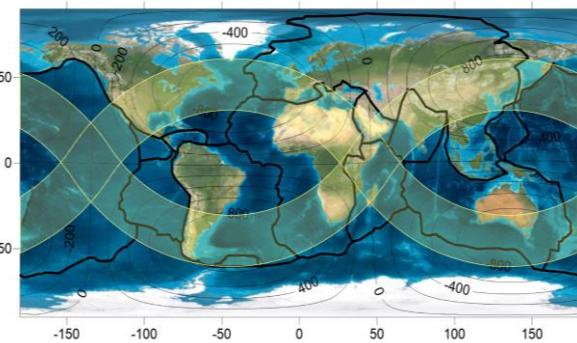
**Fig. 12.** The changes of the average Earth's radius over the period of 600 million years

Проаналізуємо тепер, яким чином відхилення малої півосі фігури фізичної поверхні планети від осі обертання можуть впливати на напруженодеформований стан літосфери і відповідно активізувати тектонічні процеси на Землі.

На рис. 13 показано карту з нанесеними ізолініями висот, які визначають відстані між поверхнями еліпсоїдів, що узагальнено представляють літосферу Землі і геоїд. На цій карті у вигляді широких дугоподібних смуг відображені названі нами умовно “тектонічний водорозділ” і “тектонічний тальверг”, які характеризують відповідно найбільші підняття і опускання еліпсоїда, що апроксимує поверхню літосфери відносно поверхні загальноземного еліпсоїда, що відображає геоїд. Як виявилося, ці смуги “тектонічного водороздолу” і “тектонічного тальвергу” майже в точності охоплюють граници тектонічних плит (за винятком Південно-Американської і Тихоокеанської плити). Таким чином, ці дві смуги, які виділяють своєрідний структурний планетарний “водорозділ” і “тальверг” на земній кулі, охоплюють практично всі граници основних літосферних плит. Тому поверхню літосфери можна розглядати як деформаційний еліпсоїд, на якому чітко відстежуються глобальні зони відколювання, що збігаються з діагонально розміщеними полосами планетарного “водороздолу” і “тальвергу”. Ця виявлене закономірність наводить на думку про визначальну роль взаємного розташування двох еліпсоїдів, що

апроксимують літосферу Землі і геоїд, та ротаційно-гравітаційних сил в структуротворчих процесах формування границь літосферних плит.

Зауважимо, що ще раніше Л. М. Расцветаєв [Расцветаев Л., 1991] виокремив дві великі діагональні зони відколів (“Критичні діагоналі”), що, на його думку, виконують важливу структуротворчу функцію в будові земної літосфери (див. рис. 14). Ці два планетарні пояси діагональних деформацій земної кори, орієнтовані діагонально до широтно-меридіональної мережі складчастих і рифових поясів нижніх та середніх широт. Вони перетинаються на екваторі в районі Індонезійського і Південно-Американського гравітаційних мінімумів (у точках виходу на поверхню малої екваторіальної осі тривісного еліпсоїда) і трактуються як прояв у структурі земної кори двох пов'язаних зон глобальних відколів, що сформувались під впливом максимальних тангенціальних напружень уздовж “кругових перетинів” тривісним еліпсоїдом поверхні Землі.



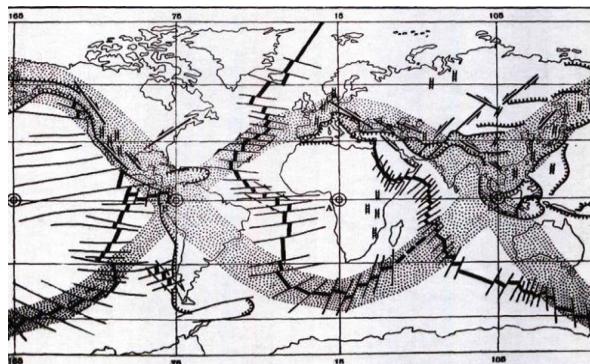
**Рис. 13.** Карта відстаней між еліпсоїдами. Висоти подано в метрах. Крива смуга на рисунку відповідає “тектонічному водороздолу”

**Fig. 13.** The Maps of distances between ellipsoids. The heights given in meters. The curve belt in the figure corresponds to the “tectonic watershed”

Тепер переїдемо до розгляду тангенціальних масових сил, що виникають внаслідок зміни положення осі фігури літосфери відносно осі обертання (рис. 15). Щодо розподілу поля векторів тангенціальних масових сил, то відзначимо їхню узгодженість з контурами материків, тобто стрілки векторів чітко вказують на напрямки руху тектонічних плит і переміщення материків та формування океанічної поверхні в процесі еволюції Землі. Важливо тут вказати на те, що представлена нами планетарна картина розподілу векторів тангенціальних масових сил дуже добре збігається з напрямком векторів горизонтальних зміщень перманентних станцій за GNSS-вимірами, які по-

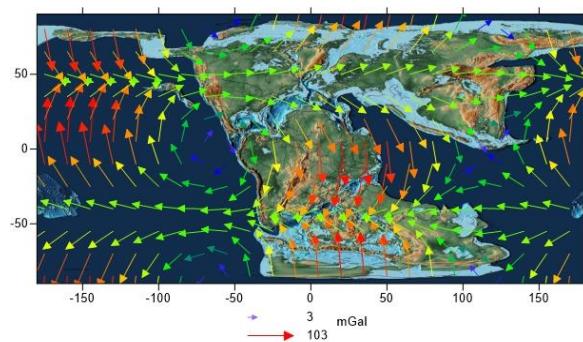
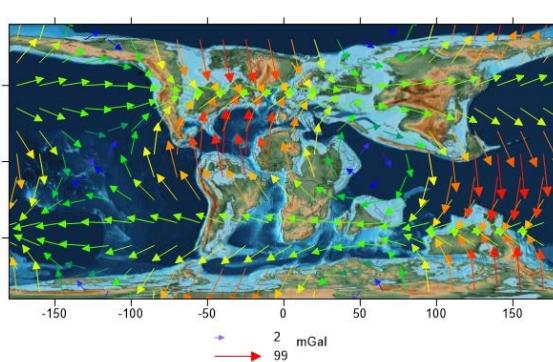
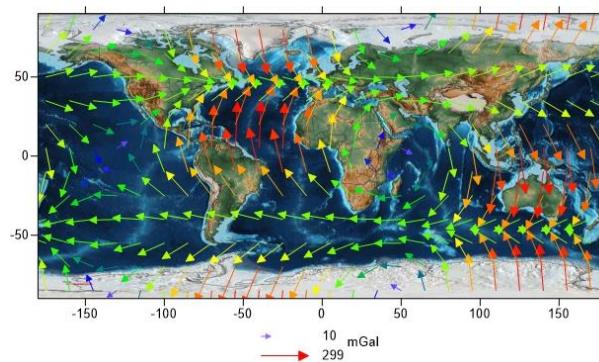
казано на рис. 16, що взяті із сайта [<https://i.ytimg.com/vi/KxJXiV4oTx0/maxresdefault.jpg>]. Виняток становлять два материки: Північна

Америка і Австралія, для яких вектори переміщення перманентних станцій за GNSS вимірами мають протилежний зміст.



**Рис. 14.** Зони глобальних відколів на поверхні геоїда (показані крапом) в узіставленні з пізньоальпійськими глобальними диз'юнктивними системами [Расщетваев Л., 1991]

**Fig. 14.** The zones of global breaks on the surface of the geoid (shown by wide strips) compared to the Late Alpine global disjunctive systems [Rascztvetaev L., 1991]

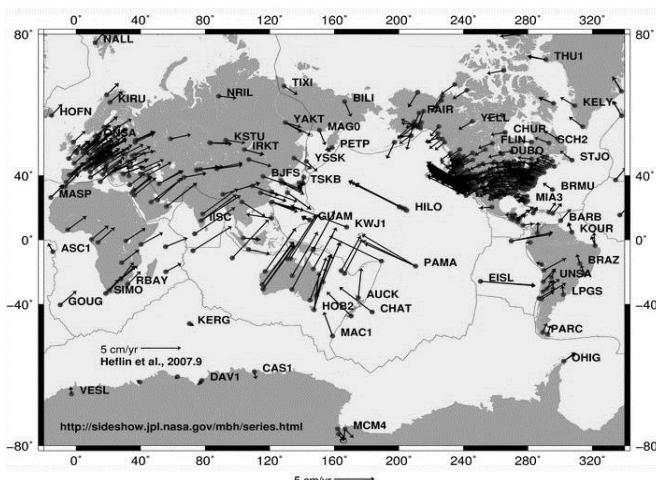


**Рис. 15.** Карти тангенціальних масових сил на фоні материків і океанів та тектонічних плит.

Стрілками показані тангенціальні сили в мілігалах: а – теперішній час; б – 90 мільйонів років опісля; в – 150 мільйонів років тому

**Fig. 15.** Maps of tangential forces on the background of continents, oceans and tectonic plates.

The arrows show the tangential forces (mGal): а – at present day; б – 90 million years ago; в – 150 million years ago



**Рис. 16.** Картографічне зображення векторів горизонтальних зміщень перманентних станцій GNSS [<https://i.ytimg.com/vi/KxJXiV4oTx0/maxresdefault.jpg>]

**Fig. 16.** Cartographic representation of horizontal displacement vector of GNSS permanent stations [<https://i.ytimg.com/vi/KxJXiV4oTx0/maxresdefault.jpg>]

Не вдаючись до причиново-наслідкової інтерпретації зазначених закономірностей, зазначимо, на наш погляд, ще одну важливу особливість, яка чітко проявляється у вихровому розподілі векторів тангенціальних сил у планетарному масштабі. Якщо простежити весь ланцюжок просторово-часових змін у розташуванні материків і водної поверхні на растрох картах палеореконструкцій і зіставити їх з отриманими нами розподілом векторів тангенціальних масових сил (на рис. 15 показано розподіл векторів тангенціальних сил тільки для деяких геологічних епох), то можна помітити, що вихрова (обертельна) спрямованість векторів є домінантною в переміщенні літосфери Землі. Пояснює такий розподіл тангенціальних масових сил взаємне розташування двох еліпсоїдів і орієнтація малої осі еліпсоїда, що описує поверхню літосфери, відносно осі обертання. Так на рис. 13, можна виявити чітку закономірність у розміщенні двох височин і знижень одного еліпсоїда над іншим. Відповідно до такого розміщення еліпсоїдів, формується розподіл напрямків векторів тангенціальних сил, під дією яких відбувається перетікання літосферних мас з височин у напрямку зниження. Епіцентр вихрового закручування тангенціальних масових сил збігається з точкою на екваторі, де практично стикаються нульові ізолінії, що розмежовують піднесення і зниження в розподілі висот (відстаней) між поверхнями двох еліпсоїдів. Таким чином, внаслідок зміни орієнтації еліпсоїда, що описує літосферу, відбувається формування оновленого поля потенційних горизонтальних сил, які відповідно до збереження моменту кількості руху переміщують літосферні маси і генерують напруги та деформації в літосферній оболонці. У міру підняття деякого об'єму речовини (наприклад, підняття пліому) впродовж регіонального розширення значної території відбувається зміна орієнтації фігури літосфери Землі, що призводить до генерації горизонтальних сил, спрямованих на зрівноважування симетрії щодо осі обертання. І ці сили, прикладені до всього обсягу речовини, неминуче створюють відповідні деформації. Отже, з обертанням Землі і динамікою переорієнтації зовнішньої поверхні літосфери, очевидно, пов'язані характерні тектонічні структури планетарного масштабу.

### **Наукова новизна і практична значущість**

Вперше в науковій літературі розглянуто планетарну динаміку вікових змін форми Землі за результатами апроксимації висот поверхні літосфери двовісним та тривісним еліпсоїдами на основі побудованих моделей висот рельєфу за палеореконструкціями материків і водної поверхні з використанням цифрової моделі поверхні Землі ETOP01 [NGIA 2016]. Незважаючи на те, що метод побудови моделей рельєфу поверхні літосфери може бути дискусійним щодо точності

представлення висот рельєфу, однак отримані результати надали можливість оцінити в якісному наближенні трендові закономірності вікових змін параметрів фігури Землі протягом 600 млн років. На основі введеного поняття “геоеволюційного” відхилення виска розраховані тангенціальні масові сили, що діють у верхній оболонці планети. Ця інтерпретація ролі гравітаційно-ротаційних сил у формуванні глобального поля напружень у літосфері Землі.

Подані результати використані у дослідженнях, які спрямовані на вивчення планетарних характеристик нашої планети, динаміки їхніх змін у часі та глобального напруженого стану, що є фундаментальною задачею у вивченні еволюції Землі.

### **Обговорення та висновки**

В інтерпретації трансформації фігури літосфери в процесі еволюційного розвитку Землі обґрунтovується гіпотеза, що вертикальні (радіальні) сили, які переміщують маси кори і мантії, порушують осьову симетрію планети, а горизонтальні сили (за рахунок гравітаційно-ротаційної енергії) відновлюють цю симетрію шляхом відповідного переміщення окремих плит і блоків, а також “квазірідкої” внутрішньої речовини. Цілком можливо, що в цих же горизонтальних рухах могли брати участь усі літосферні плити і їхнє переміщення повинне підкорятися немовби загальному призначенню горизонтальних переміщень – відновленню осьової симетрії і збереженню моменту кількості обертання.

Поверхневий натяг літосфери внаслідок дії тангенціальних масових сил призводить до дрейфу материків (текучому переміщенню поверхневого шару літосфери). Це може відбуватись тільки в тому випадку, коли в об'ємі Землі реалізуються фазові переходи першого роду, що спонукає внутрішні маси переміщатись у вертикальному напрямі. Дія горизонтальних сил відбувається як реакція на вертикальні сили для досягнення рівноважного стану планети, що перебуває під дією гравітаційно-ротаційних сил. У результаті цих процесів відбувається трансформація фігури літосфери, яка характеризується зміною розмірів осей еліпсоїдів, що описує поверхню літосфери, так і їхньою орієнтацією. В цьому випадку Землю можна розглядати як динамічну систему, в якій відбувається регулярна зміна об'єму, за загальної тенденції до його збільшення. Маса Землі залишається постійною, а сама Земля при цьому циклічно розширюється. З іншого боку, реалізація принципу мінімізації гравітаційної енергії, за умови сталості маси і моменту інерції планети, перетворює однорідну Землю на багатошарову [Кузнецов В., 2005].

Отже, сценарій розширення Землі впродовж її еволюції підтверджується збільшенням середнього радіуса за результатами комп'ютерного моделю-

вання висот рельєфу поверхні літосфери на основі палеореконструкцій розміщення материків і водної поверхні за геологічною шкалою, починаючи від сучасної епохи до 600 млн років тому.

Цікавими виявилися також проекції малої осі дводісного еліпсоїда на поверхню літосфери в різні геологічні епохи. Так, максимальне відхилення полюса малої півосі від північного полюса Землі не перевищує  $\sim 3^{\circ}$  для 26 отриманих еліпсоїдів, які апроксимують поверхню літосфери для різних геологічних епох, що може вказувати на критичну величину відхилення географічного полюса від осі обертання Землі для будь-якої конфігурації розміщення материків і водної поверхні.

Розглянуті нами поля тангенціальних масових сил показують хорошу узгодженість з формою материків і розміщенням тектонічних плит. Феноменальна картина проходження на сфері Землі названого нами “тектонічного водороздолу та тальвегу”, які майже повністю збігаються з положенням міжплитових границь, вказує на те, що це зовсім не випадковість. Безумовно, можна дібрати іншу систему сил, які, можливо, пояснювали б таку закономірність для окремих тектонічних плит чи розміщення материків у цьому місці. Однак важко було навіть уявити, що існує досить проста система горизонтальних масових сил, яка так чудово описує конфігурацію материків у динаміці їхнього геологічного розвитку. Це досить переконливо свідчить про те, що поверхневі маси під дією гравітаційно-ротаційних сил набувають властивості повзучості за довготривалої їхньої дії.

Дослідження тангенціальних масових сил, що виникають внаслідок переорієнтації тонкої твердої оболонки нашої планети показали, що на її поверхні утворюється поле напруженень. Його діючі сили розміщені у вигляді чотирьох вихрів, два полярні фокуси, розміщені поблизу полюсів, а два в площині екватора. Проаналізувавши діючі сили, можна зазначити, що поблизу осі вихрів значення діючих сил є мінімальними, а на краях – максимальними. Оси цієї системи вихрів є рухомими, що і проілюструвало моделювання (рис. 15).

Треба зазначити, що інтерпретацію цього явища в руслі переміщення блоків земної кори можна розглядати дещо проблематичною. Безумовно, ця система вихрів робить внесок у тектонічну динаміку літосфери, але віднайти однозначну кореляцію руху тектонічних плит з напрямками визначених у такий спосіб горизонтальних масових сил не вдається. Очевидно, що рухи тектонічних плит потрібно трактувати на основі не тільки сил, що виникають через переорієнтацію поверхні літосфери, але й сил через зміни стиснення і оберточної швидкості планети, а також руху в'язкої речовини, що міститься в тектоносфері. Тобто ця задача є комплексною і має багато неоднозначностей для її вирішення.

Якщо ж подивитися з іншого погляду на значущість цих сил, то можна помітити те, що

максимальні вихрові тангенціальні сили збігаються зі зонами планети, де відбуваються глибокофокусні потужні землетруси, і загалом тектонічна активність є найвищою. Та ці тонкі зв'язки потребують ще ґрунтовних досліджень.

### Список літератури

- Авсюк Ю. Н. Энергетика экзогенных геологических процессов / Ю. Н. Авсюк, В. П. Зверев, В. И. Макаров и др. // Опасные экзогенные процессы. – М. : ГЕОС. – 1999. – С. 49–86.
- Блинов В. Ф. Растущая Земля: из планет в звезды / В. Ф. Блинов // Электронная монография. – Киев, 2011. – 305 с.
- Божко Н. А., Баркин Ю. В. Дисимметрия тектонических процессов в ходе суперконтинентальной цикличности как динамические следствия относительных полярных смещений ядра и мантии Земли // Матер. 42-го тект. совещания. – М. : ГЕОС, 2009. – Т. 1. – С. 66–70.
- Гончаров М. А. Подъем с всесторонним горизонтальным растяжением Антарктики и опускание с всесторонним горизонтальным сжатием Арктики как следствие северной компоненты дрейфа континентов / М. А. Гончаров // Матер. 42-го тект. совещания. – М. : ГЕОС. – 2009. – С. 151–155.
- Красовский Ф. Н. Избранные сочинения / Ф. Н. Красовский. – М. : Геодезиздат. – Т. 1, 1953. – 372 с.; Т. 2, 1956. – 220 с.; Т. 3, 1955. – 816 с.; Т. 4, 1955. – 574 с.
- Красовский Ф. Н. О некоторых научных задачах астрономо-геодезии в связи с изучением твердой оболочки Земли / Ф. Н. Красовский // Тр. Инст. теоретич. Геофизики АН СССР. – 1947. – М. 2. – С. 3–21.
- Кропоткин П. Н. Вариации угловой скорости вращения Земли, колебаний полюса и скорости дрейфа геомагнитного поля и их возможная связь с геотектоническими процессами / П. Н. Кропоткин, Ю. А. Трапезников // Изв. АН СССР. Сер. геол. – 1963. – № 11. – С. 32–50.
- Кузнецов В. В. Принцип минимизации гравитационной энергии Земли и механизмы его реализации / В. В. Кузнецов // Вестника Отделения наук о Земле РАН. Электронный научно-информационный журнал. – 2005. – № 1(23). – С. 1–27.
- Левин Б. В. Роль движений внутреннего ядра Земли в тектонических процессах / Б. В. Левин // Фундаментальные проблемы общей тектоники. – М. : Научный мир, 2002. – С. 444–461.
- Личков Б. Л. Природные воды Земли и литосфера / Б. Л. Личков. – М.–Л. : Изд-во АН СССР, 1960. – 164 с.
- Манк У., Макдональд Г. Вращение Земли / У. Манк, Г. Макдональд. – М. : Мир, 1964. – 384 с.

- Машимов М. М. Физическая геодезия: метаморфозы в начале пути; возрождение учения Красовского в новейшее время / М. М. Машимов // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1999. – № 6. – С. 63–76.
- Мельников О. А. Ротационный режим Земли – отправной пункт и основа численного и физического моделирования любых геологических процессов / О. А. Мельников // Тектоника и геодинамика континентальной литосферы : матер. XXXVI Тектонического совещания. – М. : ГЕОС, 2003. – Т. 2. – С. 40–44.
- Менард Г. У. Геология дна Тихого океана / Г. У. Менард. – М. : Мир, 1966. – 275 с.
- Мещеряков Г. Об одном единственном решении обратной задачи теории потенциала / Г. Мещеряков // Доповіді національної академії наук. – 1977. – № 6. – С. 492–495.
- Мирлин Е. Г. Проблема вихревых движений в «твёрдых» оболочках Земли и их роли в геотектонике / Е. Г. Мирлин // Геотектоника. – 2006. – № 4. – С. 43–60.
- Молоденский М. С. Роль геофизики и геологии в исследовании фигуры Земли / М. С. Молоденский // Сб. научно-техн. и произ. статей по геодезии, картографии, топографии, аэросъёмке и гравиметрии. – 1945. – № 98. – С. 24–30.
- Молоденський М. С. Современные задачи изучения фигуры Земли / М. С. Молоденський // Геодезия и картография. – 1958. – № 7. – С. 3–5.
- Мушкетов Д. И. Региональная геотектоника / Д. И. Мушкетов. – Л.-М. : ОНТИ, 1935. – 527 с.
- Одесский И. А. Ротационно-пульсационный режим Земли и его геологические исследования / И. А. Одесский. – СПб. : Пангея, 2004. – 27 с.
- Павленкова Н. И. Нерешенные проблемы глобальной тектоники и возможные пути их решения / Н. И. Павленкова [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.youtube.com/watch?v=deVM7FB29FE>
- Слудский Ф. А. Общая теория фигуры Земли / Ф. А. Слудский. – М. : МГУ, 1888. – 98 с.
- Стовас М. В. Избранные труды / М. В. Стовас. – М. : Недра, 1975. – 153 с.
- Тяпкин К. Ф. Новая ротационная гипотеза структурообразования и ее геолого-математическое обоснование / К. Ф. Тяпкин, М. М. Довбнич. – Донецк : Ноулидж, 2009. – 342 с.
- Расцветаев Л. М. Глобальные сдвиги и зоны скальвания планетных тел / Л. М. Расцветаев // Сдвиговые тектонические нарушения и их роль в образовании месторождений полезных ископаемых. – М. : Наука, 1991. – С. 137–148.
- Хайн В. Е. Об основных принципах построения подлинно глобальной модели динамики Земли / В. Е. Хайн // Геология и геофизика. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 753–760.
- Церкевич А. Л. Геодинамічна еволюція фігури Землі та Марса / А. Л. Церкевич, О. С. Заяць // Геодинаміка. – 2012. – № 2(13). – С. 38–42.
- Церкевич А. Л. Апроксимація висот фізичної поверхні Землі двовісним і тривісним еліпсоїдами / А. Л. Церкевич, О. С. Заяць, Є. О. Шило // Геодинаміка. – 2016. – № 1 (20). – С. 40–49.
- Церкевич А. Л. Динаміка трансформації фігури Землі / А. Л. Церкевич, О. С. Заяць, Є. О. Шило // Кінематика і фізика небесних тел. – 2017. – Т. 33. – № 3. – С. 54–69.
- Шейдегер А. Основы геодинамики / А. Шейдегер. – М. : Недра, 1987. – 384 с.
- Шен Э. Л. Гравитационная энергия и внутренняя структура планет : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук спец. 01.04.12 “Геофизика” / Э. Л. Шен. – Киев, 1980. – 14 с.
- Blakey R. Global Paleogeography [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www2.nau.edu/rbc7/globaltext2.html>
- Chandrasekhar S. Ellipsoidal figures of equilibrium / Chandrasekhar. – New Haven and London: Yale University Press, 1969.
- Gauss K. F. Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs und Abstossungskräfte / Gauss. // Werke, 5, Göttingen. – 1867. – P. 197–244.
- Malloof A. C. Combined paleomagnetic, isotopic, and stratigraphic evidence for true polar wander from the Neoproterozoic Akademikerbreen Group, Svalbard, Norway / A. C. Malloof, G. P. Halverson, J. L. Kirschvink et al. // Geological Society of America Bulletin. – 2006. – Vol. 118, no. 9/10. – P. 1099–1124.
- Marchenko A. N. The Earth’s global density distribution and gravitational potential energy. In M. G. Sideris (ed.) / Marchenko // Observing our Changing Earth, Int. Assoc. of Geodesy Symp. 133. – 2009. – P. 483–491.
- Maxwell J. K. A Treatise on Electricity and Magnetism. 2nd Ed., Vol. 1 / Maxwell. – Oxford, 1881. – 464 p.
- Moritz H. The Figure of the Earth. Theoretical Geodesy and Earth’s Interior / H. Moritz. – Karlsruhe: Wichmann, 1990. – 279 p.
- National Centers for Environmental Information,ETOPO1 Global Relief Model [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/global.html>.
- Rogister Y. Influence of liquid core dynamics on rotational modes / Y. Rogister, B. Valette // Geophysical Journal International. – 2009. – 176 (2). – P. 368–388.
- Rubincam D. P. Gravitational potential energy of the Earth: A spherical harmonic approach / Rubincam D. P. // Journal of Geoph. Res. – 1979. – Vol. 84, № B11. – P. 6219–6225.
- Scoppola B. The westward drift of the lithosphere: a rotational drag? / B. Scoppola, D. Boccaletti, M. Bevis, E. Carminati, C. Doglioni // Geol. Soc. Amer. Bull. – 2006. – No. 2, Vol. 118. – P. 199–209.

- Shuanggen Jin, Quantitative analysis of the slowing expansion of the South hemisphere / Jin Shuanggen, Zhu Wenyao // Proceedings of colloquium "APSG-Irkutsk". – М. : GEOS, 2002. – P. 154–162.
- Thomson W. Treatise on Natural Philosophy / W. Thomson, P. Tait. // Cambridge University Press. – 1883. – Vol. 2, No. 36. – P. 497–502.
- Tserklevych A. Dynamics of the Earth Shape Transformation / A. Tserklevych, O. Zayats, Y. Shylo // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. – 2017. – Vol. 33, No. 3. – P. 130–141.
- Wen-Bin Shen W. Estimation of the asymmetric vertical variation of the southern and northern hemispheres of the earth. / Wen-Bin Shen W., Rong Sun R., Barkin Y., Ziyu Shen Z. // Geodynamics & Tectonophysics. – 2015. – 6(1). – P. 45–61.

А. ЦЕРКЛЕВИЧ, Е. ШИЛО, О. ШИЛО

Национальный университет "Львовська політехніка", ул. С. Бандери, 12, Львов, Украина, 79013, тел.(099) -95-41-434, ел. почта shyloyevhenii@gmail.com

### ФІГУРА ЗЕМЛІ И ГЕОДИНАМИКА

**Цель.** Цель данной работы на качественном и приближенно количественном уровне показать, как в процессе эволюционного саморазвития планеты в результате действия гравитационно-ротационных и эндогенных сил происходит перераспределение масс, приводящее к трансформации фигуры литосфера от двухосного эллипсоида к трехосному и наоборот, изменения сжатия и осевой скорости вращения и перемещение полюса в геологическом времени. Определить действующие массовые силы, обуславливающие динамику напряженного состояния в верхней оболочке Земли, на основе вычисленных параметров эволюционных изменений фигуры поверхности литосферы. **Методика.** Фигура поверхности литосферы геометрически повернута относительно фигуры геоида и в геологическом времени ориентация этих фигур и параметры эллипсоидов, аппроксимирующих их, менялись. Такое размещение фигуры литосферы и фигуры геоида может создавать напряжение, направленное на приведение распределение масс литосферы в соответствии с фигурой геоида. По параметрам эволюционных изменений фигуры поверхности литосферы, можно определять действующие массовые силы, обуславливающие динамику напряженного состояния Земли. Вычисление параметров двухосного и трехосного эллипсоидов выполнялось на основе данных цифровой модели поверхности Земли ETOP01. Для указанной модели высоты были усредненные в пределах трапеций  $5^\circ \times 5^\circ$ . Для моделирования трансформации фигуры Земли и оценки влияния ее переориентации на напряженно-деформированное состояние литосферы в далекие геологические эпохи использованы два варианта наборов растровых карт палеореконструкций размещения материков и водной поверхности, которые независимо были созданы Р. Блэки и К. Скотсом. Поскольку все растровые изображения созданы последовательно в определенных цветах, то с некоторым предположением, найдя связь между изображением высот модели ETOP01 и растровыми картами палеореконструкций, можно с определенным приближением перейти к цифровой модели рельефа поверхности (ЦМРП) литосферы Земли для геологических эпох, привязанных к соответствующим картам с изображением материков и водной поверхности. **Результаты.** Предложен алгоритм определения ЦМРП литосферы Земли по данным растровых карт палеореконструкций и вычислены параметры двухосного и трехосного эллипсоидов на фиксированные моменты геологического времени. Приведены формулы для вычисления тангенциальных массовых сил, возникающих в результате перемещения полюса фигуры литосферы и изменения скорости вращения планеты вокруг своей оси, и дана интерпретация исследований планетарной динамики фигуры литосферы Земли и глобального напряженного состояния. **Научная новизна.** Введено понятие «геоэволюционного» отклонения отвеса, с учетом которого рассчитаны тангенциальные массовые силы, действующие в верхней оболочке планеты. Данна интерпретация роли гравитационно-ротационных сил в формировании глобального поля напряжений и трансформации фигуры поверхности литосферы Земли. **Практическая значимость.** Представленные результаты будут использоваться в дальнейших исследованиях, направленных на изучение планетарных характеристик нашей планеты, динамики их изменений во времени и глобального напряженного состояния.

*Ключевые слова:* двухосный и трехосный эллипсоид, цифровая модель рельефа поверхности литосферы Земли, тангенциальные массовые силы, напряженное состояние литосферы.

A. TSERKLEVYCH, Ye. SHYLO, O. SHYLO

Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandera str., Lviv, Ukraine, 79013, tel. (099)-98-41-434, email: shyloyevhenii@gmail.com

## SHAPE OF THE EARTH AND GEODYNAMICS

**Aim.** The aim of this work is multifold: to show, at a qualitative and approximately quantitative level, how the process of the evolutionary self-development of the planet is a result of the action of gravitational-rotational and endogenous forces, and to show that mass redistribution leads to the transformation of the figure of the lithosphere from a biaxial ellipsoid to a triaxial and vice versa; to show changes in compression, axial rotation speed, and pole displacement in geological time; and to determine the valid mass forces that cause the dynamics of the stress state in the upper shell of the Earth, based on the calculated parameters of the evolutionary changes in the shape of the surface of the lithosphere. **Methods.** The figure of the surface of the lithosphere is geometrically rotated relative to the figure of the geoid and in geological time the orientation of these figures and the parameters of the ellipsoids approximating them has changed. This arrangement in the figure of the lithosphere and the figure of the geoid can create a stress directed at bringing the mass distribution of the lithosphere in accordance with the figure of the geoid. Applying the parameters of the evolutionary changes in the shape of the lithosphere surface, it is possible to determine the valid mass forces that determine the dynamics of the Earth's stress state. The calculation of the parameters of the biaxial and triaxial ellipsoids was performed because of the data of the digital model of theETOPO1 Earth's surface. The heights were averaged within the trapezoids of  $5^\circ \times 5^\circ$  for this model. To model the transformation of the Earth's shape and to assess the effect of its reorientation on the stress-strain state of the lithosphere in distant geological epochs, two variants of raster map sets of paleo-reconstructions of continental and water surface locations were used. They were independently created by R. Blakey and K. Scotese. All bitmaps were created sequentially in certain colors. Having found the connection between theETOPO1 model height image and the raster maps of paleo-reconstructions, one can go to the digital surface relief model (DSRM) of the Earth's lithosphere to visualize geological epochs tied to corresponding maps with images of the continents and the water surface. **Results.** An algorithm is proposed for determining the Earth's lithospheric model from data of raster maps of paleo-reconstructions and calculating parameters of biaxial and triaxial ellipsoids at fixed moments of geological time. Formulas for calculating the tangential mass forces resulting from the displacement of the poles and the shape of the lithosphere, and changes in the speed of rotation of the planet around its axis are given. The interpretation of the study of the planetary dynamics of the Earth's lithosphere and the global stress state is given. **The scientific novelty.** The concept of "geoevolutionary" plumb line deviation, which was used for computations of tangential forces acting on the top shell of the planet, is introduced. Interpretation of the role of gravitational and rotation forces in formation of the global stress field in the Earth's tectonosphere is given. **The practical significance.** The results will be used in further investigations in the study of planetary characteristics, its dynamical variations, and the global stress state of our planet.

**Key words.** biaxial and triaxial ellipsoid, digital surface relief model of the Earth's lithosphere, tangential mass forces, stress state of lithosphere.

## REFERENCES

- Avsyuk Yu. N., Zverev V. P., Makarov V. i dr *Energetika ekzogennyih geologicheskikh protsessov* [Energetics of exogenous geological processes]. Opasnyie ekzogennye protsessyi. Moscow: GEOS. 1999, pp. 49–86 [in Russian].
- Blinov V. F. *Rastuschaya Zemlya: iz planet v zvezdyi* [Growing Earth: from planets to stars]. Elektronnaya monografiya. Kyiv, 2011, 305 p. [in Ukrainian].
- Bozhko N. A., Barkin Yu. V. *Disymmetriya tektonicheskikh protessov v hode superkontinentalnoy tsiklichnosti kak dinamicheskie sledstviya otnositelnyih polyarnyih smescheniy yadra i mantii Zemli* [Dysymmetry of tectonic processes during supercontinental cyclicity as dynamic consequences of relative polar displacements of the Earth's core and mantle] Materialy 42-go tekts. soveschaniya. Moscow: GEOS. 2009. T. 1, pp. 66—70 [in Russian].
- Goncharov M. A. *Pod'em s vsestoronnim gorizontalnym rastyazheniem Antarktiki i opuskanie s vsestoronnim gorizontalnym szhatием Arktiki kak sledstvie severnoy komponentyi dreyfa kontinentov* [The lifting with a comprehensive horizontal extension of the Antarctic and subsidence with a comprehensive horizontal compression of the Arctic as a consequence of the northern component of the continental drift] Materialy 42-go tekts. soveschaniya. Moscow: GEOS. 2009., pp. 151–155 [in Russian].
- Krasovskiy F. N. *Izbrannye sochineniya* [Selected publications]. Moscow: Geodezizdat. T. 1, 1953, 372 p.; T. 2, 1956, 220 p.; T. 3, 1955, 816 p.; T. 4, 1955, 574 p. [in Russian].

- Krasovskiy F. N. *O nekotoryih nauchnyih zadachah astronomo-geodezii v svyazi s izucheniem tverdoy obolochki Zemli* [On some scientific problems of astronomical-geodesy in connection with the study of the hard shell of the Earth] Tr. Inst. teoretich. Geofiziki AN SSSR. 1947, M 2. pp. 3–21 [in USSR].
- Kropotkin P. H., Trapeznikov Yu. A. *Variatsii uglovoy skorosti vrashcheniya Zemli, kolebaniy polyusa i skorosti dreyfa geomagnitnogo polya i ih vozmozhnaya svyaz s geotektonicheskimi protsessami* [Variations in the angular velocity of the Earth's rotation, pole oscillations and drift velocity of the geomagnetic field and their possible connection with geotectonic processes]. Izv. AN SSSR. Ser. geol. 1963, no. 11, pp. 32–50 [in USSR].
- Kuznetsov V. V. *Printsip minimizatsii gravitatsionnoy energii Zemli i mehanizmy ego realizatsii* [The principle of minimizing the Earth's gravitational energy and the mechanisms for its realization]. Vestnika Otdeleniya nauk o Zemle RAN. Elektronnyiy nauchno-informatsionnyiy zhurnal. 2005, no 1(23), pp. 1–27 [in Russian].
- Levin B. V. *Rol dvizheniy vnutrennego yadra Zemli v tektonicheskikh protsessakh* [The role of movements of the inner core of the Earth in tectonic processes]. Fundamentalnyie problemyi obschey tektoniki. Moscow: Nauchnyiy mir, 2002, pp. 444–461 [in Russian].
- Lichkov B. L. *Prirodnyie vodyi Zemli i litosferyi* [The natural waters of the Earth and the lithosphere]. Moscow–Leningrad: Izd. – vo AN SSSR, 196, 164 p.
- Mank U., Makdonald G. *Vrashchenie Zemli* [Rotation of the Earth]. Moscow: Mir, 1964, 384 p [in Russian].
- Mashimov M. M. *Fizicheskaya geodeziya: metamorfozy v nachale puti; vozrozhdenie ucheniya Krasovskogo v noveyshee vremya* [Physical geodesy: metamorphosis at the beginning of the path; the revival of Krasovsky's teaching in modern times]. Izv. vuzov. Geodeziya i aerofotos'emka. 1999, no. 6, pp. 63–76.
- Melnikov O. A. *Rotatsionnyiy rezhim Zemli – otpravnoy punkt i osnova chislennogo i fizicheskogo modelirovaniya lyubiyih geologicheskikh protsessov* [Rotational mode of the Earth - the starting point and the basis for numerical and physical modeling of any geological processes]. Tektonika i geodinamika kontinentalnoy litosferyi. Materialy HHV1 Tektonicheskogo soveschaniya. Moscow: GEOS. 2003, T. 2, pp. 40–44 [in Russian].
- Menard G. U. *Geologiya dna Tihogo okeana* [Geology of the bottom of the Pacific Ocean]. Moscow: Mir, 1966, 275 p [in Russian].
- Mescheryakov G. On the unique solution of the inverse problem of the potential theory. Reports of the Ukrainian Academy of Sciences. Kiev, Series A. 1977, no. 6, pp. 492–495 [in Ukrainian].
- Mirlin E. G. *Problema vihrevyih dvizheniy v «tvyordiyih» obolochkah Zemli i ih roli v geotektonike* [The problem of vortex motions in the "hard" shells of the Earth and their role in geotectonics]. Geotektonika. 2006, no. 4, pp. 43–60.
- Molodenskiy M. S. *Rol geofiziki i geologii v issledovanii figuryi Zemli* [The role of geophysics and geology in the study of the figure of the Earth]. Sb. nauchno-tehn. i proiz. statey po geodezii, kartografii, topografii, aeros'emke i gravimetrii. 1945, no. 98, pp. 24–30.
- Molodenskiy M. S. *Sovremennye zadachi izucheniya figuryi Zemli* [Modern tasks of studying the figure of the Earth]. Geodeziya i kartografiya. 1958, no. 7, pp. 3–5.
- Mushketov D. I. *Regionalnaya geotektonika* [Regional geotectonics]. Leningrad– Moscow: ONTI, 1935, 527 p. [in Russian].
- Odesskiy I. A. *Rotatsionno-pulsatsionnyiy rezhim Zemli i ego geologicheskie issledovaniya* [Rotational-pulsation regime of the Earth and its geological investigations]. SPb.: Pangeya. 2004, 27 p. [in Russian].
- Pavlenkova N. I. *Nereshennyie problemyi globalnoy tektoniki i vozmozhnye puti ih resheniya* [Unsolved problems of global tectonics and possible solutions to them]. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=deVM7FB29FE>
- Sludskiy F. A. *Obschaya teoriya figuryi Zemli* [General theory of the figure of the Earth]. Moscow: MGU, 1888, 98 p. [in Russian].
- Stovas M. V. *Izbrannye trudyi* [Selected publications]. Moscow: Nedra, 1975, 153 p. [in Russian].
- Tyapkin K. F., Dovbnich M. M. *Novaya rotatsionnaya gipoteza strukturoobrazovaniya i ee geologo-matematicheskoe obosnovanie* [New rotational hypothesis of structure formation and its geological and mathematical justification]. Donetsk: «Noulidzh», 2009, 342 p. [in Ukrainian].
- Rastsvetaev L. M. *Globalnyie sdvigi i zonyi skalyivaniya planetnyih tel.* [Global shifts and zones of movement of planetary bodies]. Sdvigovye tektonicheskie narusheniya i ih rol v obrazovanii mestorozhdeniy poleznyih iskopaemyih. Moscow: Nauka, 1991, pp. 137–148 [in Russian].
- Hain V. E. *Ob osnovnyih printsipah postroeniya podlinno globalnoy modeli dinamiki Zemli* [On the basic principles of building a truly global model of the dynamics of the Earth]. Geologiya i geofizika. 2010, t. 51, no. 6, pp. 753–760.
- Tserklevych A. L., Zaiats O. S. *Heodynamichna evoliutsiia fihury Zemli ta Marsa* [Geodynamic evolution of the figure of the Earth and Mars]. Heodynamika. 2012, no. 2(13), pp. 38–42 [in Ukrainian].
- Tserklevych A. L., Zaiats O. S., Shylo Ye. O. *Aproksymatsiia vysot fizichnoi poverkhni Zemli dvovisnym i tryvisnym elipsoidamy* [Approximation of heights of the physical surface of the Earth by biaxial and triaxial ellipsoid]. Heodynamika. 2016, no. 1(20), pp. 40–49 [in Ukrainian].

- Tserklevych A. L., Zaiats O. S., Shylo Ye. O. *Dynamika transformatsii fihury Zemli* [The dynamics of the transformation of the figure of the Earth]. Kynematyka y fyzyka nebesnykh tel. 2017, T 33, no. 3, pp. 54–69 [in Ukrainian].
- Sheydeger A. *Osnovy geodinamiki* [Fundamentals of Geodynamics]. Moscow: Nedra, 1987, 384 p. [in Russian].
- Shen E. L. *Gravitatsionnaya energiya i vnutrennyaya struktura planet* [The gravitational energy and internal structure of the planets] Avtoref. dis. ... k.f.-m. nauk: spets. 01.04.12 “Geofizika”. Kyiv, 1980, 14 p. [in Ukrainian].
- Blakey R. Global Paleogeography Available at:<https://www2.nau.edu/rcb7/globaltext2.html> [in USA]
- Chandrasekhar S. Ellipsoidal figures of equilibrium. Chandrasekhar. New Haven and London: Yale University Press, 1969.
- Gauss K. F. Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs und Abstossungskräfte. Gauss. Werke, 5, Göttingen. 1867, pp. 197–244.
- Maloof A. C., Halverson G. P., Kirschvink J. L. et al. Combined paleomagnetic, isotopic, and stratigraphic evidence for true polar wander from the Neoproterozoic Akademikerbreen Group, Svalbard, Norway. Geological Society of America Bulletin. 2006, v. 118, no. 9/10, pp. 1099–1124 [in USA].
- Marchenko A. N. The Earth’s global density distribution and gravitational potential energy. In M.G.Sideris (ed.) Marchenko. Observing our Changing Earth, Int. Assoc. of Geodesy Symp. 133, 2009, pp. 483–491.
- Maxwell J. K. A Treatise on Electricity and Magnetism. 2nd Edition, Vol. 1, Oxford, 1881, 464 p.
- Moritz H. The Figure of the Earth. Theoretical Geodesy and Earth’s Interior. Karlsruhe: Wichmann, 1990, 279 p.
- National Centers for Environmental Information, ETOPO1 Global Relief Model Available at: <https://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/> [in USA].
- Rogister Y., B. Valette. Influence of liquid core dynamics on rotational modes. Geophysical Journal International. 2009, 176 (2), pp. 368–388 [in USA].
- Rubincam D. P. Gravitational potential energy of the Earth: A spherical harmonic approach. Journal of Geophys. Res. 1979, Vol. 84, no. B11, pp. 6219–6225.
- Scoppola B., D.Boccaletti, M. Bevis, E. Carminati, C. Doglioni. The westward drift of the lithosphere: a rotational drag? Geol. Soc. Amer. Bull. 2006, no. 2, v.118, pp. 199–209 [in USA].
- Shuanggen Jin, Zhu Wenyao. Quantitative analysis of the slowing expansion of the South hemisphere. Proceedings of colloquium “APSG-Irkutsk” Moscow: GEOS. 2002, pp. 154–162 [in Russian].
- Thomson W, P. Tait. Treatise on Natural Philosophy. Cambridge University Press. 1883, Vol.2, no. 36, pp. 497–502.
- Tserklevych A., O. Zayats, Y. Shylo. Dynamics of the Earth Shape Transformation. Kinematics and Physics of Celestial Bodies. 2017, Vol. 33, No. 3, pp. 130–141 [in USA].
- Wen-Bin Shen W., Rong Sun R., Barkin Y., Ziyu Shen Z. Estimation of the asymmetric vertical variation of the southern and northern hemispheres of the earth. Geodynamics & Tectonophysics. 2015, 6(1), pp.45–61.

Надійшла 05.08.2017 р.