

Р. Н. ГАЙНУЛИН

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УГЛОВ, ВЫЧИСЛЕННЫХ ПО ИЗМЕРЕННЫМ НА ПЛАНЕ КООРДИНАТАМ

Координатный способ подготовки разбивочных данных позволяет легко и просто находить не только расстояния между точками, но и дирекционные углы выносимых направлений, а сле-

© Гайнулин Р. Н., 1992

довательно, и горизонтальные углы, т. е. все те элементы, которые необходимы для определения планового положения точки на местности.

Если с плана сняты координаты точек 1, 2 и 3, соответственно (x_1, y_1) , (x_2, y_2) и (x_3, y_3) , то, рассматривая угол β как разность дирекционных углов α_{13} и α_{12} (рис. 1), можно написать

$$\beta = \text{erctg} \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} - \text{arctg} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (1)$$

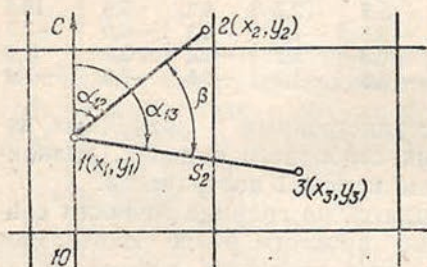


Рис. 1. Связь горизонтального угла с координатами конечных точек его сторон.

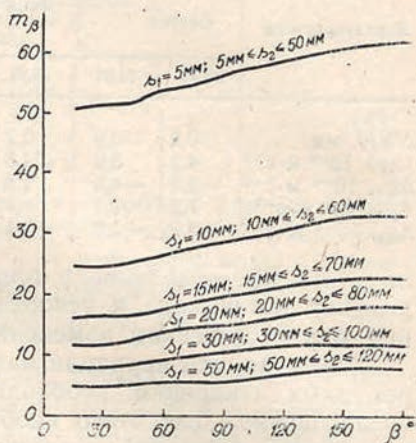


Рис. 2. Графики зависимости средней квадратической ошибки m_β от длин сторон и величины искомого угла.

Следует иметь в виду, что анализ именно этой функции позволяет учесть корреляционную зависимость между направлениями α_{12} и α_{13} , возникающую из-за наличия общей точки 1 (вершины угла β) [2, 3].

Как известно, координаты любой точки по топографическому плану (или карте) можно определить дважды: от южной и северной линий координатной (или километровой) сетки — для абсцисс и от западной и восточной линий сетки — для ординат. Полагая, что эти измерения равнозначны и независимы между собой, для средних значений абсциссы и ординаты точки будем иметь [1]

$$m_x = m_y = m_s / \sqrt{2}, \quad (2)$$

где m_s — средняя квадратическая ошибка однократного графического способа определения расстояния (абсциссы или ординаты точки) при помощи измерителя и масштабной линейки.

Отсюда

$$m_{x_1} = m_{y_1} = m_{x_2} = m_{y_2} = m_{x_3} = m_{y_3} = m_s / \sqrt{2}. \quad (3)$$

По правилам теории ошибок измерений, переходя от функции (1) к средним квадратическим ошибкам и учитывая зависимость (3), после несложных преобразований найдем

$$m_{\beta}^2 = m_s^2 \rho^2 \left(\frac{1}{s_1^2} + \frac{1}{s_2^2} - \frac{\cos \beta}{s_1 s_2} \right). \quad (4)$$

Таблица 1

Средние квадратические ошибки определения способом координат горизонтальных углов с одинаковыми длинами сторон

s, мм	$\beta, ^\circ$									
	15	30	45	60	75	90	120	150	180	$\bar{m}_{\beta}'$
5	56'	59'	63'	67'	72'	78'	87'	93'	95'	74'
10	28	29	31	34	36	39	44	47	48	37
15	19	20	21	22	24	26	29	31	32	25
20	14	15	16	17	18	20	22	23	24	19
25	11	12	12	13	15	16	17	19	19	15
30	9,3	9,8	10,4	11,2	12,2	13,0	14,0	15,5	16,5	12,4
40	7,0	7,4	7,8	8,3	9,0	9,8	10,9	11,7	11,7	11,3
50	5,6	5,9	6,2	6,7	7,2	7,8	8,6	9,3	9,6	7,4
60	4,6	4,8	5,1	5,6	6,1	6,4	7,2	7,7	8,0	6,2
70	4,0	4,2	4,5	4,8	5,1	5,6	6,2	6,7	6,9	5,3
80	3,5	3,7	3,8	4,2	4,5	4,8	5,4	5,8	5,9	4,6
90	3,0	3,2	3,5	3,7	4,0	4,3	4,8	5,1	5,3	4,1
100	2,9	2,9	3,2	3,4	3,5	3,8	4,3	4,6	4,8	3,7
110	2,6	2,7	2,9	3,0	3,4	3,5	4,0	4,2	4,3	3,4
120	2,2'	2,4'	2,6'	2,9'	3,0'	3,2'	3,5'	3,8'	4,0'	3,1'
$\bar{m}_{\beta}'$	19,2'	20,1'	21,4'	23,0'	24,8'	26,8'	29,8'	31,9'	32,7'	—

где s_1 и s_2 — длины сторон определяемого угла β (см. рис. 1); ρ — радиан ($\rho' = 3438'$).

Если стороны, образующие угол β , одинаковы ($s_1 = s_2 = s$), то формула (4) принимает вид [2, 3]

$$m_{\beta} = \frac{\rho m_s}{s} \sqrt{2 - \cos \beta}. \quad (5)$$

Результаты расчетов по (5) при $m_s = 0,08$ мм (3) для разных длин s и углов β сведены в табл. 1.

Как видим, точность определения горизонтальных углов по измеренным на плане координатам существенно зависит от длин сторон, образующих искомый угол β : чем стороны длиннее, тем точность выше. В то же время в отличие, например, от непосредственного способа измерения углов геодезическим транспортом, точность координатного способа довольно заметно обуславливается и самим углом: с увеличением искомого угла возрастают и средние квадратические ошибки его определения.

Очевидно, при подготовке разбивочных данных чаще возникает ситуация, когда длины сторон определяемого угла неодинаковые, т. е. $s_1 \neq s_2$.

Для подтверждения обнаруженных нами закономерностей произведем непосредственные вычисления по (4). При этом для удобства вычислений придадим ей такой вид:

$$m_{\beta} = \frac{\rho m_s}{s_1 s_2} \sqrt{s_1^2 + s_2^2 - s_1 s_2 \cos \beta}. \quad (6)$$

Задавая величины s_1 , s_2 , β и полагая $m_s = 0,08$ мм, получим результаты, приведенные в табл. 2. Для последующего

Таблица 2

Средние квадратические ошибки определения способом координат горизонтальных углов с разными длинами сторон

s_1 , мм	s_2 , мм	Углы $\beta \dots^\circ$								
		15	30	45	60	75	90	120	150	180
5	5—50	51'	52'	52'	54'	55'	57'	59'	61'	62'
10	10—60	25	25	26	27	28	29	31	33	33
15	15—70	16	17	17	18	19	20	22	23	23
20	20—80	12	12	13	14	15	15	17	18	18
25	25—90	10	10	11	11	12	13	14	15	15
30	30—100	8	8	9	9	10	11	12	12	12
35	35—110	7	7	8	8	9	9	10	11	11
40	40—120	6	6	7	7	8	8	9	9	10
45	45—120	5	6	6	6	7	7	8	8	9
50	50—120	5'	5'	5'	6'	6'	6'	7'	8'	8'

анализа полученные данные представлены также в виде графиков на рис. 2.

В сущности, мы получили семейство взаимно параллельных кривых второго порядка, разная удаленность которых от оси абсцисс (оси β) наглядно подтверждает уже обнаруженную нами закономерность: чем меньше стороны определяемого угла, тем меньше и точность его определения. Причем, если сопоставить данные табл. 1 и 2, то легко установить, что средняя квадратическая погрешность определения горизонтального угла способом координат обуславливается главным образом длиной наи-

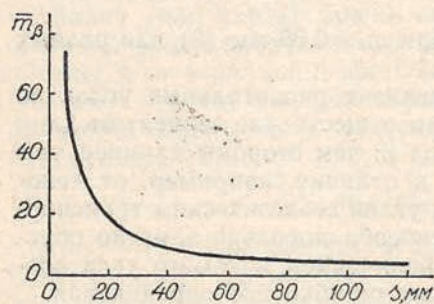


Рис. 3. Зависимость средней квадратической ошибки $\bar{m}_{\beta}$ от длины обрезающих угол сторон.

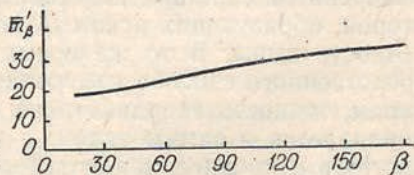


Рис. 4. Зависимость средней квадратической ошибки $\bar{m}'_{\beta}$ от величины определяемого угла.

меньшей стороны искомого угла β . Особенно наглядно эта закономерность просматривается на графике (рис. 3), построенном по средним значениям погрешностей $\bar{m}_\beta$ (см. табл. 1), характеризующим точность определения горизонтальных углов по плану способом координат в зависимости от длин образующих эти углы сторон.

Зависимость средней квадратической погрешности $\bar{m}_\beta'$ от определяемого угла в обобщенном виде (т. е. независимо от длин образующих угол сторон, см. табл. 1) графически представлена на рис. 4. Как видим, значения $\bar{m}_\beta'$ с увеличением угла на $15 \dots 30^\circ$ возрастают примерно на $5 \dots 7\%$, но между крайними значениями (от 15° до 180°) изменение $\bar{m}_\beta'$ достигает существенной величины — около 70% .

В целом при малых длинах сторон ($s \leq 20$ мм) способ координат дает довольно низкую точность определения горизонтального угла — примерно от $15'$ до $1,5^\circ$; при длинах сторон от 25 до 40 мм точность повышается и практически не выходит за пределы $15'$; при сторонах $s \geq 50$ мм средняя квадратическая ошибка определения угла менее $10'$ (см. табл. 1 и 2).

Очевидно, обнаруженные закономерности позволяют более обоснованно подойти к выбору рациональной методики подготовки разбивочных данных для выноса с нужной точностью проекта инженерного сооружения в натуру.

1. Большаков В. Д., Маркузе Ю. И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений. М., 1984. 2. Левчук Г. П., Новак В. Е., Конусов В. Г. Прикладная геодезия: Основные методы и принципы инженерно-геодезических работ. М., 1981. 3. Маслов А. В., Горохов Г. И. Геодезические работы при землеустройстве. М., 1976.