УДК 528.14/18

И. Ф. МОНИН

К ТЕОРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УРАВНИВАНИЯ СВОБОДНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Уравнивание свободных сетей специального назначения для быстрого получения координат пунктов выполняют параметрическим методом. Теория уравнивания в основном уже создана.

Приведем обоснование некоторых фактов этой теории и примеры уравнительных вычислений. Напишем уравнения поправок параметрического метода

$$B\delta X+B_{\mu}\delta M+L=V, \tag{1}$$

где B, B_{μ} — матрицы коэффициентов; L, V — матрицы свободных членов и поправок в измеряемые величины. Поправки в координаты представлены здесь двумя матрицами: δX — в определяемые пункты и δM — в исходные. Если $\delta M_i=0$, получим уравнение поправок классического параметрического метода уравнивания.

Умножим уравнение (1) на транспонированные матрицы B^{τ}, B_{μ}^{τ} и на матрицу A коэффициентов условных уравнений, которые возникают в геодезической сети:

$$B^{\tau}B\delta X+B^{\tau}B_{\mu}\delta M+B^{\tau}L=B^{\tau}V; \tag{2}$$

$$B_{\mu}^{\tau}B\delta X+B_{\mu}^{\tau}B_{\mu}\delta M+B_{\mu}^{\tau}L=B_{\mu}^{\tau}V; \tag{3}$$

$$AB\delta X+AB_{\mu}\delta M+AL=AV. \tag{4}$$

Правая часть уравнений (2) и (3), представляя собой математическую формулировку известной леммы Гаусса, равна нулю. Поэтому (2) и (3) — нормальные уравнения параметрического метода. Подставим в (2) и (3) вместо V значения $V=A^{\tau}K$, полученные коррелатным методом, где K — матрица коррелат:

$$B^{\tau}A^{\tau}K=0, \quad B_{\mu}^{\tau}A^{\tau}K=0,$$

или

$$AB=0,\ AB_{\mu}=0. \tag{5}$$

Следовательно, (4) — система условных уравнений коррелатного метода; AL — свободные члены условных уравнений, характеризующие связь параметрического уравнивания с коррелатным.

Как известно, число параметрических уравнений (1) равно количеству измеренных величин. Число независимых параметров δX_i, δM_i равно $n-1$ в высотных геодезических сетях и $2n-4$ — в плановых, где n — количество пунктов сети. Ранг матрицы коэффициентов при параметрах в (2), (3) определяется числом независимых параметров. Таким образом, ранг матрицы коэффициентов меньше ее порядка, так как порядок матрицы в высотных сетях равен n, а в плановых — $2n$. Определитель матрицы в этом случае равен нулю.

Согласно теории решения линейных уравнений, если ранг матрицы коэффициентов при неизвестных меньше ее порядка, неопределенная совместная система (2), (3) имеет множество решений, которые можно найти различными методами линейной алгебры. В геодезии неопределенные совместные системы линейных уравнений, по известным причинам, принято решать по методу наименьших квадратов, получая единственное решение. Нетрудно установить, что ранг матрицы коэффициентов уравнений (2), (3) равен рангу матрицы системы уравнений (2). Поэтому, рассматривая (2) как систему условных уравнений

$$AV+W=0, \tag{6}$$

$$A=(B^{\mathrm{T}}B \,\vdots\, B^{\mathrm{T}}B_{\mu}), \quad W=B^{\mathrm{T}}L, \quad V=\left(\frac{\delta X}{\delta M}\right),$$

легко написать ее решение и корреляционную матрицу (без постоянного множителя):

$$V=-A^{\mathrm{T}}(AA^{\mathrm{T}})^{-1}W, \quad Q_V=A^{\mathrm{T}}(AA^{\mathrm{T}})^{-1}Q_W(AA^{\mathrm{T}})^{-1}A,$$

или

$$\left(\frac{\delta X}{\delta M}\right)=-\left(\frac{B^{\mathrm{T}}B}{B_{\mu}^{\mathrm{T}}B}\right)N^{-1}B^{\mathrm{T}}L; \tag{7}$$

$$Q_{\left(\frac{\delta X}{\delta M}\right)}=\left(\frac{B^{\mathrm{T}}B}{B_{\mu}^{\mathrm{T}}B}\right)N^{-1}B^{\mathrm{T}}BN^{-1}(B^{\mathrm{T}}B \,\vdots\, B^{\mathrm{T}}B_{\mu})=$$

$$=\left(\begin{array}{c|c} B^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}B & B^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}B_{\mu} \\ \hline B_{\mu}^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}B & B_{\mu}^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}BN^{-1}B^{\mathrm{T}}B_{\mu} \end{array}\right), \tag{8}$$

где $$N=(B^{\mathrm{T}}B)^2+B^{\mathrm{T}}B_{\mu}\cdot B_{\mu}^{\mathrm{T}}B.$$

Итак, при параметрическом уравнивании свободных геодезических сетей, когда вычисляем поправки в координаты всех пунктов (в определяемые и исходные), определитель матрицы нормальных уравнений (2), (3) всегда равен нулю:

$$d=\left|\begin{array}{c|c} B^{\mathrm{T}}B & B^{\mathrm{T}}B_{\mu} \\ \hline B_{\mu}^{\mathrm{T}}B & B_{\mu}^{\mathrm{T}}B_{\mu} \end{array}\right|=0, \tag{9}$$

так как поправки δX_i, δM_i зависимы между собой, ранг матрицы коэффициентов при поправках меньше ее порядка и сумма

элементов строк этой матрицы равняется нулю, а это приводит к равенству

$$\Sigma(\delta X_i+\delta M_i)=0, \tag{10}$$

которое следует из (7).

Отметим, что уравнивая геодезическую сеть классическим параметрическим методом, когда $\delta M_i=0$, получаем

$$\delta\tilde{X}=-(B^{\tau}B)^{-1}B^{\tau}L; \tag{11}$$

$$\tilde{V}=-B(B^{\tau}B)^{-1}B^{\tau}L+L. \tag{12}$$

Вычисляемые величины δX и $\delta\tilde{X}$, судя по (7) и (11), различаются между собой. Найдем разность между V и $\tilde{V}$. Легко записать

$$V-\tilde{V}=\{B(B^{\tau}B)^{-1}-BB^{\tau}BN^{-1}-B_{\mu}B_{\mu}^{\tau}BN^{-1}\}B^{\tau}L. \tag{13}$$

Умножая (13) слева на матрицу A условных уравнений коррелатного метода и учитывая равенства (5), получаем

$$A(V-\tilde{V})=0. \tag{14}$$

Следовательно, поправки в измеряемые величины V или $\tilde{V}$, независимо от того, вычисляем ли мы их по формуле (1) или по (12), одинаковы.

Найдем зависимость между поправками δX, δM всех пунктов и поправками $\delta\tilde{X}$ определяемых пунктов. Из (11) имеем

$$B^{\tau}L=-B^{\tau}B\delta\tilde{X}. \tag{15}$$

Подставляя (15) в (7), получаем

$$\begin{pmatrix}\delta X\\ \delta M\end{pmatrix}=\mathbf{C}\cdot\delta\tilde{X}; \tag{16}$$

$$\delta\tilde{X}=\mathbf{C}^{+}\cdot\begin{pmatrix}\delta X\\ \delta M\end{pmatrix}, \tag{17}$$

где $\mathbf{C}=\begin{pmatrix}B^{\tau}B\\ B_{\mu}^{\tau}B\end{pmatrix}N^{-1}B^{\tau}B$; $\mathbf{C}^{+}$ — псевдообратная матрица, обладающая некоторыми свойствами обратной матрицы:

$$\mathbf{C}^{+}\mathbf{C}=\mathbf{E},\ (\mathbf{C}^{+})^{+}=\mathbf{C},\ (\mathbf{C}^{+})^{\tau}=(\mathbf{C}^{\tau})^{+}.$$

Для произвольной прямоугольной матрицы $\mathbf{C}$ псевдообратную можно получить следующим образом (если матрица $\mathbf{C}^{\tau}\mathbf{C}$ невырождена):

$$\mathbf{C}^{+}=(\mathbf{C}^{\tau}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^{\tau}. \tag{18}$$

Аналогичным образом легко получить зависимость

$$\delta M=B_{\mu}^{\tau}B(B^{\tau}B)^{-1}\delta X \tag{19}$$

между поправками в координаты исходных и определяемых пунктов.

Пользуясь (16) и (17), можно вычислять поправки δX, δM и корреляционную матрицу $Q_{\delta X \delta M}$, зная $\delta \tilde{X}$ и $Q_{\delta \tilde{X}}$ и наоборот. Приведем вычислительные примеры.

Геометрическое нивелирование. Для составления уравнений поправок (1) в геодезических сетях необходимо задаться исходными данными и получить приближенные координаты всех пунктов. В свободных сетях выбор исходных пунктов не имеет принципиального значения: можно любой пункт сети принять в качестве исходного. Так как сумма поправок в координаты всех пунктов в сети, полученная в результате уравнивания, равна нулю, следует заключить, что в высотных сетях исходный пункт надо относить к реперу с высотой $H_{ср}$, в плановых — к точке с координатами $x_{ср}$ и $y_{ср}$. К ориентировке сети и к масштабу необходимы дополнительные требования.

Геодезическая сеть нивелирования и триангуляции.

Примем высоту (см. рисунок) репера *1* $H_1=0$, приближенные высоты реперов *2* и *3* соответственно $H_2=h_1$, $H_3=h_3$. Измеренные превышения h_1, h_2, h_3. Длины ходов считаем одинаковыми. Требуется из уравнивания определить поправки к абсолютным высотам δH_1 δH_2, δH_3 и их точность. Составим уравнения поправок (1):

$$v_1=\delta H_2-\delta H_1,$$

$$v_2=\delta H_2-\delta H_3+l_2,$$

$$v_3=\delta H_3-\delta H_1;\quad l_2=h_1-h_2-h_3.$$

Нормальные уравнения (2) и (3) принимают вид:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \delta H_1 \\ \delta H_2 \\ \delta H_3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ -l_2 \end{pmatrix}=0.$$

Приняв $\delta H_1=\delta M$, $(\delta H_2 \delta H_3)=\delta X^{\text{т}}$, приведем результаты вычислений по (7), (8) и (11):

$$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\quad B_{\mu}=-\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\quad B^{\text{т}}B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},\quad B^{\text{т}}B_{\mu}=-\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$B^{\text{т}}L=\begin{pmatrix} l_2 \\ -l_2 \end{pmatrix},\quad N=3\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},\quad N^{-1}=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\quad \delta M=0,$$

$$\delta X^{\text{т}}=\frac{1}{3}(-l_2\, l_2),\quad Q_{\delta X}=\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$Q_{\delta M}=\frac{2}{9}, \quad Q_{\delta\tilde{x}}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}.$$

Примем в качестве исходного репера точку с высотой

$$H_{\text{ср}}=\frac{1}{3}(H_1+H_2+H_3).$$

Тогда высоты всех реперов изменятся и их можно вычислить по формуле

$$\tilde{H}_i=H_i-H_{\text{ср}}, \quad i=1, 2, 3.$$

Зависимость между поправками в высоты реперов запишем в матричной форме

$$\begin{Bmatrix}\delta\tilde{H}_1\\ \delta\tilde{H}_2\\ \delta\tilde{H}_3\end{Bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2 & -1 & -1\\ -1 & 2 & -1\\ -1 & -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta H_1\\ \delta H_2\\ \delta H_3\end{pmatrix}. \tag{20}$$

Зная корреляционную матрицу поправок δH_i, легко найти $Q_{\delta\tilde{H}_i}$. Так как корреляционная матрица $Q_{\delta H}$ в случае $\delta M_i=0$ зависит от двух поправок δH_2 и δH_3, перепишем (20)

$$\begin{Bmatrix}\delta\tilde{H}_1\\ \delta\tilde{H}_2\\ \delta\tilde{H}_3\end{Bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta H_2\\ \delta H_3\end{pmatrix}. \tag{21}$$

Псевдообратная матрица $\mathbf{C}^+$ для матрицы $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, как нетрудно проверить, будет $\mathbf{C}^+=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Следовательно,

$$\begin{pmatrix}\delta H_2\\ \delta H_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{Bmatrix}\delta\tilde{H}_1\\ \delta\tilde{H}_2\\ \delta\tilde{H}_3\end{Bmatrix}. \tag{22}$$

По (21) и (22) можно вычислять поправки в высоты реперов и корреляционные матрицы этих поправок в двух случаях: уравнивая сеть классическим методом или же уравнивая сеть

как свободную параметрическим методом. Результаты таких вычислений совпадают с вычислениями по (7), (8) и (16), (17). Наибольший интерес представляет формула (21). Более общие формулы, чем (21), (22), имеют вид

$$\begin{Bmatrix} \delta\tilde{H}_1 \\ \delta\tilde{H}_2 \\ \delta\tilde{H}_3 \\ \vdots \\ \delta\tilde{H}_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{Bmatrix} -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ k & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & k & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & k & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta H_2 \\ \delta H_3 \\ \delta H_4 \\ \vdots \\ \delta H_n \end{Bmatrix}, \quad k=n-1; \tag{23}$$

$$\begin{Bmatrix} \delta H_2 \\ \delta H_3 \\ \delta H_4 \\ \vdots \\ \delta H_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\tilde{H}_1 \\ \delta\tilde{H}_2 \\ \delta\tilde{H}_3 \\ \vdots \\ \delta\tilde{H}_n \end{Bmatrix}. \tag{24}$$

Таким образом, лучше всего нивелирную сеть уравнивать классическим параметрическим методом, приняв в качестве исходного репер, расположенный в середине сети, положив $H_1=0$. При этом целесообразно применить многогрупповой параметрический метод. Затем по (23) легко вычислить поправки в высоты всех реперов и получить по известному правилу корреляционную матрицу для этих поправок.

Триангуляция. Рассмотрим сеть из одного равностороннего треугольника (см. рисунок), в котором измерены с одинаковой точностью углы *1, 2, 3*. Примем $x_1=y_1=0$, $s_{13}=1$, $\alpha_{13}=90°$, при этом координаты пункта *1*, длина стороны и дирекционный угол даны без ошибок. Требуется определить поправки в координаты всех трех пунктов ($\varepsilon_1\eta_1\varepsilon_2\eta_2\varepsilon_3\eta_3$). Составим уравнения поправок (1):

$$v_1=\frac{1}{2}\varepsilon_1+\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_1+\frac{1}{2}\varepsilon_2-\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_2-1\cdot\varepsilon_3+0\cdot\eta_3,$$

$$v_2=\frac{1}{2}\varepsilon_1-\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_1-\varepsilon_2+0\cdot\eta_2+\frac{1}{2}\varepsilon_3+\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_3+l_2,$$

$$v_3=-\varepsilon_1+0\cdot\eta_1+\frac{1}{2}\varepsilon_2+\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_2+\frac{1}{2}\varepsilon_3-\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_3,$$

$$l_2=\pi-(1+2+3).$$

Нормальные уравнения (2), (3) запишем так:

$$\frac{3}{4}\cdot\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & -\sqrt{3} & -1 & \sqrt{3} \\ 0 & 2 & \sqrt{3} & -1 & -\sqrt{3} & -1 \\ -1 & \sqrt{3} & 2 & 0 & -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 & 0 & 2 & \sqrt{3} & -1 \\ -1 & -\sqrt{3} & -1 & \sqrt{3} & 2 & 0 \\ \sqrt{3} & -1 & -\sqrt{3} & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \varepsilon_1 \\ \eta_1 \\ \varepsilon_2 \\ \eta_2 \\ \varepsilon_3 \\ \eta_3 \end{vmatrix} +$$

$$+\frac{1}{2}l_2\begin{vmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ \sqrt{3} \end{vmatrix} = 0.$$

Принимая $(\varepsilon_2\eta_2)=\delta X^{\text{т}}$, $(\varepsilon_1\eta_1\varepsilon_3\eta_3)=\delta M^{\text{т}}$, приведем результаты вычислений по (7), (8) и (11):

$$B=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -2 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix},\quad B_{\mu}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} & -2 & 0 \\ 1 & -\sqrt{3} & 1 & \sqrt{3} \\ -2 & 0 & 1 & -\sqrt{3} \end{pmatrix},$$

$$B^{\text{т}}B_{\mu}=\frac{3}{4}\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} & -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 & \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix},$$

$$B^{\text{т}}B=\frac{3}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\quad N=\frac{27}{4}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\quad N^{-1}=\frac{4}{27}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} \varepsilon_2 \\ \eta_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{2}{9}l_2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\delta M^{\text{т}}=\frac{1}{9}(-1\ \sqrt{3}\ -1\ -\sqrt{3})\,l_2,\quad Q_{\delta X}=\frac{2}{27}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\quad Q_{\delta\tilde{X}}=\frac{2}{3}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Q_{\delta M}=\frac{1}{27}\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & \sqrt{3} \\ 0 & 2 & -\sqrt{3} & -1 \\ -1 & -\sqrt{3} & 2 & 0 \\ \sqrt{3} & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

К сожалению, зависимость между поправками $\delta\tilde{X}$ и δX в плановых сетях определить значительно сложнее, чем в нивелировании. По (16) и (17) находим

$$\begin{pmatrix}\delta X\\ \delta M\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\\ -1 & -\sqrt{3}\\ \sqrt{3} & -1\\ -1 & \sqrt{3}\\ -\sqrt{3} & -1\end{pmatrix}\delta\tilde{X},\ \delta\tilde{X}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 0 & -1 & \sqrt{3} & -1 & -\sqrt{3}\\ 0 & 2 & -\sqrt{3} & -1 & \sqrt{3} & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta X\\ \delta M\end{pmatrix}.$$

Статья поступила в редколлегию 06. 04. 88

измерений времени распространения радиоволн τ_i на величину $\tau_{ср.}$ из 10—12 τ_i на различных несущих частотах. Как известно, если имеем ряд измерений $l_1, l_2 \ldots l_n$ одной физической величины L и эти измерения статистически зависимы (коррелированы) между собой, то средняя арифметическая величина как наиболее вероятная оценка L определяется по формуле [1]

$$l_{ср} = \frac{S^{т} Q_l^{-1} L}{S^{т} Q_l^{-1} S}, \qquad (1)$$

где Q_l^{-1} — обратная корреляционная матрица результатов измерений; $\bar{L}$ — вектор-столбец результатов измерений; $S^{т}$ и S — единичные вектор-строка и вектор-столбец.

В нашем случае (1) можно переписать как

$$\tau_{ср}^{1} = \frac{S^{т} Q_{\tau}^{-1} \bar{\tau}}{S^{т} Q_{\tau}^{-1} S}, \qquad (2)$$

где $\tau_{ср}^{-1}$ — среднее время распространения радиоволн из одного приема; Q_{τ}^{-1} — обратная корреляционная матрица вектора $\bar{\tau}$; $\bar{\tau}$ — вектор результатов измерений τ_i в одном приеме.

Элементы корреляционной матрицы Q_{τ} получены как коэффициенты циклической автокорреляции между элементами вектора $\bar{\tau}$: τ_1 и τ_2, τ_2 и $\tau_3 \ldots$; τ_1 и τ_3, τ_2 и $\tau_4 \ldots$; τ_1 и τ_4, τ_2 и $\tau_5 \ldots$ τ_1 и τ_5, τ_2 и $\tau_6 \ldots$.

Коэффициенты автокорреляции вычислены для двух различных пар станции, на различных линиях, при различных метеоусловиях измерений (лето и осень) и высотах прохождения радиолуча. Данные автокорреляционного анализа приведены в таблице (пары станций условно обозначены 1 и 2).

Влияние корреляционной зависимости определялось путем сравнения среднего $\tau_{ср}$ точных величин (3) и $\tau_{ср}^{1}$ вычисленное по формуле (2). Величину $\tau_{ср}$ вычисляем по формуле

$$\tau_{ср} = \frac{\sum_{1}^{n} \tau_i}{n}, \qquad (3)$$

где n — количество несущих частот в приеме, на которых производились наблюдения. Объем выборки для каждого из обработанных измерений равен 100. Максимальное расхождение между $\tau_{ср}$ и $\tau'_{ср}$ составило 0,2 нс, что в линейной мере равно 30 мм. В 70% вычисление $\tau'_{ср}$ по (2) улучшало точность определения длины линии в среднем на 12%. Причем, чем теснее корреляционная зависимость, тем большее различие между величинами $\tau_{ср}$ и $\tau_{ср}^{1}$. Как видно из таблицы, расширение диапазона несущих частот в два раза (через 30 МГц) резко уменьшает корреляционную зависимость, как и увеличение высоты