

МЕТОДЫ УЧЕТА НИВЕЛИРНОЙ РЕФРАКЦИИ ПО КОЛЕБАНИЯМ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ОЦЕНКА ИХ ТОЧНОСТИ

Для учета нивелирной рефракции по колебаниям изображений измеряют максимальный размах (амплитуду) колебаний изображений биссектором высокоточных нивелиров по каждой рейке, обычно перед взятием отсчетов. По колебаниям изображений, длинам плеч и эквивалентным или средним высотам визирных лучей вычисляют поправки в превышения на станции.

Выведем формулу для определения нивелирной рефракции на основании метода редуцирования измеренных z на периоды спокойных изображений. Известно, что редуцированное зенитное расстояние z_n равно измеренному z обычным методом плюс полуразмах $\sigma/2$ (амплитуда) колебаний изображений [1], т. е.

$$z_n = z + 0,5\sigma \text{ и } \delta_n = \delta - 0,5\sigma, \quad (1)$$

где δ_n — угол рефракции при нейтральной стратификации. Из разности углов вертикальной рефракции δ_n на заднюю и переднюю рейки получаем

$$\Delta r = 0,5(\sigma_z - \sigma_n), \quad (2)$$

где σ_z и σ_n — максимальные колебания изображений на заднюю и переднюю рейки, мм.

Если в (2) колебания изображений измеряются в угловой мере, то

$$\Delta r_{\text{мм}} = 0,5(\sigma_z'' - \sigma_n'') \frac{L}{\rho''}, \quad (3)$$

где L — длина плеча.

При определении колебаний изображений в делениях или баллах [2] записываем

$$\Delta r = 0,5(\sigma_z - \sigma_n) \cdot a, \quad (4)$$

где a — коэффициент перехода от делений или баллов в миллиметры. Значение коэффициента a находим путем измерения в определенном месте биссектора расстояния между нитями этого биссектора с помощью шкалы барабана.

Из (2)—(4) видно, что для учета рефракции этим методом достаточно производить отсчеты при наведении горизонтальной нити или биссектора на верх колеблющегося изображения штриха рейки, а не на среднее его положение, как это принято [1, 5]. Формулы (2)—(4), как и метод редуцирования, приближенные.

Выведем формулу нивелирной рефракции по колебаниям изображений на основании строгой зависимости угла вертикальной рефракции от размаха колебаний σ , длины L и h_a эквивалентной высоты [3].

Записываем формулу для определения углов рефракции на заднюю и переднюю рейки

$$\delta_3 = \delta_n + 0,05 \cdot \sigma_3 L^{1/2} \cdot h_{a_3}^{-1/2}; \quad (5)$$

$$\delta_n = \delta_n + 0,05 \cdot \sigma_n L^{1/2} \cdot h_{a_n}^{-1/2}. \quad (6)$$

Составляя разность (5) и (6) после преобразований, получаем формулу для вычисления поправки в превышение за нивелирную рефракцию по колебаниям изображений

$$\Delta r = 0,05 L^{1/2} \cdot (h_{a_3}^{-1/2} \cdot \sigma_3 - h_{a_n}^{-1/2} \sigma_n). \quad (7)$$

Здесь значения Δr и σ даны в миллиметрах или угловых секундах. При измерении σ в делениях или баллах записываем аналогично (4)

$$\Delta r = 0,05 \cdot a \cdot L^{1/2} (h_{a_3}^{-1/2} \cdot \sigma_3 - h_{a_n}^{-1/2} \cdot \sigma_n). \quad (8)$$

Если колебания изображений измеряют в угловой мере, то аналогично (3) имеем

$$\Delta r_{mm} = 0,25 \cdot 10^{-3} L^{3/2} (h_{a_3}^{-1/2} \cdot \sigma_3'' - h_{a_n}^{-1/2} \cdot \sigma_n''). \quad (9)$$

Сравним значения, вычисленные по (3) и (9) для различных длин сторон при максимальном уклоне трассы. Принимаем высоту визирного луча над подстилающей поверхностью равной 0,5, 1,5 и 2,5 м соответственно у задней рейки прибора и передней рейки. Тогда при одинаковом уклоне значения $h_{a_3} = 1$ м, $h_{a_n} = 2$ м. Учитывая также, что $\sigma_3 = \sigma_n \cdot h_{a_3}^{-1/2} \cdot h_{a_n}^{1/2}$ и подставляя численные данные в (9) и (3), получаем

$$\Delta r_1 = 18 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma_n'' \cdot L^{3/2}, \quad \Delta r_2 = 10^{-3} \cdot L \cdot \sigma_n. \quad (10)$$

Подставляя в (10) $\sigma_n = 10''$ и различные значения L , имеем

$L, \text{ м}$	20	30	40	50	60	70
Δr_1	0,16	0,29	0,46	0,63	0,84	1,05
Δr_2	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70

Как видно, значения Δr_1 и Δr_2 равны при $L \approx 30 \dots 40$ м. При уменьшении длины стороны до 20 м и увеличении до 70 м значение Δr_1 соответственно снижается в 1,2 и возрастает в 1,5 раза по отношению к Δr_2 . Поэтому для полного исключения систематических погрешностей рефракционного происхождения надо использовать формулы (7) — (9). При этом для производства нивелирования трасс больших протяженностей (8) перепишем в упрощенном виде

$$\Delta r = 0,05 \cdot a \cdot L^{1/2} \left[\left(\frac{i + l_3}{2} \right)^{-1/2} \sigma_3 - \left(\frac{i + l_3}{2} \right)^{-1/2} \cdot \sigma_n \right], \quad (11)$$

где i — высота прибора, м; l_z, l_n — отсчеты по задней и передней рейкам, м.

Замена в (11) эквивалентных высот средними вызовет для нивелирных ходов погрешности случайного характера. Для одной или незначительного количества станций эти ошибки могут носить систематический характер.

Точность определения нивелирной рефракции по колебаниям изображений зависит, как это следует из (5) — (9), от погрешностей измерения σ и точности определения эквивалентных высот визирных лучей на заднюю и переднюю рейки. При вычислении погрешностей за нивелирную рефракцию, длины плеч можно считать безошибочными.

На основании (9) записываем

$$m_{\Delta r}^2 = 625 \cdot 10^{-10} \cdot L^3 \left[(\bar{h}_{\sigma_3}^{-1} m_{\sigma_3}^2 + h_{\sigma_n}^{-1} m_{\sigma_n}^2) + \right. \quad (12) \\ \left. + \frac{1}{2} (\sigma_3^2 h_{\sigma_3}^{-2} m_{h_{\sigma_3}}^2 - \sigma_n^2 h_{\sigma_n}^{-2} m_{h_{\sigma_n}}^2) \right].$$

Полагая в (12) $m_{\sigma_3} = m_{\sigma_n} = m_\sigma$, $m_{h_{\sigma_3}} = m_{h_{\sigma_n}} = m_{h_\sigma}$, после преобразований получаем

$$m_{\Delta}^2 = 625 \cdot 10^{-10} L^3 \left[(h_{\sigma_3}^{-1} + h_{\sigma_n}^{-1}) m_\sigma^2 + \frac{1}{2} (\sigma_3^2 h_{\sigma_3}^{-2} + \sigma_n^2 h_{\sigma_n}^{-2}) m_{h_\sigma}^2 \right]. \quad (13)$$

Если эквивалентные высоты определяются с точностью $m_{h_\sigma} = 0,05$, вторым членом в квадратной скобке можно пренебречь и формулу (13) переписать в виде

$$m_{\Delta r} = 0,25 \cdot 10^{-3} L^{3/2} (h_{\sigma_3}^{-1} + h_{\sigma_n}^{-1})^{1/2} \cdot m_\sigma. \quad (14)$$

При проложении нивелирных ходов большой протяженности рациональнее учитывать рефракцию по средним высотам взамен эквивалентных со средней квадратической погрешностью $m_{h_\sigma} = \pm 0,20$. Поэтому в табл. 1 приводим в числителе значения $m_{\Delta r}$, вычисленные по (13), а в знаменателе — по (14).

Эти расчеты выполнены для различных значений L и σ при $h_{\sigma_3} = 1$, $h_{\sigma_n} = 2$, $m_\sigma = 2''$, $m_{h_\sigma} = 0,2$ м, $\sigma_3 = 1,4 \cdot \sigma_n = \sigma$.

Из табл. 1 видно, что погрешности $m_{\Delta z}$, вычисленные по формуле (13) при максимальных значениях σ , в 1,4 раза больше, чем по формуле (14). При $\sigma \leq 8''$ погрешностями m_{h_σ} можно пренебречь. Средние значения $m_{\Delta r}$ для диапазона L от 30 до 50 м примерно одинаковы.

На основании данных табл. 1 вычисляем средние значения накоплений случайных погрешностей поправок за рефракцию в ходах нивелирования при различных длинах плеч на станции.

Для этого составляем средние значения $\bar{m}_{\Delta r}$ по каждому столбцу данных числителя табл. 1 и вычисляем для нивелирного хода длиной 10 км накопления средних квадратических случайных ошибок $m = \bar{m}_{\Delta r} \cdot \sqrt{n}$ (n — количество станций):

$L, \text{ м}$	70	60	50	40	30	20
$m, \text{ мм}$	3,5	2,9	2,5	2,0	1,4	0,9
$\Sigma \Delta r$	42	39	35	32	27	22

Как видно, средние величины m при $\sigma_{\text{ср.}} = 8''$ в нивелирных ходах длиной 10 км колеблются в пределах от 0,9 до 3,5 мм для длины плеча от 20 до 70 м, что составляет не более 8 % значений поправок за рефракцию $\Sigma \Delta r$. Заметим, что точность определения нивелирной рефракции можно несколько повысить путем уменьшения погрешностей измерения размаха колебаний изображений.

Таблица 1

Значения $m_{\Delta r}$ при определении Δr по колебаниям изображений

δ''	Длина плеча $L, \text{ м}$					
	70	60	50	40	30	20
15.0	0,49	0,39	0,29	0,21	0,14	0,07
	0,36	0,28	0,22	0,15	0,10	0,05
12.0	0,44	0,35	0,27	0,19	0,12	0,07
	0,36	0,25	0,22	0,15	0,10	0,05
8.0	0,40	0,31	0,24	0,17	0,11	0,06
	0,36	0,28	0,22	0,15	0,10	0,05
4.0	0,37	0,29	0,22	0,16	0,10	0,06
	0,36	0,28	0,22	0,15	0,10	0,05
1.0	0,36	0,28	0,22	0,15	0,10	0,05
	0,36	0,28	0,22	0,15	0,10	0,05

Принимая среднюю квадратическую невязку в ходе нивелирования I класса длиной 10 км $m_1 = 1,5 \cdot \sqrt{10} = 4,7$ мм и учитывая, что для длин плеч от 20 до 50 м $m_{\text{ср.}} = 1,7$ мм, получаем значение случайной погрешности с учетом ошибки определения рефракции

$$m_2 = \sqrt{m_1^2 + m_{\text{ср.}}^2} = \sqrt{25.4} \quad (m_2 = 5.0).$$

Таким образом, средняя квадратическая случайная погрешность в нивелировании I класса увеличивается за счет погрешностей определения нивелирной рефракции по колебаниям изображений примерно на 6 %.

Исследуем степень влияния систематических погрешностей за счет неполного учета нивелирной рефракции приближенным методом редуцирования. Используем результаты экспериментальных наблюдений, выполненных в 1978—1980 гг. на геодезическом полигоне Львовского сельскохозяйственного института [4]. На участках 1 и 2 станции с длинами плеч 50 м наблюдались превышения и колебания изображений.

В табл. 2 приведены средние значения результатов наблюдений, выполненных с 24 по 30 июля 1979 г. Поправки за рефракцию Δr_1 и Δr_2 вычислены соответственно по (4) и (8) при

$\alpha=0,84$. Теоретическое значение $\Delta r_{\text{изм}}$ равно разности превышений, полученных нивелированием длинным и коротким лучами.

Из табл. 2 следует, что почасовые значения Δr_2 на 10... 20 % больше, чем Δr_1 , а средние за весь светлый период дня — примерно на 10 %.

Аналогичные вычисления выполнены для других периодов наблюдений по средним значениям измеренных σ при неустойчивой стратификации.

Таблица 2

Определение значений Δr по колебаниям изображений (участок 1)

Время, ч	Показатели				
	σ_z	σ_{Π}	$\Delta r_{\text{изм}}$	Вычисленные	
				Δr_1	Δr_2
5	0,20	0,16	-0,18	0,01	-0,01
6	0,08	0,12	-0,04	-0,01	-0,02
7	-0,05	-0,14	0,01	0,03	0,03
8	-0,28	-0,64	0,17	0,15	0,13
9	-0,50	-0,98	0,20	0,20	0,19
10	-0,98	-1,60	0,26	0,26	0,27
11	-1,40	-2,15	0,31	0,32	0,32
12	-1,90	-2,82	0,41	0,40	0,44
13	-2,48	-3,42	0,48	0,40	0,50
14	-2,58	-3,68	0,54	0,46	0,56
15	-2,25	-3,32	0,44	0,41	0,51
16	-1,75	-2,42	0,31	0,28	0,33
17	-1,20	-1,70	0,22	0,21	0,25
18	-0,50	-0,80	0,16	0,13	0,13
19	0,00	-0,10	0,08	0,04	0,03
20	0,10	0,08	0,00	0,01	0,00
21	0,12	0,20	0,09	-0,03	-0,03
Среднее			0,20	0,19	0,21

Результаты этих вычислений для участка 1 и 2 приведены в табл. 3. Из табл. 3 видно, что значения поправок за нивелирную рефракцию, полученные строгим методом по колебаниям

Таблица 3

Средние значения Δr (участок 1, участок 2)

Период наблюдений	Поправки за нивелирную рефракцию		
	$\Delta r_{\text{изм}}$	Δr_1	Δr_2
18—19. VI. 1978 г.	0,22	0,20	0,21
24—30. VII. 1979 г.	0,20	0,19	0,21
21—23. VII. 1978 г.	0,31	0,28	0,31
12—13. VIII. 1978 г.	0,30	0,24	0,27
26—28. VI. 1979 г.	0,32	0,30	0,32
7— 8. VI. 1978 г.	0,16	0,15	0,17
18—23. VIII. 1980 г.	0,11	0,13	0,14
6—11. VIII. 1979 г.	0,23	0,21	0,22
Среднее	0,231	0,213	0,232

изображений, близки к теоретическим значениям $\Delta r_{\text{изм.}}$. Поправки Δr_1 занижены примерно на 10 %.

Таким образом, приближенный метод учета вертикальной рефракции можно использовать при длинах плеч до 50 м. Для $L > 50$ м при сильно неустойчивой стратификации значения поправок за рефракцию могут отличаться от теоретических в 1,5 раза.

1. Джуман Б. М. Редуцирование измеренных зенитных расстояний на периоды спокойных изображений по вертикальным колебаниям визирных целей // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1978. Вып. 28. С. 17—22.
2. Джуман Б. М., Павлив П. В., Стаццишин И. И. Метод определения нивелирной рефракции // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1979. Вып. 30. С. 66—69.
3. Джуман Б. М. Зависимость амплитуды колебаний изображений от высоты визирного луча // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1983. Вып. 38. С. 16—21.
4. Павлив П. В., Стаццишин И. И. Об исключении влияния рефракции при нивелировании // Геодезия и картография. 1979. № 9. С. 29—31.
5. Стаццишин И. И. Разработка и исследование методов учета нивелирной рефракции в турбулентной атмосфере: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Львов, 1983.

Статья поступила в редколлегию 18.12.89