

ПРОЕКТИРОВАНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ И УРАВНИВАНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ НАПОРНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ ДЕРИВАЦИОННЫХ ГИДРОЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Особенности строительства ГЭС требуют постоянного геодезического и геофизического контроля за протеканием эндогенных процессов на прилегаемых территориях и, как следствие, за деформационными процессами инженерных сооружений. Деривационные ГЭС создаются, как правило, в горных районах,

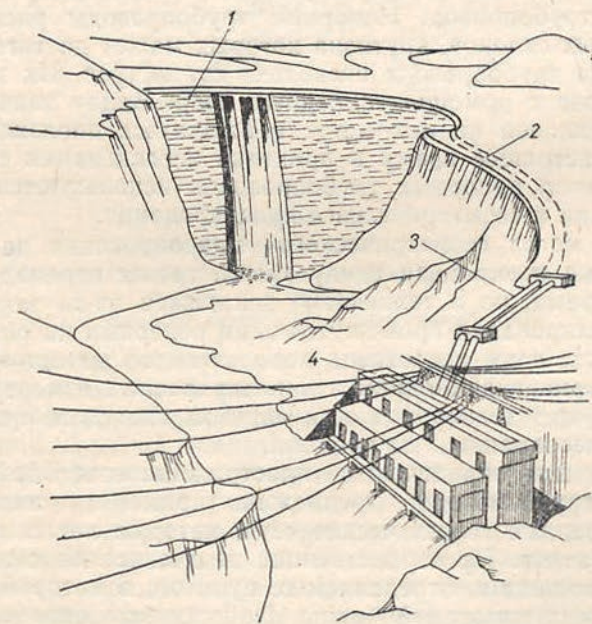


Рис. 1. Схема расположения основных узлов деривационной гидроэлектростанции:

1 — плотина; 2 — деривационный тоннель; 3 — напорный трубопровод; 4 — машинное отделение.

поскольку для их функционирования необходимы значительные перепады рельефа. Все горные образования и системы совпадают с зонами тектонических нарушений и зачастую активных разломов. Искусственно создаваемые для работы ГЭС водохранилища приводят к нарушению гидравлического режима тер-

ритории и возникновению гидродинамических нагрузок на зоны тектонических разломов. Известно [3], что при дополнительных гидродинамических нагрузках водные массы проникают в зону разломов, вследствие чего уменьшается трение между тектоническими блоками, что активизирует их динамику и может быть причиной сейсмогенных процессов. Инженерные сооружения, находящиеся в зоне тектонических блоков, в результате активности последних подвергаются деформационным нагрузкам.

Схемы расположения инженерных сооружений деривационных ГЭС различные и зависят от условий местности. На рис. 1 представлена одна из них. К основным узлам сооружений относятся деривационный трубопровод или тоннель, напорный трубопровод, станционный узел, водохранилище. Наиболее опасные деформации могут возникать на деривационном или напорном трубопроводах либо в теле плотины водохранилища. Особый интерес для изучения деформационных процессов представляет напорный трубопровод. Напорные трубопроводы располагают вдоль крутых склонов, крутизна которых может достигать $30 \dots 35^\circ$, а длина трубопровода несколько сот метров. Их закрепляют на склоне с помощью анкерных опор. Ввиду значительной крутизны склонов на них могут наблюдаться оползневые процессы. В настоящее время в практике исследования смещений анкерных опор напорных трубопроводов используются методы триангуляции и геометрического нивелирования.

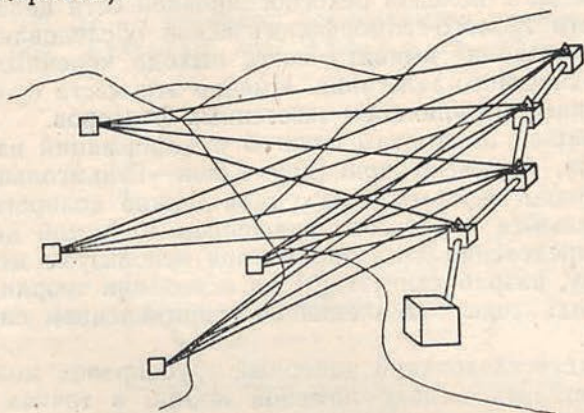
Однако метод геометрического нивелирования не только экономически неоправдан ввиду значительных перепадов высот между опорами, но и технически ненадежен из-за закрепления линий нивелирования промежуточными реперами на оползневых склонах. Еще один недостаток используемого метода — несинхронность триангуляционных и нивелировочных измерений, следовательно, определяемые таким образом плановые и высотные смещения несовмещены во времени.

Поэтому для определения пространственных деформаций напорных трубопроводов предложено применять специальные пространственные геодезические сети, которые лишены указанных недостатков. Пространственная геодезическая сеть — это система исходных и определяемых пунктов, в которой с помощью линейных измерений можно одновременно определять три пространственные координаты.

Схемы измерений в таких сетях разнообразны в зависимости от условий местности. Однако наиболее целесообразно использовать связанные системы пространственных линейных засечек определяемых пунктов из исходных. Тем более, что напорные трубопроводы, как правило, располагаются вдоль крутых склонов оврагов или ущельев, следовательно, противоположный склон можно использовать для закрепления исходных пунктов. Исходя из опыта построения таких сетей, определение надежных значений деформаций достигается при минимальном количестве исходных пунктов из-за возможной их неустойчивости. Для пространственных сетей минимальное количество исходных

пунктов равно трем. Но поскольку при линейной засечке каждого определяемого пункта из трех исходных в сети исключен контроль необходимых измерений, в таких сетях целесообразно увеличить количество исходных пунктов до четырех.

На рис. 2 представлена одна из таких типовых схем пространственной сети, созданная на Теребле-Рикской ГЭС (Украинские Карпаты).



□ — базисный пункт.
 △ — определяемый пункт

Рис. 2. Специальная пространственная геодезическая сеть:

□ — базисный пункт; △ — определяемый пункт.

Необходимая точность определения компонент деформаций зависит от допустимых или критических деформаций, а также может корректироваться скоростью протекания деформационных процессов и частотой циклов наблюдений. Точность определения компонент деформаций с помощью таких сетей в целом зависит от точности измерений, геометрии сети и устойчивости исходных пунктов. В процессе проектирования пространственных сетей перечисленные параметры должны быть функционально взаимосвязаны и ограничены необходимой точностью определения компонент деформаций. Выбор наиболее целесообразной системы этих параметров можно свести к решению задачи многоцелевой оптимизации. Для эвристического проектирования предлагаем способ выбора параметров. На основании выполненных исследований зависимости точности определения пунктов от геометрии сети рекомендуется при проектировании использовать углы пространственных засечек во всех плоскостях в диапазоне от 30 до 150° и стремиться к достижению этими углами значений, близких к 90°, в сочетании с максимальным количеством избыточных измерений. Светодальномер должен иметь следующие параметры: максимальная длина измеряемой линии до 2 км; средняя квадратическая погрешность измерения линии $m_s \leq \leq 10$ мм. При соблюдении указанных допусков точность опре-

деления высот пунктов будет примерно соответствовать точности нивелирования II класса *.

Процесс проектирования таких сетей по сути сводится к выбору местоположения исходных пунктов, при этом вопрос их устойчивости играет решающую роль в достоверности определяемых значений компонент деформаций.

Одновременно с полевой рекогносцировкой сети целесообразно произвести геолого-геоморфологическое обследование территории, что позволит выявить места выхода коренных пород или их поверхностного залегания. Именно эти места будут наиболее устойчивы под влиянием экзогенных факторов.

Теперь опишем параметры сдвигов и деформаций напорных трубопроводов. Согласно принципу Коши—Гельмгольца, смещения однородно деформируемого тела можно полностью описать параллельным переносом, вращением и чистой деформацией. Для определения этих параметров используем методологическую базу, разработанную [2] на основании теории деформации и метода конечных элементов с применением симплексных моделей.

Для наших исследований напорный трубопровод можно модельно представить в виде ломаной линии, в точках изгиба соприкасающейся с поверхностью, через которую передаются силовые напряжения, вызывающие деформации и сдвиги. Несмотря на определяемые нами пространственные деформации и сдвиги, исследуемый объект имеет одномерную протяженность. Поэтому симплекс исследуемой модели представим в виде прямой, соединяющей два изгиба. Реально это пролет трубы между двумя соседними опорами. Компоненты деформаций каждого симплекса исследуемой модели имеют вид следующих составляющих: γ , ω , $[m, n, l]$, Δ — компонент сдвига, вращения, направляющих косинусов вектора, вокруг которого происходит вращение и дилатации (относительное сжатие или растяжение исследуемого пролета трубопровода). Все компоненты инвариантны относительно системы координат, исходных пунктов, размеров исследуемого объекта и относятся к его центру тяжести.

Для вывода формул вычисления компонент деформаций допустим, что две соседние опорные точки трубы получили смещения, проекции которых на координатные оси X, Y, Z равны $u_1, v_1, t_1, u_2, v_2, t_2$. Поскольку смещения за непродолжительный интервал времени будут на несколько порядков меньше размеров самого пролета трубы, то их можно считать локально-однородными, а проекции на координатные оси — линейными функциями соответствующих координат:

$$u_1 = a_{11}X, u_2 = a_{21}X,$$

* Выполненные исследования представлены в докладе Скуина Б. Л., Третьяка К. Р., Хропота С. Г. «Возможности применения пространственных геодезических сетей на геодинамических полигонах» на IX Междугосударственном совещании по изучению современных движений земной коры на геодинамических полигонах СССР (Москва, 1985 г.).

$$\begin{aligned} v_1 &= a_{12}Y, & v_2 &= a_{22}Y, \\ t_1 &= a_{13}Z, & t_2 &= a_{23}Z. \end{aligned} \quad (1)$$

Тогда сдвиг центра тяжести по координатным осям

$$\gamma_x = \frac{u_2 + u_1}{2\Delta X}, \quad \gamma_y = \frac{v_2 + v_1}{2\Delta Y}, \quad \gamma_z = \frac{t_2 + t_1}{2\Delta Z}, \quad (2)$$

где ΔX , ΔY , ΔZ — проекции исследуемого пролета на координатные оси. Учитывая, что $\Delta X = L \cos \alpha$, $\Delta Y = L \cos \beta$, $\Delta Z =$

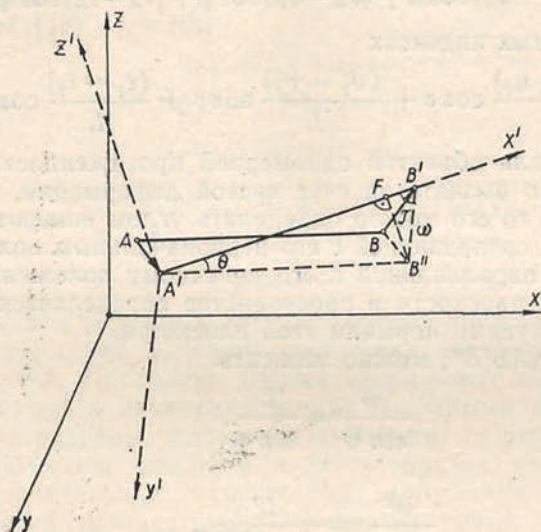


Рис. 3. Схема деформаций пролета напорного трубопровода.

$= L \cos \varphi$, где $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \varphi$ — направляющие косинусы пролета длины L , то

$$\begin{aligned} \gamma_x &= L(u_2 + u_1) \cos \alpha, & \gamma_y &= L(v_2 + v_1) \cos \beta, \\ \gamma_z &= L(t_2 + t_1) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (3)$$

Чистый сдвиг

$$\gamma = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2}, \quad (4)$$

В теории деформации дилатация, или относительное сжатие либо растяжение, определяется по зависимости

$$\Delta = \frac{L' - L}{L}. \quad (5)$$

Для определения этого параметра рассмотрим рис. 3. Отрезками AB и $A'B'$ зафиксированы первоначальное и окончательное положения пролета трубопровода, соответственно AA' и BB' будут векторами смещений точек A и B . Выполним параллель-

ный перенос отрезка AB на плоскость вращения с совмещением точек A и A' . В этом случае точка B примет положение B'' . Теперь рассмотрим треугольник $A'B'B''$. Отрезок $B'B'' = \omega = \sqrt{(u_A - u_B)^2 + (v_A - v_B)^2 + (t_A - t_B)^2}$. Проекция $A'B''$ на линию $A'B'$ равна отрезку $A'F$. Учитывая, что угол вращения θ мал, запишем $FB' = L' - L$. Для определения этого отрезка через векторы смещений выполним поворот системы координат, при котором ось X совместится с линией $A'B'$. Тогда

$$FB' = (u_A - u_B) \cos \alpha + (v_A - v_B) \cos \beta + (t_A - t_B) \cos \varphi. \quad (6)$$

В ранее принятых индексах

$$\Delta = \frac{(u_2 - u_1)}{L} \cos \alpha + \frac{(v_2 - v_1)}{L} \cos \beta + \frac{(t_1 - t_2)}{L} \cos \varphi. \quad (7)$$

Поскольку для объектов одномерной протяженности вращение невозможно вызвать за счет чистой деформации, а только за счет сдвига, то его можно определить углом поворота объекта в плоскости, совпадающей с его первоначальным положением и являющейся параллельной к его конечному положению. Ориентировка этой плоскости в пространстве определяется направляющими косинусами нормали этой плоскости.

Исходя из $\Delta AB'B''$, можно записать

$$\frac{\omega}{\sin \theta} = \frac{L}{\sin \epsilon}, \quad (8)$$

или

$$\frac{\omega^2}{\sin^2 \theta} = \frac{L^2}{1 - \left(\frac{L\Delta}{\omega}\right)^2}, \quad (9)$$

где $\omega = \sqrt{(u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2 + (t_2 - t_1)^2}$.

Выполняя несложные преобразования с (9), получаем

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{\omega^2}{L^2} - \Delta^2}, \quad (10)$$

или

$$\theta = \arcsin \sqrt{\frac{\omega^2}{L^2} - \Delta^2}. \quad (11)$$

Уравнение плоскости вращения имеет следующий вид (уравнение плоскости, проходящей через заданную прямую и параллельной другой прямой):

$$4X + BY + CZ + D = 0, \quad (12)$$

где

$$A = \cos \alpha \cos \beta' - \cos \beta \cos \alpha'; \quad B = \cos \beta \cos \varphi' - \cos \varphi \cos \beta';$$

$$C = \cos \varphi \cos \alpha'' - \cos \alpha \cos \varphi';$$

$$D = \text{const.} \quad (13)$$

Направляющие косинусы нормали плоскости вращения

$$\begin{aligned} m &= \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ n &= \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \\ l &= \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Преобразуя (13) с учетом

$$\begin{aligned} \Delta X' &= \Delta X + u_2 - u_1, \\ \Delta Y' &= \Delta Y + v_2 - v_1, \\ \Delta Z' &= \Delta Z + t_2 - t_1, \end{aligned} \quad (15)$$

получаем

$$\begin{aligned} A &= (v_2 - v_1) \cos \alpha - (u_2 - u_1) \cos \beta, \\ B &= (t_2 - t_1) \cos \beta - (v_2 - v_1) \cos \varphi, \\ C &= (u_2 - u_1) \cos \varphi - (t_2 - t_1) \cos \alpha. \end{aligned} \quad (16)$$

Прежде чем перейти к оценке точности представленных компонент деформаций изложим специфику обработки измерений в таких сетях. Поскольку точные координаты исходных пунктов неизвестны и измерения между базисными пунктами, как правило, затруднены условиями местности, то выполнять уравнивания обычным способом нецелесообразно вследствие возможных значительных погрешностей вычислений за счет больших значений неизвестных. Однако, учитывая, что исходной информацией вычисления компонент деформаций являются векторы смещения определяемых пунктов, то уравнивание можно выполнять по разностям измерений без вычисления уравненных координат пунктов. Уравнивания погрешностей линейных измерений сохраняют тот же вид

$$\begin{aligned} -\cos \alpha_{kl} u'_k - \cos \beta_{kl} v'_k - \cos \varphi_{kl} t'_k + \cos \alpha_{kl} u'_l + \\ + \cos \beta_{kl} v'_l + \cos \varphi_{kl} t'_l + l_{kl} = S_{kl}, \end{aligned} \quad (17)$$

только свободный член $l_{kl} = S'_{kl} - S_{kl}$, где S_{kl} , S'_{kl} — значения измеренной линии в двух последовательных циклах наблюдений.

Дальнейшая процедура уравнивания выполняется, как и в обычном параметрическом способе. Найденные неизвестные $[u']$, $[v']$, $[t']$ в нормальных уравнениях будут проекциями искомых векторов смещений на соответствующие оси координат. Ошибка единицы веса разности измерений

$$\mu = \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{n}}, \quad (18)$$

где n — число избыточных измеренных линий в одном цикле наблюдений. Погрешности проекций векторов смещений на координатные оси

$$m_i = \mu \sqrt{Q_{ii}}, \quad (19)$$

где Q — корреляционная матрица.

Таким способом можно определять векторы смещений без вычисления координат пунктов, зная лишь приближенные координаты исходных пунктов. В способе обработки и предназначения состоит специфика сетей, поэтому мы их называем специальными.

Необходимо отметить, что использование приближенных координат исходных пунктов приводит к искажению определяемых векторов смещений и компонент деформаций. С достаточной точностью погрешность определения компонент деформаций можно выразить зависимостью

$$m_{\text{ком}}^2 = \left[\left(\frac{m_b}{S_b} e \right)^2 I + m_{\text{изм}}^2 (f^T Q f) \right], \quad (20)$$

где m_b/S_b — относительная погрешность определения сторон базисной сети; $m_{\text{изм}}$ — средняя квадратическая погрешность измерений между базисными и наблюдаемыми пунктами; f — весовые функции деформаций; $I = \lambda_1/\lambda_n$ — коэффициент, характеризующий геометрическую жесткость сети; λ_1/λ_n — максимальные и минимальные собственные числа ковариационной матрицы; e — величина компонент деформаций. Погрешность определения компонент деформаций зависит от двух источников: погрешностей измерений между наблюдаемыми и базисными пунктами и масштабных искажений базисной сети. Даже при самых острых углах засечек в таких сетях максимальные значения $I < 10$. Следовательно, масштабные искажения сети даже при $m_b/S_b = 1/100$ составляют погрешность $m_{\text{ком}}$, которая на порядок меньше значений компонент деформаций. Значит при измерении сторон между базисными пунктами косвенными методами влияние масштабных искажений будет ничтожно малым.

Оценку точности определяемых компонент деформаций производим по формуле

$$m_{\text{ком}}^2 = \mu^2 [f^T Q f]. \quad (21)$$

С помощью дифференцирования определим весовые функции компонент деформаций

$$f_{1x} = L \cos \alpha u_2 + L \cos \alpha u_1; \quad (22)$$

$$f_{1y} = L \cos \beta v_2 + L \cos \beta v_1; \quad (23)$$

$$f_{1z} = L \cos \varphi t_2 + L \cos \varphi t_1; \quad (24)$$

$$f_1 = \frac{L}{\gamma} [\gamma_x \cos \alpha u_2 + \gamma_x \cos \alpha u_1 + \gamma_y \cos \beta v_2 + \gamma_y \cos \beta v_1 + \gamma_z \cos \varphi t_2 + \gamma_z \cos \varphi t_1]; \quad (25)$$

$$f_\Delta = \frac{1}{L} [\cos \alpha u_2 - \cos \alpha u_1 + \cos \beta v_2 - \cos \beta v_1 + \cos \varphi t_2 - \cos \varphi t_1]; \quad (26)$$

$$f_{\theta} = - \frac{\Delta}{V(1-a)a} [\cos \alpha u_2 - \cos \alpha u_1 + \cos \beta v_2 - \cos \beta v_1 + \\ + \cos \varphi t_2 - \cos \varphi t_1], \quad (27)$$

$$\text{где } a = \frac{\omega^2}{L^2} - \Delta^2.$$

Полностью изложив процедуру уравнивания и оценки точности предложенных пространственных сетей, перейдем к вопросам их оптимального проектирования.

Пути оптимизации таких сетей ограничиваются первым порядком проектирования по классификации [6]. Только в случае применения линейно-угловых измерений возможна оптимизация второго порядка. Для наших сетей оптимизация первого порядка заключается в выборе наиболее удачного в точностном смысле местоположения исходных пунктов. Прежде чем изложить процедуру оптимизации и целевые функции определим точностные критерии оптимизации. Поскольку пространственная сеть создается для количественного определения компонент деформаций, то критерием, обуславливающим ее качество, является их точность. Несомненно их необходимую точность можно найти из допустимых деформационных характеристик трубопровода. В таком случае оптимизация заключается в достижении допустимых точностных параметров.

Поскольку компоненты деформаций многосторонне отражают деформационные процессы, то в процессе их развития предъявляемые требования к точности различных компонент могут быть неодинаковыми. Однако априорное прогнозирование таких процессов, как правило, ненадежно, поэтому требования к точности определения различных компонент деформаций должны быть равноценными, а в случае изучения временного протекания и прогноза деформационных процессов — максимально жесткими.

Значения компонент деформаций вычисляются для каждого пролета трубопровода, что позволяет получить целостную картину их распределения. Следовательно, критерий оптимизации должен отражать все компоненты деформаций для всех пролетов трубопровода. Из-за отсутствия предварительной информации о значениях компонент деформаций при проектировании сети критерий оптимизации можно определять лишь компонентами $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ и Δ , поскольку их весовые функции не требуют этой информации. Применение всех компонент деформаций для определения критерия оптимизации возможно только при корректировке линейно-угловых наблюдений в сети (оптимизация второго порядка).

Запишем общую матрицу весовых функций компонент деформаций для k -пролетов трубопровода:

$$F^T = \| f_{1x_1}, \dots, f_{1x_k}, f_{1y_1}, \dots, f_{1y_k}, f_{1z_1}, \dots, f_{1z_k}, \Delta_1, \dots, \Delta_k \|. \quad (28)$$

Критерий оптимизации имеет вид матрицы

$$\Omega = F^T Q F, \quad (29)$$

имеющей симметричную размерность 4×4 . Задаваясь ожидаемой единицей веса разности измерений по диагональным элементам Ω , можно вычислить ожидаемые средние квадратические погрешности соответствующих компонент деформаций. Приведя Ω к каноническому виду, найдем ее собственные числа $\lambda_1, \dots, \lambda_{4n}$.

Значения целевых функций известных критериев оптимизации A, D, F, I зависят от λ . Так, A -критерий оптимизации имеет вид $\sum_1^{4n} \lambda_i$, D -критерий — $\prod_1^{4n} \lambda_i$, или $\det \Omega$, E -критерий — $\lambda_{\max}$,

I -критерий $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$. Исходя из геометрического истолкования критериев оптимизации, D соответствует объему гиперэллипсоида погрешностей, E — его большой полуоси, I — сжатию, A — сумме полуосей. Поскольку объем указанного гиперэллипсоида обобщает погрешности определения всех компонент деформаций, большая полуось характеризует максимальную погрешность их определения, а сжатие — распределение погрешностей определения этих компонент, то ограничимся лишь тремя, на наш взгляд, наиболее информативными, критериями D, E, I . Их можно считать равноценными. В этом случае объединим их в обобщенный критерий в виде функции

$$T = D \cdot E \cdot I. \quad (30)$$

Геометрия сети, соответствующая минимуму целевой функции (30), будет оптимальной. В результате составления ряда $\lambda_1, \dots, \lambda_{4n}$, построенного по принципу убывания, целевая функция примет вид

$$T = \prod_1^{4n} \lambda_i \cdot \lambda_1 \lambda_1 / \lambda_{4n} = \lambda_1^2 \prod_1^{4n-1} \lambda_i. \quad (31)$$

Для описания полной математической модели оптимизации необходимо еще формализовать ограничения, накладываемые на местоположение исходных пунктов, т. е. задать участки, ненадежные в геолого-геоморфологическом отношении. Такие участки обычно образуют сложные и неправильные геометрические фигуры. Однако их всегда с допустимой точностью можно разбить на соприкасающиеся треугольники. Каждый треугольник можно представить в виде трех неравенств:

$$\begin{aligned} a_{AB}X + b_{AB} - Y &\geq 0, \\ a_{BC}X + b_{BC} - Y &\geq 0, \\ a_{AC}X + b_{AC} - Y &\geq 0. \end{aligned} \quad (32)$$

Знак $\geq$ определяется подстановкой в неравенство координат пункта, не участвующего в паре индексов. Если координаты исследуемой точки удовлетворяют всем трем неравенствам хотя бы одной системы, то эта точка находится за пределами про-

ектного пространства, т. е. в неустойчивой зоне. Кроме этих систем ограничений возникают ограничения, связанные с условиями видимости по заданным направлениям. В результате проектирования смещаемые исходные пункты могут попасть в зоны, для которых из-за препятствий, создаваемых рельефом, не будут удовлетворяться условия прямой видимости на необходимые определяемые пункты. Для проверки этих условий необходимо составление цифровых профилей по исследуемым направлениям и уравнений визирных лучей. Видимость между пунктами обеспечивается лишь при полном прохождении визирного луча над составленными профилями.

Исходя из изложенного, задача оптимального проектирования заключается в минимизации функции (31) при условии неудовлетворения системы неравенств, ограничивающих зоны неустойчивости пунктов. Для устранения ограничений (32) учтем их в новой целевой функции с помощью штрафных функций.

Для этого все неравенства в системах преобразуем к виду

$$a_i'X + b_i' + c_i'Y < 0. \quad (33)$$

Условие видимости также учтем в новой целевой функции с помощью штрафных функций, разработанных в [4]. Тогда новая целевая функция будет иметь вид

$$T + \sum_{i=1}^m dg(a_i'X + b_i' + c_i'y) + \sum_1^L P_{mn}r \frac{\min}{k \in X} [v(H_m + h_m, H_n + h_n)k - P(H_m, H_n) - a - v] = \min, \quad (34)$$

где d, r — постоянные, характеризующие мощность штрафных функций; $g=0$ в случае удовлетворения систем неравенств (33), в противном случае $g=1$; k — текущая фиксированная точка цифровой модели профиля mn ; L — число направлений; $v(H_m + h_m, H_n + h_n)$ и $P(H_m, H_n)$, — соответствующие текущие высоты визирного луча и профиля на расстоянии $k_x \Delta S$ от m -го пункта; ΔS — шаг интерполирования; a — минимальная допустимая высота визирного луча над земной поверхностью; v — поправка за кривизну Земли; $P_{mn}=1$ в случае нарушения условия видимости по направлению mn , в противном случае $P_{mn}=0$.

Высоты исследуемых точек определяются путем вычисления их как средневзвешенных высот окружающих точек цифровой модели местности по зависимости

$$H_p = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{H_i}{P_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{P_i}}, \quad (35)$$

где P_i — расстояние определяемой опорной точки до i -й опорной точки; H_i — высота i -й опорной точки; n — количество ближайших опорных точек.

Поиск экстремума функций (34) можно выполнить одним из градиентных методов.

На основании изложенного разработаны алгоритм и программа для ЭВМ, позволяющие выполнять оптимальное проектирование и уравнивание специальных пространственных геодезических сетей. Программа работает в двух режимах. В первом режиме выполняется оптимальное проектирование сети, во втором — уравнивание и вычисление компонент деформаций.

Исходными данными для первого режима работы служат цифровая модель местности в виде набора точек с координатами X, Y, H ; системы ограничений (33), отражающие недопустимые зоны размещения исходных пунктов; наименование направлений, по которым будут производиться измерения; ожидаемая средняя квадратическая погрешность определения векторов смещений; координаты исходных и определяемых пунктов. Для исходных пунктов первоначальные координаты подбираются эвристическим путем.

Минимизация целевой функции выполняется методом Флетчера—Ривса [5]. Первые производные для первого члена (34) определяются по формулам, полученным аналитическим путем.

Используя разработки (1), получаем

$$\frac{\partial T}{\partial x_k} = 2 T \lambda_i^{-1} \frac{\partial \lambda_i}{\partial x_k} + T \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^{-1} \frac{\partial \lambda_i}{\partial x_k}; \quad (36)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y_k} = 2 T \lambda_i^{-1} \frac{\partial \lambda_i}{\partial y_k} + T \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^{-1} \frac{\partial \lambda_i}{\partial y_k}; \quad (37)$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial x_k} = Z_i^T \frac{\partial N}{\partial x_k} Z_i; \quad (38)$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial y_k} = Z_i^T \frac{\partial N}{\partial y_k} Z_i; \quad (39)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x_k} = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial A_j^T}{\partial x_k} A_j + A_j^T \frac{\partial A_j}{\partial x_k} \right); \quad (40)$$

$$\frac{\partial N}{\partial y_k} = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial A_j^T}{\partial y_k} A_j + A_j^T \frac{\partial A_j}{\partial y_k} \right), \quad (41)$$

где n — количество измерений, влияющих на $\frac{\partial N}{\partial x_k}$ и $\frac{\partial N}{\partial y_k}$; Z_i — собственные векторы Q .

Уравнение погрешностей разности измеренных линий из исходных пунктов имеет вид

$$\cos \alpha_{ki} u_i' + \cos \beta_{ki} v_i' + \cos \varphi_{ki} t_i' + l_{ki} = v_{ki} \quad (42)$$

Продифференцировав (42) по приращениям координат X и Y , получим матрицу

$$\frac{\partial A}{\partial x_k} = \frac{1}{S_{kl}} \left\| \sin^2 \alpha - \cos \alpha \cos \varphi \left(\frac{dH}{dx} \right)_k, -\cos \beta \left[\cos \alpha + \cos \varphi \left(\frac{dH}{dx} \right)_k \right], \right. \\ \left. \left(\frac{dH}{dx} \right)_k \sin^2 \varphi - \cos \alpha \cos \varphi \right\|; \quad (43)$$

$$\frac{\partial A}{\partial y_k} = \frac{1}{S_{kl}} \left\| -\cos \alpha \left[\cos \beta + \cos \varphi \left(\frac{dH}{dy} \right)_k \right], \sin^2 \beta - \cos \beta \cos \varphi \left(\frac{dH}{dy} \right)_k, \right. \\ \left. \left(\frac{dH}{dy} \right)_k \sin^2 \varphi - \cos \beta \cos \varphi \right\|. \quad (44)$$

Параметр $\left(\frac{dH}{dx} \right)_k; \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)_k$ находим на основании дифференцирования (35):

$$\left(\frac{dH}{dx} \right)_k = \frac{1}{\sum_{j=1}^L \frac{1}{S_j}} \sum_{j=1}^L \frac{\Delta X_{kj} (H_k + H_j)}{S_{kj}^3}, \quad (45)$$

или

$$\left(\frac{dH}{dy} \right)_k = \frac{1}{\sum_{j=1}^L \frac{1}{S_j}} \sum_{j=1}^L \frac{\Delta Y_{kj} (H_k - H_j)}{S_{kj}^3}, \quad (46)$$

где L — количество ближайших точек ЦММ к точке K .

Коэффициенты мощностей штрафных функций d и r определяются из расчета $d=0,5 T$, $r=0,1 T$ при условии, что линейные величины выражены в метрах. В случае зависания процесса проектирования необходимо уменьшение параметров d и r , однако, при сильном занижении их возможно нарушение заданных ограничений. Поэтому для нахождения оптимального решения иногда приходится несколько раз подбирать параметры d и r . Выходной информацией работы программы являются координаты исходных пунктов и ожидаемые погрешности определения $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ и Δ для всех пролетов трубопровода.

Исходными данными для работы программы в режиме обработки измерений служат приближенные координаты исходных и определяемых пунктов и разности измеренных линий.

Уравнивание измерений, вычисление параметров деформаций и их оценка точности выполняется по зависимостям (3)—(27). Выходной информацией работы программы являются уравненные векторы смещений определяемых пунктов, значение компонент деформаций и погрешности их определения.

На основании изложенной методики можно получить достоверную и многостороннюю информацию о протекании деформации

ционных процессов в напорных трубопроводах деривационных гидроэлектростанций. Предложенный алгоритм можно применять для проектирования пространственных геодезических сетей, для изучения деформаций других инженерных сооружений.

1. Герасименко М. Д. Проектирование и обработка измерений с применением собственных значений матриц. Владивосток, 1983. 2. Есиков Н. Г. Тектонофизические аспекты анализа современных движений земной поверхности. Новосибирск, 1979. 3. Никонов А. А. Землетрясение. М., 1984. 4. Третьяк К. Р. Оптимальное проектирование высот наружных знаков в геодезических сетях // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1988. Вып. 47. С. 94—101. 5. Grafarend E. Optimization of Geodetical Networks // Bull. geog. sc. off. 1974. V. 23. P. 31—40. 6. Fletcher R., Reeves C. M. Function Minimization by Conjugate Gradients // Computer J. 1964, N 7. P. 23—27.

Статья поступила в редколлегию 18.12.89