УДК 528.531.26

И. Ф. МОНИН

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФИГУРЫ ЗЕМЛИ ЧЕРЕЗ АНОМАЛИИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

В [3, 4] решена задача определения фигуры физической поверхности Земли S' через значения производной от смешанной аномалии ускорения свободного падения Δg по направлению внешней нормали ν к уровенному земному эллипсоиду с относительной погрешностью порядка сжатия эллипсоида α. В [4] получена зависимость между производной $\partial\Delta g/\partial\nu$ и аномалией вертикального градиента ускорения свободного падения Δp:

$$\frac{\partial \Delta g}{\partial \nu} = \Delta p + \frac{2}{\rho}\Delta g, \tag{1}$$

где

$$\Delta p = \left.\frac{\partial g}{\partial n}\right|_{S'} - \left.\frac{\partial \gamma}{\partial \nu}\right|_{S}; \tag{2}$$

ρ — расстояние от центра эллипсоида до текущей точки вспомогательной поверхности S, близкой к физической поверхности Земли S'; n — внешняя нормаль к уровенной поверхности $W_{S'} = \mathrm{const}$, которая проходит через текущую точку физической поверхности Земли; W — потенциал силы тяжести Земли на S' и во внешнем пространстве; γ — нормальное значение ускорения свободного падения на поверхности S; g — ускорение свободного падения на поверхности S'.

С. В. Громов [1] считает, что предложенные решения [3, 4] приближенны, так как в них используется приближенное граничное условие; также приближенна и формула (1). В [1] приведено строгое решение той же задачи, что и в [3, 4].

Ниже даны вывод граничного условия для возмущающего потенциала T и формулы (1) с необходимыми оценками.

Пусть $W_{S'}$ и U_S — внешние потенциалы реального гравитационного поля Земли и нормального поля уровенного земного эллипсоида. Напишем известные формулы:

$$T = W_{S'} - U_S; \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 U_S}{\partial \nu^2} = -\Delta p; \tag{4}$$

$$T=\gamma\zeta+W_0-U_0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial n^2}=\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial \nu^2}\cos^2\varepsilon+\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial\nu\partial\tau}\sin 2\varepsilon+\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial\tau^2}\sin^2\varepsilon, \quad (6)$$

где W_0, U_0 — гравитационный потенциал Земли в исходном пункте нивелировок и нормальный гравитационный потенциал уровенного эллипсоида на его поверхности; ζ — высота квазигеоида; ε — уклонение отвеса; τ — направление, перпендикулярное к ν, находящееся в одной плоскости с n и ν.

В случае, когда $\varepsilon=1'$, имеем $\cos^2\varepsilon=0{,}99999994$, $\sin^2\varepsilon=0{,}000000006$, $\sin 2\varepsilon=0{,}00058178$. Поэтому с относительной погрешностью $6\cdot10^{-4}$ из (6) получим

$$\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial n^2}=\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial \nu^2}. \quad (7)$$

Если вместо ε взять угол $(\varphi-\Phi)_{\max}=12{,}8'$, то $\sin 2\varepsilon=0{,}0074467$, и с относительной погрешностью $7\cdot10^{-3}$ из формулы (6) получим

$$\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial n^2}=\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial \rho^2}. \quad (8)$$

Разложив правую часть формулы (8) в ряд, ограничиваясь линейной величиной ζ, запишем

$$\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial \rho^2}=\frac{\partial^2 W_{S'}}{\partial \rho^2}+\zeta\,\frac{\partial^3 W_S}{\partial \rho^3}=\frac{\partial^2 W_S}{\partial \rho^2}-\zeta\,\frac{6\gamma}{\rho^2}. \quad (9)$$

Теперь на основе формул (4), (9) и (5) с относительной погрешностью порядка сжатия эллипсоида (что соответствует сферическому случаю решения задачи М. С. Молоденского) получим граничное условие для возмущающего потенциала T:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2}-\frac{6T}{\rho^2}=-\Delta p-\frac{6}{\rho^2}(W_0-U_0). \quad (10)$$

Условие (10) точно совпадает с граничными условиями в статьях [3, 4].

Поправки, найденные С. В. Громовым [1], равны нулю, так как С. В. Громов, выполняя оценки, принимал измеренные значения второй производной от W без их предварительной обработки. Такие значения характеризуют местное гравитационное поле Земли, а не общее поле, по которому, как известно, определяют фигуру Земли. Предварительная обработка Δp должна выполняться по специальной методике, аналогичной методике И. Д. Жонголовича [2]. В (10) Δp надо измерять с погрешностью 0,002. Формула (2) выведена в [4] с относительной погрешностью $4\cdot10^{-3}$, в чем нетрудно убедиться.

Отметим, что при решении задачи определения фигуры физической поверхности Земли ее внешнюю поверхность необходимо сглаживать. Но методики выполнения сглаживания нет. По-видимому, предварительная обработка гравитационного поля, аналогичная методике, разработанной И. Д. Жонголовичем [2], дает исходные данные для вычислений: полученные аномалии и высоты рельефа, отнесенные к отдельным трапециям, характеризуют сглаженную физическую поверхность Земли. Отметим еще, что при определении фигуры геоида и физической поверхности Земли с погрешностью сжатия земного эллипсоида (сферическая задача) граничные условия для T одинаковы по виду. Так и должно быть, потому что предпосылки к выводу одни и те же. У С. В. Громова [1] аналогичные граничные условия для T в обоих случаях получились разными.

1. *Громов С. В.* Определение фигуры физической поверхности Земли через аномалии вертикального градиента ускорения силы тяжести // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1972. Вып. 16. С. 26—34. 2. *Жонголович И. Д.* Внешнее гравитационное поле Земли и фундаментальные постоянные, связанные с ним // Тр. Ин-та теоретической астрономии. 1952. Вып. 3. С. 3—125. 3. *Монин И. Ф.* Об определении топографической поверхности Земли по аномалиям вертикального градиента силы тяжести // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1966. Вып. 4. С. 37—46. 4. *Монін І. Ф.* Про визначення фігури Землі за аномаліями вертикального градієнта сили тяжіння // Доп. АН УРСР. Сер. Б. 4. К., 1968. № 4. С. 338—341.

Статья поступила в редколлегию 07. 11. 90