УДК 512.23

**М.Т. Процик, П.М. Зазуляк, В.І. Гавриш**
Національний університет "Львівська політехніка"

# СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ЕРОДОВАНІСТЮ РІЛЬНИЧИХ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ УГІДЬ ТА КУТАМИ НАХИЛУ

*© Процик М.Т., Зазуляк П.М., Гавриш В.І., 2002*

**С помощью методов математической статистики исследовано корреляционную связь между эродированностью пахотных сельскохозяйственных угодий и крутизной склонов в районах Львовской области. В случае полной линейной корреляционной связи построены прямые регрессии.**

**The correlative connection between erosion processes of arable agricultural lands and slopes steepness in the districts of Lviv region is researched with use of mathematical statistics methods. For the case of full linear correlative connection the direct regressions are created.**

У роботах [1, 2] досліджені залежності між еродованістю всіх сільськогосподарських (с/г) угідь та кутами нахилу в районах Львівської області, в яких не враховано значення

*Таблиця 1*

**Значення площ рільничих с/г угідь різного степеня еродованості і площ для різних кутів нахилу та їх відношень до загальної площі ріллі (вагових коефіцієнтів)**

| № з/п | адміністративний район | площа ($S \cdot 10^{-7} м^2$) та значення вагового коефіцієнта | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | низько-еродовані | | середньо-еродовані | | високо-еродовані | | кути нахилу (крутизна) | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | $<1^0$ | | $1^0-2^0$ | | $2^0-3^0$ | | $3^0-5^0$ | | $5^0-7^0$ | | $7^0-10^0$ | | $10^0-15^0$ | | $15^0>$ | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 1 | Бродівський | 4,88 | 0,1 | 5,65 | 0,12 | 2,18 | 0,04 | 27,03 | 0,56 | 6,5 | 0,13 | 5,68 | 0,12 | 5,11 | 0,11 | 3,18 | 0,06 | 1,09 | 0,02 | 0,28 | 0,01 | 0 | 0 |
| 2 | Буський | 1,7 | 0,04 | 2,34 | 0,06 | 0,74 | 0,02 | 26,42 | 0,69 | 7,57 | 0,2 | 2,09 | 0,05, | 1,41 | 0,04 | 0,55 | 0,01 | 0,12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | Городоцький | 6,82 | 0,17 | 4,53 | 0,11 | 0,24 | 0,01 | 15,19 | 0,38 | 7,74 | 0,2 | 8,18 | 0,21 | 4,43 | 0,11 | 3,97 | 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | Дрогобицький | 10,96 | 0,28 | 1,1 | 0,03 | 0,29 | 0,01 | 7,66 | 0,2 | 10,26 | 0,26 | 10,29 | 0,26 | 5,95 | 0,15 | 2,71 | 0,07 | 1,49 | 0,04 | 0,3 | 0,01 | 0,27 | 0,01 |
| 5 | Жидачівський | 6,66 | 0,14 | 5,19 | 0,11 | 1,28 | 0,03 | 20,39 | 0,42 | 8,47 | 0,17 | 5,77 | 0,12 | 6,4 | 0,13 | 5,49 | 0,11 | 1,96 | 0,04 | 0,06 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | Жовківський | 8,7 | 0,14 | 4,05 | 0,07 | 0,9 | 0,01 | 40,46 | 0,66 | 7,37 | 0,12 | 5,82 | 0,1 | 3,64 | 0,06 | 1 | 0,02 | 1,64 | 0,03 | 0,23 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | Золочівський | 5,31 | 0,1 | 4,83 | 0,09 | 2,3 | 0,04 | 18,35 | 0,34 | 20,3 | 0,37 | 4,51 | 0,08 | 4,2 | 0,08 | 4,2 | 0,08 | 2,34 | 0,04 | 0,56 | 0,01 | 0 | 0 |
| 8 | Кам'янко-Буський | 2,44 | 0,06 | 2,13 | 0,05 | 0,88 | 0,02 | 27,42 | 0,68 | 6,31 | 0,16 | 1,92 | 0,05 | 3,69 | 0,09 | 0,77 | 0,02 | 0,16 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | Миколаївський | 2,91 | 0,13 | 1,02 | 0,04 | 1,24 | 0,05 | 5,13 | 0,22 | 10,64 | 0,47 | 2,11 | 0,09 | 2,25 | 0,1 | 1,54 | 0,07 | 1,11 | 0,05 | 0 | 0 | 0 | 0 |

*Продовження табл. 1*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | Мостиський | 7,84 | 0,17 | 10,09 | 0,22 | 3,14 | 0,07 | 10,01 | 0,22 | 6,55 | 0,14 | 7,81 | 0,17 | 8,18 | 0,18 | 7,3 | 0,16 | 4,75 | 0,1 | 0,86 | 0,02 | 0,04 | 0 |
| 11 | Перемишлянський | 16,01 | 0,37 | 8,72 | 0,2 | 1,35 | 0,03 | 4,23 | 0,1 | 5,4 | 0,13 | 6,2 | 0,14 | 12,6 | 0,29 | 9,96 | 0,23 | 4,4 | 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | Пустомитівський | 8,9 | 0,18 | 5,91 | 0,12 | 0,55 | 0,01 | 21,88 | 0,46 | 9,55 | 0,2 | 6,83 | 0,14 | 5,69 | 0,12 | 3,11 | 0,06 | 0,89 | 0,02 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | Радехівський | 1,76 | 0,03 | 0,5 | 0,01 | 0,41 | 0,01 | 28,35 | 0,54 | 18,32 | 0,35 | 4,22 | 0,08 | 1,57 | 0,03 | 0,46 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | Самбірський | 10,25 | 0,22 | 2,37 | 0,05 | 0,01 | 0 | 24,31 | 0,51 | 9,13 | 0,19 | 6,92 | 0,14 | 5,19 | 0,11 | 1,86 | 0,04 | 0,67 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | Сколівський | 3,82 | 0,41 | 0,52 | 0,06 | 0,09 | 0,01 | 1,41 | 0,15 | 0,82 | 0,09 | 0,4 | 0,04 | 1,64 | 0,18 | 1,95 | 0,21 | 1,97 | 0,21 | 0,97 | 0,1 | 0,12 | 0,01 |
| 16 | Сокальський | 10,35 | 0,14 | 8,46 | 0,12 | 4,6 | 0,06 | 39,88 | 0,54 | 13,12 | 0,18 | 7,31 | 0,1 | 7,16 | 0,1 | 4,53 | 0,06 | 1,13 | 0,02 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | Старосамбірський | 13,64 | 0,35 | 3,04 | 0,08 | 2,44 | 0,06 | 9,98 | 0,26 | 4,67 | 0,12 | 6,19 | 0,16 | 6,3 | 0,16 | 8,21 | 0,21 | 3,64 | 0,09 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | Стрийський | 2,4 | 0,07 | 0,32 | 0,01 | 0 | 0 | 22,49 | 0,68 | 7,44 | 0,22 | 1,89 | 0,06 | 0,85 | 0,02 | 0,27 | 0,01 | 0,2 | 0,01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | Турківський | 6,81 | 0,3 | 3,54 | 0,16 | 0,33 | 0,01 | 0,42 | 0,02 | 0,33 | 0,01 | 1,47 | 0,06 | 4,29 | 0,19 | 5,54 | 0,25 | 6,53 | 0,29 | 3,77 | 0,17 | 0 | 0 |
| 20 | Яворівський | 5,11 | 0,12 | 3,51 | 0,08 | 0,46 | 0,01 | 7,18 | 0,18 | 14,68 | 0,36 | 9,62 | 0,23 | 5,97 | 0,14 | 2,66 | 0,06 | 0,83 | 0,02 | 0,06 | 0 | 0 | 0 |

вагових коефіцієнтів. У зв'язку з цим на основі отриманих результатів не можна глибоко проаналізувати залежність між еродованістю с/г угідь та крутизною. Тому дослідимо кореляційну залежність між с/г угіддями, які піддаються ерозії на рільничих землях, і кутами нахилу з врахуванням вагових коефіцієнтів і без врахування їх, порівняємо отримані результати та побудуємо регресійні прямі в разі повного кореляційного зв'язку. Для цього розглянемо значення виміряних площ рільничих с/г угідь різного степеня еродованості та площ для різних кутів нахилу і їх відношень до загальної площі ріллі (вагових коефіцієнтів) у районах Львівської області. Результати вимірювань наведені в табл. 1.

Для встановлення кореляційного зв'язку поступимо аналогічно як і в роботах [1, 2], а саме обчислимо вибіркові коефіцієнти кореляції $r_j^*(j=\overline{1,8})$ за формулою [3]

$$r_j^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_{ij} - n\overline{x}\,\overline{y}_j}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2)(\sum_{i=1}^{n} y_{ij}^2 - n\overline{y}_j^2)}},$$

де $x_i$ – площа рільничого с/г угіддя або відношення її до загальної площі $i$-го району області кожного зі степенів еродованості; $y_{ij}$ – площа рільничого с/г угіддя або відношення її до загальної площі $i$-го району області $j$-ї крутизни; $\overline{x}$ – середнє значення площ рільничих с/г угідь або їх відношень до загальних площ районів області кожного зі степенів еродованості; $\overline{y}_j$ – середнє значення площ рільничих с/г угідь або їх відношень до загальних площ районів $j$-ї крутизни; $n$ = 20 – кількість районів області. Результати обчислень записані в табл.2.

Таблиця 2

**Значення вибіркових коефіцієнтів кореляції $r_j^*(j=\overline{1,8})$ із врахуванням вагових коефіцієнтів та без врахування їх для різного степеня еродованості рільничих с/г угідь**

| $r_j^*(j=\overline{1,8})$ | низькоеродовані | | середньоеродовані | | високоеродовані | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $r_1^*$ | -0,15 | -0,72 | 0,1 | -0,45 | 0,26 | -0.18 |
| $r_2^*$ | -0,19 | -0,5 | -0,01 | -0,44 | 0,19 | 0,02 |
| $r_3^*$ | 0,58 | 0,24 | 0,45 | 0,21 | 0,23 | -0,01 |
| $r_4^*$ | 0, 83 | 0,82 | 0,79 | 0,69 | 0,45 | 0,22 |
| $r_5^*$ | 0,74 | 0,84 | 0,71 | 0,63 | 0,49 | 0,29 |
| $r_6^*$ | 0,48 | 0,71 | 0,44 | 0,4 | 0,27 | 0,09 |
| $r_7^*$ | -0,03 | 0,5 | 0,02 | 0,22 | -0,1 | -0,15 |
| $r_8^*$ | 0,16 | 0,55 | -0,26 | -0,21 | -0,19 | -0,22 |

Із використанням формули [4]

$$z_j^* = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r_j^*}{1-r_j^*}(j=\overline{1,8})$$

знайдемо значення вибіркових критеріїв Фішера $z_j^*$ за отриманими коефіцієнтами кореляції $r_j^*$ із врахуванням вагових коефіцієнтів та без врахування їх. Результати обчислень запишемо в табл. 3.

Таблиця 3

**Значення вибіркових критеріїв Фішера $z_j^*\left(j=\overline{1,8}\right)$ із врахуванням вагових коефіцієнтів та без врахування їх для різного степеня еродованості рільничих с/г угідь**

| $z_j^*(j=\overline{1,8})$ | низькоеродовані | | середньоеродовані | | високоеродовані | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_1^*$ | -0,15 | -0,91 | 0,1 | -0,48 | 0,27 | -0,18 |
| $z_2^*$ | -0,19 | -0,55 | -0,01 | -0,47 | 0,19 | 0,02 |
| $z_3^*$ | 0,66 | 0,24 | 0,48 | 0,21 | 0,23 | -0,01 |
| $z_4^*$ | 1,19 | 1,16 | 1,07 | 0,85 | 0,48 | 0,22 |
| $z_5^*$ | 0,95 | 1,22 | 0,89 | 0,74 | 0,54 | 0,3 |
| $z_6^*$ | 0,52 | 0,89 | 0,47 | 0,42 | 0,28 | 0,09 |
| $z_7^*$ | -0,03 | 0,55 | 0,02 | 0,22 | -0,1 | -0,15 |
| $z_8^*$ | 0,16 | 0,62 | -0,27 | -0,21 | -0,19 | -0,22 |

За отриманими значеннями вибіркових критеріїв Фішера $z_j^*(j=\overline{1,8})$ побудуємо довірчі інтервали для істинних критеріїв $z_j, j=\overline{1,8}$ (табл.4), використавши для цього таку нерівність:

$$\left|z_j - z_j^*\right| < 0,48 .$$

*Таблиця 4*

**Довірчі інтервали для істинних критеріїв Фішера $z_j(j=\overline{1,8})$ з врахуванням вагових коефіцієнтів та без врахування їх**

| низькоеродовані | середньоеродовані | високоеродовані |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| $-0,63 < z_1 < 0,33$ | $-0,38 < z_1 < 0,58$ | $-0,21 < z_1 < 0,75$ |
| $-1,39 < z_1 < -0,43$ | $-0,96 < z_1 < 0$ | $-0,66 < z_1 < 0,3$ |
| $-0,67 < z_2 < -0,29$ | $-0,49 < z_2 < 0,47$ | $-0,29 < z_2 < 0,67$ |
| $-1,03 < z_2 < -0,07$ | $-0,95 < z_2 < -0,01$ | $-0,46 < z_2 < 0,5$ |
| $0,18 < z_3 < 1,14$ | $0 < z_3 < 0,96$ | $-0,25 < z_3 < 0,71$ |
| $-0,24 < z_3 < 0,72$ | $-0,27 < z_3 < 0,69$ | $-0,49 < z_3 < 0,47$ |
| $0,71 < z_4 < 1,67$ | $0,59 < z_4 < 1,55$ | $0 < z_4 < 0,96$ |
| $0,68 < z_4 < 1,64$ | $0,37 < z_4 < 1,33$ | $-0,26 < z_4 < 0,7$ |
| $0,47 < z_5 < 1,43$ | $0,41 < z_5 < 1,37$ | $0,06 < z_5 < 1,02$ |
| $0,74 < z_5 < 1,7$ | $0,26 < z_5 < 1,22$ | $-0,18 < z_5 < 0,78$ |
| $0,04 < z_6 < 1$ | $-0,01 < z_6 < 0,95$ | $-0,2 < z_6 < 0,76$ |

*Продовження табл. 4*

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| $0,41 < z_6 < 1,37$ | $-0,06 < z_6 < 0,9$ | $-0,39 < z_6 < 0,57$ |
| $-0,51 < z_7 < 0,45$ | $-0,46 < z_7 < 0,5$ | $-0,58 < z_7 < 0,38$ |
| $0,07 < z_7 < 1,03$ | $-0,26 < z_7 < 0,7$ | $-0,63 < z_7 < 0,33$ |
| $-0,32 < z_8 < 0,64$ | $-0,75 < z_7 < 0,21$ | $-0,67 < z_8 < 0,29$ |
| $0,14 < z_8 < 1,1$ | $-0,69 < z_8 < 0,27$ | $-0,7 < z_8 < 0,26$ |

Побудуємо довірчі інтервали для істинних коефіцієнтів кореляції $r_j, j=\overline{1,8}$ (табл. 5), розв'язавши обернену задачу з використанням довірчих інтервалів для істинних критеріїв Фішера $z_j (j=\overline{1,8})$.

*Таблиця 5*

**Довірчі інтервали для істинних коефіцієнтів кореляції $r_j$ $(j=\overline{1,8})$ з врахуванням вагових коефіцієнтів та без врахування їх**

| низькоеродовані | середньоеродовані | високоеродовані |
|---|---|---|
| $-0,56 < r_1 < 0,32$ | $-0,36 < r_1 < 0,52$ | $-0,21 < r_1 < 0,64$ |
| $-0,88 < r_1 < -0,41$ | $-0,74 < r_1 < 0$ | $-0,58 < r_1 < 0,3$ |
| $-0,58 < r_2 < 0,28$ | $-0,46 < r_2 < 0,44$ | $-0,28 < r_2 < 0,58$ |
| $-0,78 < r_2 < -0,07$ | $-0,74 < r_2 < 0,01$ | $-0,43 < r_2 < 0,47$ |
| $0,18 < r_3 < 0,82$ | $0, < r_3 < 0,74$ | $-0,24 < r_3 < 0,61$ |
| $-0,24 < r_3 < 0,62$ | $-0,26 < r_3 < 0,6$ | $-0,46 < r_3 < 0,44$ |
| $0,61 < r_4 < 0,94$ | $0,53 < r_4 < 0,92$ | $0 < r_4 < 0,74$ |
| $0,59 < r_4 < 0,92$ | $0,36 < r_4 < 0,87$ | $-0,26 < r_4 < 0,6$ |
| $0,44 < r_5 < 0,9$ | $0,39 < r_5 < 0,88$ | $0,06 < r_5 < 0,77$ |
| $0,63 < r_5 < 0,94$ | $0,26 < r_5 < 0,84$ | $-0,18 < r_5 < 0,66$ |
| $0,04 < r_6 < 0,77$ | $-0,01 < r_6 < 0,74$ | $-0,2 < r_6 < 0,64$ |
| $0,39 < r_6 < 0,88$ | $-0,06 < r_6 < 0,72$ | $-0,37 < r_6 < 0,52$ |
| $-0,47 < r_7 < 0,42$ | $-0,43 < r_7 < 0,47$ | $-0,52 < r_7 < 0,36$ |
| $0,07 < r_7 < 0,78$ | $-0,26 < r_7 < 0,61$ | $-0,56 < r_7 < 0,32$ |
| $-0,31 < r_8 < 0,56$ | $-0,64 < r_8 < 0,21$ | $-0,58 < r_8 < 0,28$ |
| $0,14 < r_8 < 0,81$ | $-0,6 < r_8 < 0,26$ | $-0,6 < r_8 < 0,25$ |

Обчислимо довжини довірчих інтервалів для істинних коефіцієнтів кореляції $z_j (j=\overline{1,8})$ та значення їх запишемо в табл.6.

За результатами обчислень, наведених у табл. 2 і 6, встановлюємо, що повний лінійний кореляційний зв'язок без врахування вагомих коефіцієнтів існує між низькоеродованими і середньоеродованими рільничими с/г угіддями та кутами нахилу, які є більшими або рівними від трьох градусів і меншими від семи градусів. У випадку, коли обчислення проводились для значень вагових коефіцієнтів, повний лінійний кореляційний зв'язок існує між низькоеродованими рільничими с/г угіддями та кутами нахилу, які є біль-

*Таблиця 6*

**Значення довжин довірчих інтервалів для істинних коефіцієнтів кореляції $r_j$ ($j=\overline{1,8}$) з врахуванням вагових коефіцієнтів та без врахування їх**

| низькоеродовані | | середньоеродовані | | високоеродовані | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,88 | 0,47 | 0,88 | 0,74 | 0,85 | 0,88 |
| 0,86 | 0,71 | 0,9 | 0,75 | 0,86 | 0,9 |
| 0,64 | 0,86 | 0,74 | 0,32 | 0,85 | 0,9 |
| 0,33 | 0,33 | 0,39 | 0,51 | 0,74 | 0,86 |
| 0,46 | 0,31 | 0,49 | 0,58 | 0,71 | 0,84 |
| 0,73 | 0,49 | 0,75 | 0,78 | 0,84 | 0,89 |
| 0,89 | 0,71 | 0,9 | 0,87 | 0,88 | 0,88 |
| 0,87 | 0,67 | 0,85 | 0,86 | 0,86 | 0,85 |

шими або рівними від трьох градусів і меншими від десяти градусів та між середньоеродованими рільничими с/г угіддями і кутами нахилу, що є більшими або рівними від трьох градусів та меншими від семи градусів. Для даного випадку побудуємо регресійні прямі, що описуються рівняннями [4]

$$x-\bar{x}=\rho_j^*(y-\bar{y}_j),\ j=\overline{4,6},$$

де $\rho_j^*$ – вибірковий коефіцієнт лінійної регресії для j–ї крутизни. Значення величин $\bar{x}, \rho_j^*, \bar{y}_j$, обчислених за формулами

$$\bar{x}=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}x_i,\ \bar{y}_j=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}y_{ij},\ \rho_j^*=\frac{\sum_{i=1}^{20}x_i y_{ij}-20\bar{x}\bar{y}_j}{\sum_{i=1}^{20}y_j^2-20\bar{y}_j^2},$$

запишемо в табл. 7.

*Таблиця 7*

**Значення величин x, p, y**

| Низько-еродовані | Середньо-еродовані | Крутизна | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $3^0-5^0$ | $5^0-7^0$ | $7^0-10^0$ |
| $\bar{x}=0{,}18$ | $\bar{x}=0{,}09$ | $\bar{y}_4=0{,}12$ | $\bar{y}_5=0{,}09$ | $\bar{y}_6=0{,}06$ |
| $\rho_j^*(j=\overline{4.6})$ | | | | |
| $\rho_4^*=1{,}43$ | $\rho_4^*=0{,}62$ | | | |
| $\rho_5^*=1{,}2$ | $\rho_5^*=0{,}46$ | | | |
| $\rho_6^*=1{,}04$ | | | | |

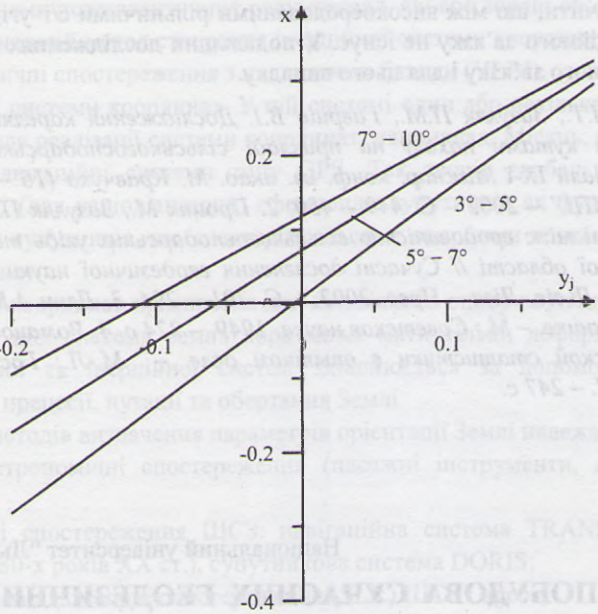


*Рис. 1. Регресійні прямі для низькоеродованих рільничих с/г угідь*

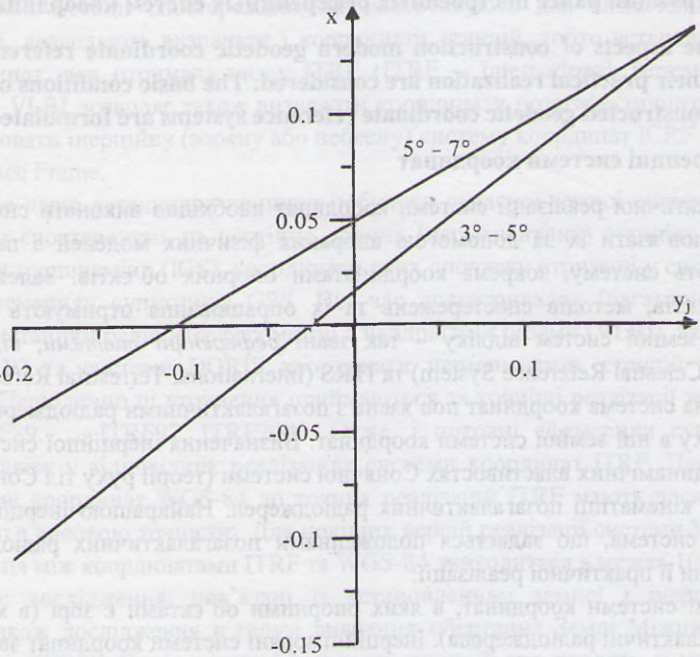


*Рис. 2. Регресійні прямі для середньоеродованих рільничих с/г угідь*

Слід відзначити, що між високоеродованими рільничими с/г угіддями та крутизною лінійного кореляційного зв'язку не існує. У подальших дослідженнях авторами буде встановлено форму даного зв'язку і для цього випадку.

*1. Процик М.Т., Зазуляк П.М., Гавриш В.І. Дослідження кореляційного зв'язку між еродованістю та кутами нахилу на прикладі сільськогосподарських угідь Львівської області // Матеріали IX-ї Міжнар. конф. ім. акад. М. Кравчука (16 – 19 травня 2002 р., Київ) / : НТУУ "КПІ" – 2002 – С. 449 – 450. 2. Процик М., Зазуляк П., Гавриш В. Дослідження залежності між еродованістю сільськогосподарських угідь та кутами нахилу на прикладі Львівської області // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Зб. наук. праць. – Львів, Ліга – Прес, 2002. – С. 291 – 294. 3. Длин А.М. Математическая статистика в технике. – М.: Советская наука, 1949. – 224 с. 4. Романовский В.И. Применение математической статистики в опытном деле. – М.-Л.: Гос. изд-во тех.-теор. литературы, 1947. – 247 с.*