

*В. А. КОВАЛЕНКО*

## **ОБЗОР ВЫСОТНО-АЗИМУТАЛЬНЫХ СПОСОБОВ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ**

К группе высотно-азимутальных способов астроопределений относят способы, основанные на измерении вертикальных и горизонтальных направлений на светила. Время фиксируется приблизительно с целью выборки экваториальных координат светил из звездного каталога или астрономического ежегодника. В ре-

зультате обработки наблюдений получают только широту и азимут. Одновременное измерение высоты и азимута движущегося светила сопряжено с трудностями визирования. Поэтому для точных определений высотно-азимутальные способы, как правило, не применяются.

В последние годы появились публикации [1, 2, 4, 7, 8, 11], авторы которых вносят ряд предложений по практической реализации этой группы способов. Основаны они, главным образом, на стремлении шире использовать для астрономических наблюдений оптические теодолиты разной точности. Полагаем, что обобщение сведений о высотно-азимутальных способах будет полезно.

С геометрической точки зрения задача определения азимута и широты из высотно-азимутальных наблюдений сводится к нахождению положения полюса мира относительно небесного горизонта и начального вертикала, за который принимают вертикал земного предмета или места нуля на горизонтальном круге. На поверхности глобуса, представляющего модель небесной сферы, произвольно выберем точку зенита и проведем начальный вертикал. Используя измеренные горизонтальные направления и зенитные расстояния, наносим на глобус положения наблюдаемых светил. Достаточно двух светил с известными склонениями, чтобы из их точечных изображений на сфере определить положение полюса мира засечкой.

Если пренебречь малыми изменениями склонений звезд, то сферические центры их суточных параллелей совпадут с полюсом мира. Это позволит находить положение полюса без знания координат звезд.

Наблюдаем две звезды, каждую в двух положениях через определенный интервал времени. Полюс мира находим как точку пересечения двух сферических перпендикуляров, проведенных к серединам двух дуг, концы которых обозначены положениями каждой звезды на сфере.

Имея значение какой-либо искомой величины (широту или азимут), другую можно определить из наблюдений только одной звезды: при известном склонении — в одном ее положении, при неизвестном — в двух.

Изложенная схема обработки наблюдений объясняет геометрическую сущность способов, но непригодна для практического применения. Задачи решаются аналитическим путем на основании зависимостей между элементами сферических треугольников.

Исходную формулу высотно-азимутальных способов представляет выражение

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z + \cos \varphi \sin z \cos A. \quad (1)$$

Здесь  $\delta$  — склонение светила;  $\varphi$  — астрономическая широта;  $z$  — зенитное расстояние;  $A$  — астрономический азимут светила, отсчитанный от точки севера.

Широту и азимут можно определять совместно или раздельно. Для совместного определения наблюдают не менее двух светил. Для установления только широты или только азимута достаточно наблюдений одного светила. При определении широты должен быть известен азимут, при определении азимута — широта. Иногда может возникнуть необходимость вычисления действительного (не искаженного рефракцией) зенитного расстояния наблюдаемого светила. В этом случае значения широты и азимута должны быть заданы.

Выгоднейшие условия наблюдений для раздельного нахождения широты, азимута и зенитного расстояния устанавливаются путем анализа следующих дифференциальных уравнений, полученных на основании формулы (1):

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{\cos q}{\cos t} \Delta z - \cos \varphi \operatorname{tg} t \Delta A + \frac{\Delta\delta}{\cos t}; \\ \Delta A &= \frac{\cos q}{\cos \varphi \sin t} \Delta z - \frac{\Delta\varphi}{\cos \varphi \operatorname{tg} t} + \frac{\Delta\delta}{\cos \varphi \sin t}; \\ \Delta z &= \frac{\cos t}{\cos q} \Delta\varphi + \frac{\cos \varphi \sin t}{\cos q} \Delta A - \frac{\Delta\delta}{\cos q}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $q$  — паралактический угол;  $t$  — часовой угол.

Таким образом, приходим к следующим выводам.

1. Широту нужно находить из наблюдений светил в меридиане; для ослабления влияния систематических погрешностей измеренных величин надо наблюдать в меридиане звезды, равным числом расположенные по обе стороны от полюса при  $z_N > 90^\circ - \varphi$ .

2. Азимут следует определять из наблюдений светил на часовом круге, перпендикулярном к меридиану (будем называть его первым часовым кругом); лучшие результаты дают близполюсные звезды; для расширения возможностей способа и для исключения влияния систематических погрешностей можно вести наблюдения звезд парами, включая в пару звезды с примерно равными склонениями и расположенные симметрично относительно меридиана по одну сторону от первого часового круга.

3. Зенитное расстояние по измеренному горизонтальному направлению наиболее точно вычисляется для светил, наблюдаемых в меридиане.

4. С увеличением широты места наблюдений повышается точность определения широты и зенитного расстояния, а точность определения азимута понижается.

Если наблюдать на равных зенитных расстояниях две звезды, то на основании формулы (1), отмечая данные о звездах пары индексами 1 и 2, получаем

$$\sin \delta_2 - \sin \delta_1 = \cos \varphi \sin z (\cos A_2 - \cos A_1). \quad (3)$$

Дифференцируя формулу (3) и полагая, что  $\delta = \text{const}$ ,  $A = a - Q$  ( $a$  — азимут земного предмета,  $Q$  — горизонтальный угол между предметом и звездой), имеем:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\text{tg } \varphi \text{ tg } z} - \frac{\sin A_2 - \sin A_1}{\text{tg } \varphi (\cos A_2 - \cos A_1)} \Delta a +$$

$$+ \frac{\sin A_2 \Delta Q_2 - \sin A_1 \Delta Q_1}{\text{tg } \varphi (\cos A_2 - \cos A_1)};$$

$$\Delta a = \frac{\cos A_2 - \cos A_1}{\text{tg } z (\sin A_2 - \sin A_1)} \Delta z - \frac{\text{tg } \varphi (\cos A_2 - \cos A_1)}{\sin A_2 - \sin A_1} \Delta\varphi +$$

$$+ \frac{\sin A_2 \Delta Q_2 - \sin A_1 \Delta Q_1}{\sin A_2 - \sin A_1}. \quad (4)$$

Анализ уравнений (4) показывает:

- 1) для определения широты выгоднее наблюдения равновысотных звезд в меридиане по разные стороны от зенита и на больших зенитных расстояниях; для реализации способа следует, по аналогии со способом Певцова, составлять пару из звезд, проходящих общий альмукантарат вблизи меридиана и на одинаковом удалении от него по азимуту;
- 2) азимут необходимо находить из наблюдений пар звезд на больших зенитных расстояниях, располагая их в первом вертикале, одну на западе, другую — на востоке; для увеличения числа звездных пар можно, как и в способе Цингера, составлять их из звезд, располагающихся симметрично относительно меридиана и по одну сторону от первого вертикала.

Есть предложение [4, 10] определять широту и азимут из наблюдений пары звезд в одном вертикале. Записав уравнение (1) для двух звезд и положив  $A_1 = A_2 - 180^\circ$ , после простых преобразований имеем

$$\sin \varphi = \frac{\sin z_1 \sin \delta_2 + \sin z_2 \sin \delta_1}{\sin (z_1 + z_2)}. \quad (5)$$

Очевидно, что значение широты не зависит от выбора вертикала. Наиболее уверенно его можно получить, если при составлении звездных пар соблюдать условие, что сумма  $z_1 + z_2 = 90^\circ$ .

Определив широту, можно затем дважды вычислить азимут общего вертикала пары:

$$\cos A = \frac{\sin \varphi \cos z - \sin \delta}{\cos \varphi \sin z}. \quad (6)$$

Индексы 1 и 2 в формуле (6) опущены.

Выгоднейшие условия наблюдений для определения азимута А. С. Яголим [10] предлагает устанавливать, исходя из анализа выражения

$$dA = \left( \frac{\text{tg } \varphi}{\sin A} + \text{ctg } z \text{ ctg } A \right) dz - \left( \frac{\text{ctg } z}{\sin A} + \text{tg } \varphi \text{ ctg } A \right) d\varphi. \quad (7)$$

Оно получено дифференцированием формулы (1) в предположении, что склонение  $\delta$  — величина постоянная. Рекомендуется наблюдать звезды вблизи первого вертикала; одну из них, предназначенную для определения азимута, располагать вблизи горизонта. В самом выгодном случае ( $A=90^\circ$ ,  $z=90^\circ$ ) будем иметь  $dA = \operatorname{tg} \varphi dz$ .

Покажем, что зависимость  $dA = \operatorname{tg} \varphi dz$  — частный случай дифференциального уравнения (2)

$$\Delta A = \frac{\cos q}{\cos \varphi \sin t} \Delta z - \frac{\Delta \varphi}{\cos \varphi \operatorname{tg} t},$$

из которого следует, что азимут нужно находить из наблюдений звезд на первом часовом круге.

Положив  $t=6^h$ , получим  $\Delta A = \frac{\cos q}{\cos \varphi} \Delta z$ . При  $z=90^\circ$  первый вертикал и первый часовой круг пересекаются в точках запада и востока. Если звезда совпадает с этими точками, то  $q=90^\circ - \varphi$ , а  $\Delta A = \operatorname{tg} \varphi \Delta z$ .

С уменьшением зенитного расстояния на первом вертикале коэффициент при  $\Delta z$  неизменен и равен  $\operatorname{tg} \varphi$ . Если же перемещать объект наблюдения по первому часовому кругу в сторону полюса, то в связи с увеличением угла  $q$  коэффициент при  $\Delta z$  уменьшается от  $\operatorname{tg} \varphi$  на горизонте до нулевого значения в элонгации. Отсюда следует, что для определения азимута выгоднее наблюдать звезды на первом часовом круге. Значение зенитного расстояния с геометрической точки зрения здесь роли не играет.

Таким образом, вертикал пары звезд должен совпадать не с первым вертикалом, а с плоскостью вертикала той звезды, которая наблюдается на первом часовом круге для последующего вычисления азимута по результатам этих наблюдений.

Уже отмечалось, что широту и азимут можно определять из повторных наблюдений одних и тех же неизвестных звезд. В течение суток промежутки между повторными наблюдениями не должен превышать 12 ч. За то время склонения звезд изменяются в среднем на  $0,1 \dots 0,2''$ . Во многих случаях этими изменениями можно пренебречь и считать склонение звезд величинами постоянными. Тогда на основании формулы (1) можно записать

$$\sin \varphi \cos z' + \cos \varphi \sin z' \cos A' = \sin \varphi \cos z'' + \cos \varphi \sin z'' \cos A''. \quad (8)$$

Одним и двумя штрихами обозначены зенитное расстояние и азимут звезды, отнесенные соответственно к первому и второму ее наблюдениям. Уравнение (8) является исходным для выражения широты и азимута только через измеренные величины. Опознавать звезды и знать их координаты не надо. Такие способы астрономических определений называются абсолютными.

Дифференцируя формулу (8), находим

$$\Delta a = \frac{\cos t'' - \cos t'}{\cos \varphi (\sin t'' - \sin t')} \Delta \varphi - \frac{\cos q'' \Delta z'' - \cos q' \Delta z'}{\cos \varphi (\sin t'' - \sin t')} +$$

$$+ \frac{\sin t'' \Delta Q'' - \sin t' \Delta Q'}{\sin t'' - \sin t'};$$

$$\Delta \varphi = \frac{\cos \varphi (\sin t'' - \sin t')}{\cos t'' - \cos t'} \Delta a - \frac{\cos q'' \Delta z'' - \cos q' \Delta z'}{\cos t'' - \cos t'} -$$

$$- \frac{\cos \varphi (\sin t'' \Delta Q'' - \sin t' \Delta Q')}{\cos t'' - \cos t'}. \quad (9)$$

Из уравнений (9) следует: 1) высшую точность определений получим, наблюдая одну и ту же звезду с интервалом в 12 часов; 2) для определения азимута звезда должна наблюдаться в первом положении на часовом круге  $6^h$ , во втором — на часовом круге  $18^h$ ; 3) широту нужно определять из двойных наблюдений звезды, положения которой располагаются в меридиане по обе стороны от полюса.

Рекомендации к получению приближенного азимута по двум наблюдениям одной и той же звезды даны в [6]. Если зенитные расстояния светила в первом и во втором его положениях равны, то  $A' = -A''$ , а азимут земного предмета  $a = \frac{1}{2} (Q' + Q'')$ .

Способ определения приближенного азимута из повторных наблюдений звезды или Солнца на равных высотах описан в [7] и [9].

Совместное определение азимута и широты абсолютным способом требует повторного наблюдения двух звезд и сводится к решению двух уравнений вида (8). Исследования выгоднейших условий наблюдений для этого случая приведены в [3, 5]. Они сводятся к следующим предложениям:

- 1) каждая звезда наблюдается вторично через 12 ч после первого наблюдения;
- 2) при определении азимута средний момент наблюдений одной из звезд должен быть немного меньше момента кульминации, другой — на столько же больше момента кульминации, верхней или нижней;
- 3) для получения широты часовые круги звезд в средний момент их наблюдений должны располагаться вблизи первого часового круга и по разные стороны от него.

Подводя итог всему изложенному, обратим внимание на следующее.

1. Астрономические определения высотно-азимутальными способами не требуют специальных астрономических приборов, их можно выполнять только с помощью оптических или других теодолитов.
2. Организуя наблюдения, следует ориентироваться, главным

образом, на определение азимута: именно этот элемент астроопределений, чаще всего необходимый на производстве, находится наиболее уверенно.

3. Выбор конкретного способа определений зависит от требуемой точности и возможностей производственного подразделения.

Для точного получения азимута можно рекомендовать способ, в котором наблюдаются пары равновысотных звезд, симметричных относительно меридиана и расположенных по одну сторону от первого вертикала или первого часового круга.

1. *Баландин А. Е.* Определение и использование астрономических азимутов при построении геодезических сетей сгущения: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1984.
2. *Желтко Ч. Н.* Пути повышения точности азимутальных астрономических определений для эталонирования приборов гироскопического ориентирования: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1985.
3. *Каврайский В. В.* О совместном определении широты и азимута из высотно-азимутальных наблюдений звезд // Тр. ЦНИИГАиК, 1935. Вып. 8. С. 3—40.
4. *Киричук В. В., Лавникович А. С., Новикова Ю. П.* Определение широты и азимута по измеренным зенитным расстояниям двух звезд в одном вертикале. Львов, 1986. С. 8. Деп. в УкрНИИНТИ. № 1636-Ук86.
5. *Коваленко В. А.* Приближенное определение азимута по двум высотно-азимутальным наблюдениям одних и тех же звезд // Науч. зап. Львов. политехн. ин-та. Сер. геодезическая. 1958. № 4. С. 15—52.
6. *Коваленко В. А.* Определение приближенного азимута по двум наблюдениям одной и той же звезды // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1965. Вып. 2. С. 13—16.
7. *Пандул И. С.* Астрономические определения по Солнцу. М., 1983.
8. *Редичкин Н. Н.* Исследование измерительного метода определения углов астрономической рефракции: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Л., 1983.
9. Руксводящие указания по определению приближенным способом астрономических азимутов и географических широт по измеренным высотам Солнца или звезд. М., 1955.
10. *Яголим А. С.* Приближенный метод определения географической широты и азимута по абсолютным измерениям зенитных расстояний двух звезд в одном и том же вертикале при отсутствии часов // Бюлл. ВАГО. 1939. № 4. С. 6—9.
11. *Wozar S.* Determination of the astronomical azimuth of the terrestrial object being in the vertical circle of the observed star // Pr. Komis. górn. — geod. PAN. Krakowie. Geod. 1986. N 32. P. 69—73.