

Е. А. МИНИН

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НАКОПЛЕНИЯ РАЗНОСТЕЙ ПРЕВЫШЕНИЙ, ИЗМЕРЕННЫХ В ПРЯМОМ И ОБРАТНОМ ХОДАХ. ВЫСОКОТОЧНОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

При изучении современных вертикальных движений земной коры (СВДЗК) с использованием результатов высокоточного нивелирования важно знать, насколько вычисленные скорости движений свободны от ошибок нивелирования. Особенно важно учитывать возможные систематические ошибки, поскольку их наличие может привести к неправильной интерпретации СВДЗК.

Для оценки точности нивелирования 1 и 2 классов используют невязки в полигонах, а также разности превышений, измеренных в прямом и обратном ходах. Например, для нивелирования 1 класса

$$d_6 = (h_{\text{пр.}})_{\text{ср.}} - (h_{\text{об.}})_{\text{ср.}}$$

Эти разности, а точнее их накопления, несмотря на новую методику нивелирования, принятую в начале 50-х годов на отдельных участках или в целом по ходу, носят явно систематический характер [3]. Объяснять это только некачественной работой исполнителей — значит упрощать действительную природу их возникновения. В самом деле, если обратиться к более позднему нивелированию, выполненному в 70-х годах, то нетрудно убедиться, что характер накопления разностей d_6 остался прежним.

Не умаляя значения принятой методики нивелирования, поскольку она действительно позволила в целом уменьшить абсолютные величины систематических ошибок, следует отметить, что изучение систематического накопления разностей d и их остаточного влияния на результаты нивелирования по-прежнему актуально.

Согласно исследованиям [5] установлено, что источником систематического накопления разностей является вертикальное перемещение костылей и штатива. Причем эти ошибки классифицированы как ошибки большого периода действия, меняющие свой знак на протяжении линии несколько раз. Следовательно, и вертикальное перемещение костылей меняет свое направление. Объяснение этого только с позиций разной плотности грунтов, по-видимому, не совсем обосновано.

Предположим, что накопление разностей d в нивелирном ходе представляет собой случайную функцию от расстояния, т. е.

$$d(s) = \sigma(s) + \eta(s), \quad (1)$$

где $\sigma(s)$ — детерминированная (систематическая) часть функции; $\eta(s)$ — случайная часть.

Рис. 1. Графики спектральных плотностей функций $d(s)$:

— Рузаевка—Поворино; — Куровское—Пильна; Рязань—Воронеж.

Учитывая колебательный характер накопления систематической части, аппроксимируем ее суммой синусоид:

$$\sigma(s) = \sum_j A_j \sin(\omega_j s + \varphi_j), \quad (2)$$

где ω_j — частоты колебаний функций; A_j — амплитуды колебаний; φ_j — фазы.

С целью определения частот колебаний произведен спектральный анализ случайных функций накопления разностей d в трех ходах нивелирования 1 и 2 классов.

Применяемая методика спектрального анализа подробно изложена в [4], поэтому в настоящей статье приведены только ее отдельные особенности.

Прежде всего отметим то, что из исходных функций не исключался линейный тренд, чтобы полнее дифференцировать низкочастотную часть. Для этого исходные случайные функции центрировались средним, а затем вычислялись их спектральные плотности, которые показаны на рис. 1. Исходные функции накопленных разностей d после их центрирования средним показаны на рис. 2, а, б, в.

Найденные по максимуму спектральной плотности, частоты колебаний в дальнейшем уточняли в пределах интервала разрешения под условием минимума дисперсии, т. е.

$$\sum_{i=1}^n [d_i - A \sin(\varepsilon_i - \varphi)]^2 = \min,$$

где d_i — значение случайной функции в i -х точках; $\varphi = \arctg \times \times \left(-\frac{[d_i \cos \varepsilon_i]}{[d_i \sin \varepsilon_i]} \right)$; $A = \frac{2[d_i \sin \varepsilon_i]}{n \cos \varphi}$; $\varepsilon_i = (i-1)\omega$.

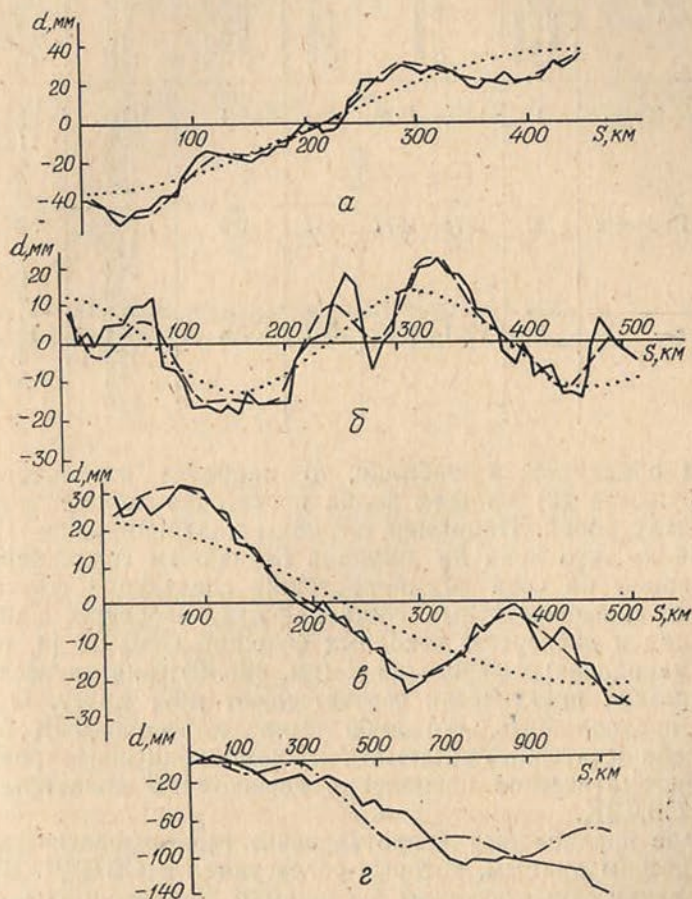


Рис. 2. Графики функций $d(s)$ и их детерминированных частей: линии Рязань—Воронеж (а); Куровское—Пильна (б); Рузаевка—Поворино (в); Куйбышев—Челябинск (г).

Характеристика нивелирных линий и случайных функций:
 — исходные функции $d(s)$; — — — детерминированные функции $\sigma(s)$; низкочастотные части функций $\sigma(s)$ — — — — — детерминированная функция СВДЗК.

После нахождения параметров j -й синусоиды ее исключали из случайной функции. Остаток вновь подвергали спектральному анализу, как это описано в [4].

В результате найдены синусоидальные составляющие функции (2) и случайная часть $\eta(s)$ функции (1), которые приведены в таблице. В этой же таблице дана краткая характеристика нивелирных ходов.

Характеристика нивелирных линий и случайных функций

Название линий	Класс нивелирования	Год нивелирования	Длина линий, км	Средняя длина секции, км	Период синусоида, км	Амплитуда, мм	$\eta(s)$, мм
Рузаевка—Поворино	1	1975—1976	491	9,1	1000 320 182 136	22 11 4 2	2,7
Рязань—Воронеж	2	1976—1977	447	8,6	903 172 344 86	38 8 7 2	4,3
Куровское—Пильна	2	1961—1972	507	8,5	324 128 85 970	13 6 6 2	4,5

Если обратиться к таблице, то наиболее низкочастотная часть функции (2) во всех ходах достаточно хорошо согласуется между собой. Например, периоды колебаний 903—1000 и 320—344 км, что вряд ли является случайным совпадением.

Обращает на себя внимание также следующий факт: при сравнении низкочастотных составляющих, вносящих наибольший вклад в дисперсию исходных функций СВДЗК [4, рис. 2 и 3] и накопленных разностей d (см. рис. 2), они на исследуемых отрезках практически соответствуют друг другу. Отсюда можно предположить, что либо вычисленные СВДЗК содержат в себе остаточные систематические ошибки нивелирования, либо систематическое накопление разностей d является следствием СВДЗК.

Первое предположение противоречит геоморфологическим и геологическим данным, которые согласуются с СВДЗК. Второе противоречит существующим взглядам о том, что малые относительные скорости СВДЗК не оказывают существенного влияния на результаты нивелирования.

Прежде чем более подробно остановиться на втором предположении, произведем количественную оценку возможной линейной статистической связи между детерминированными составляющими случайных функций СВДЗК (для упрощения

индексных обозначений в дальнейшем опишем ее как T_s) и $\sigma(s)$. С этой целью по СВДЗК, приведенным в [4], вычислены скорости движения, выделены их детерминированные части и произведен взаимный спектральный анализ функций T_s и σ_s . Для этого использованы формулы, приведенные в [2]:

$$C_{T,\sigma}(\omega_j) = \frac{S(\omega_j)^2 + q(\omega_j)^2}{f_T(\omega_j) f_\sigma(\omega_j)}; \quad \Phi(\omega_j) = \arctg \left[\frac{q(\omega_j)}{S(\omega_j)} \right],$$

где $C_{T,\sigma}(\omega_j)$ — функция когерентности; $S(\omega_j)$ — коспектр; $q(\omega_j)$ — квадратурный спектр; $f_T(\omega_j)$, $f_\sigma(\omega_j)$ — спектральные плотности функций $T(s)$ и $\sigma(s)$; $\Phi(\omega_j)$ — фазовый спектр.

При этом коспектр и квадратурный спектр вычисляли по формулам:

$$S(\omega_j) = \frac{\lambda_0}{4\pi} (R_{T,\sigma}(0) + R_{\sigma,T}(0)) + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^m \lambda_k (R_{T,\sigma}(k) + R_{\sigma,T}(k)) \cos(\omega_j k);$$

$$q(\omega_j) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^m \lambda_k (R_{T,\sigma}(k) - R_{\sigma,T}(k)) \sin(\omega_j k),$$

где λ_k — весовые коэффициенты Парзена; $R_{T,\sigma}$ и $R_{\sigma,T}$ — взаимные автокорреляционные функции, вычисленные по формулам

$$R_{T,\sigma}(k) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{n-k} (\sigma_s - \bar{\sigma}) (T_{s+k} - \bar{T}),$$

$$R_{\sigma,T}(k) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{n-k} (T_s - \bar{T}) (\sigma_{s+k} - \bar{\sigma}).$$

Здесь $\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n T_s$, $\bar{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n \sigma_s$.

Графики функций когерентности и фазового спектра показаны на рис. 3, из которого видно, что функция когерентности имеет максимум на нулевой частоте по всем линиям и по линии Рязань—Воронеж на частоте 0,06 р/км. Последний максимум можно объяснить малым значением на этой частоте спектральных плотностей обеих функций. Поэтому можно предположить, что линейная статистическая связь между функциями T_s и σ_s возможна лишь на частотах менее 0,006 р/км или с периодами колебаний 1000 км и более.

В подтверждение этого отдельно вычислены коэффициенты корреляции низкочастотных частей функций T_s и σ_s , которые оказались достаточно высокими: от 0,64 (линия Куровское—Пильна) до 0,90 (линия Рузаевка—Поворино).

Не располагая данными по накоплению разностей d_θ в ходе нивелирования 1 класса Куйбышев—Челябинск, проложенном

в 1957 г., воспользуемся графиком, приведенном в [6] (рис. 2,2), на который нанесена детерминированная составляющая случайной функции СВДЗК из [4], достаточно хорошо согласующаяся своей низкочастотной частью с накоплением разностей d_6 .

В последней колонке таблицы приведены средние квадратические значения случайной части функции (1), которые, не превышая в целом допусков, установленных для разностей d в секциях при нивелировании 1 и 2 классов, содержат остаточ-

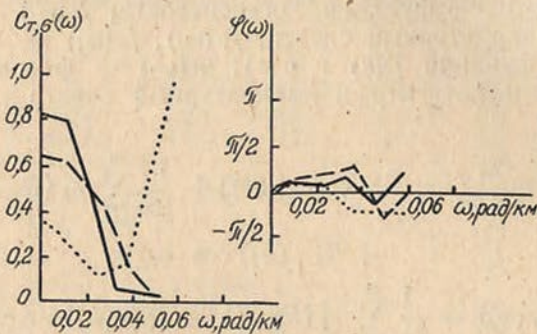


Рис. 3. Графики функций когерентности и фазовых спектров:

—— Рузаевка—Поворино; — — — — Куровское—Пильна; Рязань—Воронеж.

ную систематическую компоненту, делающую их зависимыми. Для установления степени зависимости между членами $\eta(s)$, разделенными в пространстве, вычислены корреляционные функции, графики которых не даем, чтобы не перегружать статью рисунками. Вычисления показали, что только первые коэффициенты корреляции, величины которых от 0,28 до 0,46, являются значимыми (при 5%-ном уровне значимости), а остальные колеблются около нуля, не достигая по абсолютной величине уровня значимости.

Для обоснования того, что причиной систематического накопления разностей d в нивелирных ходах могут являться СВДЗК, напомним, что последние (как и новейшие или происходящие еще в более ранние геологические эпохи) состоят из суммы движений, вызываемых различными факторами, причем их скорости изменяются как в пространстве, так и во времени. Известными причинами упругих деформаций земной поверхности можно считать действие приливообразующих сил и прецессии земной оси с периодичностью от 0,5 суток до 1,5 лет, циклические пульсации земной коры с периодом три—четыре суток [1].

Несмотря на малые относительные скорости СВДЗК при их одностороннем действии, что возможно при периодах колебаний в пространстве, большем длины хода, и во времени, превышающем продолжительность нивелирования, возможны су-

ществленные систематические накопления разностей d , с чем мы и встречаемся на практике. Например, в ходах Рязань—Воронеж и Рузаевка—Поворино (см. рис. 2) или данные, приводимые в [3].

Вычисляя СВДЗК за многолетний период между циклами нивелирования, мы тем самым усредняем скорости движения, сглаживая их случайные флуктуации.

В пределах одного цикла нивелирования разница d представляет собой сложную картину переплетения ошибок нивелирования с СВДЗК, изменяющими свои скорости как в пространстве, так и во времени, но не превышающими по абсолютной величине ошибок. В результате суммирования в целом по ходу происходит их сглаживание и отражается общая тенденция движения, присущая данному региону.

В заключение отметим, что для решения этого и других вопросов, связанных с изучением разностей d , их влияния на среднее превышение, требуется привлечение более широкого материала по нивелированию, выполненного в различных по тектоническому характеру районах СССР. При математико-статистической обработке этого материала весьма полезен спектральный анализ.

1. Вартанян Г. С., Куликов Г. В. Гидрогеодеформационное поле Земли // Докл. АН СССР. Геофизика. 1982. Т. 262. № 2. С. 310—314.
2. Гренджер К., Хатанака М. Спектральный анализ временных рядов в экономике. М., 1972.
3. Мещерский И. Н., Энтин И. И. Анализ результатов нивелирования 1 и 2 классов 1957—1966 гг. // Тр. ЦНИИГАиК. 1972. Вып. 169. С. 3—25.
4. Минин Е. А. Применение спектрального анализа для изучения вертикальных движений земной коры // Геодезия, картография и аэрофотоъемка. 1985. Вып. 41. С. 81—87.
5. Энтин И. И. Высокоточное нивелирование // Тр. ЦНИИГАиК. 1956. Вып. 111. С. 340.
6. Энтин И. И. Анализ результатов нивелирования 1 и 2 классов // Тр. ЦНИИГАиК. 1960. Вып. 135. С. 3—24.