

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ РЕЗУЛЬТАТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ДЕФОРМАЦИЯМИ СООРУЖЕНИЙ

Комплекс работ по изучению деформаций сооружений в общем виде можно представить схемой, представленной на рисунке [7].

Вопросы производства инженерно-геологических изысканий, геодезических наблюдений и их уравнивание, решаемые на стадиях 1—10, достаточно хорошо изучены и изложены в [1, 6, 8—10].

Строительство сложных в конструктивном и технологическом решениях сооружений, а также систематизация накопленных результатов наблюдений за их высотным и плановым положением поставила специалистов, занимающихся этими вопросами на производстве, перед проблемой проведения специальных статистических исследований результатов наблюдений за деформациями сооружений (стадия 11, этапы 1—10).

Этапы 1—10, решаемые на стадии 11, можно условно разделить на две части: 1) этапы исследований до уравнивания по методу наименьших квадратов (МНК) (этапы 1—4); 2) исследования по результатам уравнивания (этапы 5—10).

Замечание 1. Исследования, включаемые в этапы 1—4, могут быть и самостоятельными задачами. Здесь же они рассматриваются в комплексе, так как практически все существующие программы уравнивания результатов геодезических наблюдений за деформациями сооружений, применяемые в производстве, исходят из предпосылки, что результаты наблюдений не отягощены грубыми и систематическими ошибками, не коррелированы и подчинены нормальному закону распределения вероятностей [далее $N \in (0; \sigma^2)$].

Рассмотрим последовательно методику решения вопросов, возникающих на каждом этапе исследований.

Определение вида распределения результатов геодезических наблюдений за деформациями сооружений (этап 11.1)

Для статистического контроля согласованности теоретических вероятностей ошибок измерений (этими ошибками «в чистом виде» или их функциями в данных исследованиях являются разности превышений на станциях dh_i и невязки полигонов f_i (с их относительными частотами в выборке из n наблюдений в зависимости от объекта применяются следующие критерии:

1. На небольших объектах (объем выборки $n < 60$) [5].

1	Инженерно-геологические изыскания [9]
2	Определение основных характеристик грунтов, слагающих основание сооружения [9]
3	Проектирование сооружения; расчет конечных значений деформаций по результатам геологических изысканий; назначение допусков на величины деформаций [10]
4	Определение цели геодезических наблюдений за деформациями сооружений [6]
5	Закладка центров и знаков [6]
6	Назначение точности и периодичности наблюдений [7]
7	Разработка схемы наблюдений [8]
8	Разработка методики наблюдений [8]
9	Производство наблюдений [8]
10	Уравнивание результатов наблюдений; определение деформационных характеристик основания сооружения [1]
11	Статистические исследования результатов геодезических наблюдений за деформациями сооружений

11.1	Определение вида распределения результатов наблюдений
11.2	Исследование равноотности измерений
11.3	Выявление систематических ошибок в результатах измерений
11.4	Определение автокорреляции результатов наблюдений
11.5	Оценка устойчивости реперов геодезической основы
11.6	Определение деформаций по значениям близким к предельным
11.7	Построение модели деформационного процесса
11.8	Выявление факторов, влияющих на деформационный процесс
11.9	Выявление периода стабилизации деформационного процесса
11.10	Апостериорная корректировка точности и периодичности наблюдений

Схема комплекса работ по изучению деформаций сооружений.

I. 1. Критерий Саркади, заключающийся в исследовании статистики

$$\zeta_i = \frac{\eta_i \sqrt{n-i-1}}{\sqrt{\sum_{k=i+1}^{n-1} \eta_k^2}}, \quad (1)$$

где

$$\eta_i = f_i - A; \quad (2)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{n+1}} \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n} + f_i \right). \quad (3)$$

По таблицам распределения Стьюдента вычисляются случайные величины

$$\delta_{v_i} = S_{v_i}(\zeta_i), \quad (4)$$

где $v_i = n - i - 1$ — число степеней свободы.

(5)

Известно, что если гипотеза о нормальном законе распределения ряда результатов измерений (или их функций) f_i верна, то случайные величины (4) будут распределены равномерно на интервале $[0; 1]$.

I. 2. Критерий Смирнова, заключающийся в исследовании статистики

$$\eta_i = \frac{t_i \sqrt{n-2}}{\sqrt{n-1-t_i^2}}, \quad (6)$$

где t_i — нормированное отклонение;

$$f_i = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}, \quad (7)$$

$$t_i = \frac{f_i - \bar{f}}{\sigma};$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(f_i - \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n} \right)^2}{n}}. \quad (8)$$

Известно, что если распределение f_i есть $N(0; \sigma^2)$, то величины η_i распределены по закону Стьюдента с $(n-2)$ степенями свободы.

II. На больших объектах (объем выборки $n \geq 60$) согласно [4] могут применяться

II. 1. Критерий Колмогорова.

II. 2. Критерий ω^2 .

II. 3. Критерий χ^2 (Пирсона).

Замечание 2. В геодезической практике традиционно при проведении статистических исследований по проверке согласия опытного распределения с теоретическим используется критерий χ^2 , хотя, строго говоря, критерий ω^2 является более мощным [4], но в свою очередь обладает существенным недостатком — требует выполнения большого количества вычислительных операций.

В исследованиях с помощью критерия χ^2 определяется статистика

$$y = n \sum_{i=1}^k \frac{(\hat{p}_i - p_i)^2}{p_i}, \quad (9)$$

где p_i — вероятность попадания невязки f_i в соответственно выбранный интервал; $\hat{p}_i$ — оценка p_i ; k — число интервалов.

Распределение статистики y при $n \rightarrow \infty$ стремится к распределению χ^2 с $r=k-1$ степенями свободы. В случае $np_i > 10$ критерий χ^2 отвергает гипотетические вероятности на уровне зависимости α при

$$y > \chi_{1-\alpha}^2(r). \quad (10)$$

Исследование равноточности измерений (этап 11.2)

Совместное уравнивание по МНК результатов геодезических наблюдений за деформациями сооружений, включенных в одну схему, но выполненных в разных условиях (например, в здании ГЭС и вне его) возможно лишь в том случае, когда результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения и к тому же имеют одинаковые его параметры (в частности равные дисперсии). Поэтому возникает вопрос статистического сравнения оценок дисперсий по результатам наблюдений, выполненных в k различных условиях, но на одном объекте:

$$\hat{\sigma}_1^2 = m_1^2; \quad m_1^2 = m_2^2 = \dots = m_k^2 = m^2, \quad (11)$$

Для проверки равенства (11) существуют [5]:

III. 1. Критерий Фишера, заключающийся в последовательном рассмотрении дисперсионного отношения

$$F = \hat{\sigma}_P^2 / \hat{\sigma}_Q^2 \quad (12)$$

со степенями свободы $\nu_P = n_P - 1$; $\nu_Q = n_Q - 1$.

В (12) оценки дисперсий определяем равенствами

$$\hat{\sigma}_P^2 = m_P^2 \frac{1}{n_P - 1} \sum_{i=1}^{n_P} \left(f_{iP} - \frac{\sum_{j=1}^{n_P} f_{Pj}}{n_P} \right)^2; \quad (13)$$

$$\hat{\sigma}_Q^2 = m_Q^2 \frac{1}{n_Q - 1} \sum_{i=1}^{n_Q} \left(f_{iQ} - \frac{\sum_{j=1}^{n_Q} f_{Qj}}{n_Q} \right)^2. \quad (14)$$

Далее, путем сравнения статистики $\hat{F}_i$ с теоретическим значением F_i ($1 \leq i \leq k-1$) делаем вывод о согласованности равенства (11).

III. 2. Критерий Бартлетта, заключающийся в исследовании статистики

$$M = B/C, \quad (15)$$

где

$$B = 2,303 \left[\left(\sum_{i=1}^k v_i \right) \lg \sigma^2 - \sum_{i=1}^k v_i \lg \sigma_i^2 \right]; \quad (16)$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{v_i} - \frac{1}{\sum_{i=1}^k v_i} \right); \quad (17)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^k v_i \sigma_i^2 / \sum_{i=1}^k v_i. \quad (18)$$

Здесь v_i , $1 \leq i \leq k$ — число степеней свободы оценки дисперсии $\hat{\sigma}_i^2$.

Известно, что когда все оценки $\hat{\sigma}_i^2$, $1 \leq i \leq k$ есть выборки из одной генеральной совокупности (т. е. выполняется приближенно равенство (11)), то величина M в (15) распределена как χ^2 с $k-1$ степенью свободы независимо от v_i при одном условии — число осадочных марок, включенных в любую группу, не должно быть менее шести, т. е.

$$v_i > 5, \quad 1 \leq i \leq k.$$

Выявление и учет систематических ошибок (этап 11.3)

Систематические ошибки, как известно [1], являются ошибками, которые входят в результаты наблюдений по определенному закону как функции источников возникновения ошибок и должны быть исключены, по возможности, из результатов наблюдений.

Можно показать, что проверка гипотезы об отсутствии в ряде результатов измерений при наблюдениях за деформациями сооружений переменной систематической ошибки сводится к проверке гипотезы о постоянстве математического ожидания разности dh_i превышений на станциях нивелирования.

В этом случае методика исследований может рассматривать:

IV. 1. Критерий Аббе, заключающийся в изучении статистики [5]:

$$q = \sum_{i=1}^{n-1} (dh_{i+1} - dh_i)^2 / \sum_{j=1}^n \left(dh_i - \frac{\sum_{j=1}^n dh_j}{n} \right). \quad (19)$$

Известно, что распределение величины q сосредоточено на интервале

$$[1 \pm \cos(\pi/n)]$$

с числовыми характеристиками

$$M(q) = 1 \text{ и } \sigma^2(q) = (n-2)/(n^2-1). \quad (20)$$

и табулировано в табл. 4.9 из [2].

Замечание 3. На больших объектах ($n > 60$), с учетом вывода в [5], при проведении исследований можно считать, что статистика q распределена практически нормально с числовыми характеристиками (20).

IV. 2. Дисперсионный анализ со статистикой

$$\hat{F} = m_1^2/m_2^2, \quad (21)$$

имеющей F — распределение Фишера с $(k-1)$ и $(n_1+n_2+\dots+n_k-k)$ степенями свободы, где k — число различающихся условий наблюдений на объекте (число групп); n_i , $1 \leq i \leq k$ —

число измерений в группах; $m_1^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (\bar{f}_i - \bar{f})^2$ — оценка

дисперсии, отражающая влияние систематической ошибки;

$m_2^2 = \frac{1}{n_1+n_2+\dots+n_k-k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (f_{ij} - \bar{f}_i)^2$ — оценка дисперсии,

свободная от влияния систематических ошибок; $\bar{f}_i$ — групповая оценка математического ожидания; $\bar{f}$ — оценка математического ожидания всего ряда $\bar{f}_i$.

Проверка «нулевой гипотезы» (отсутствия систематических ошибок) осуществляется в соответствии с критической областью

$$\hat{F} < F_q, \quad (22)$$

где F_q выбирается по таблице из [2].

Исследование автокорреляции в результатах наблюдений
(этап 11.4)

Методика исследований взаимной корреляции невязок полигонов $\hat{f}_i$ или разностей превышений на станциях dh_i состоит в вычислении коэффициента автокорреляции с лагом L :

$$\hat{r}_t = \frac{\sum_{i=1}^{n-L} f_i f_{i+L} - \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^{n-L} f_i \right) \left(\sum_{i=L+1}^n f_i \right)}{\sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^{n-L} f_i^2 - \frac{1}{n-L} \left(\sum_{i=1}^{n-L} f_i \right)^2 \right\} \left\{ \sum_{i=L+1}^n f_i^2 - \frac{1}{n-L} \left(\sum_{i=L+1}^n f_i \right)^2 \right\}}}. \quad (23)$$

Коэффициент автокорреляции, определенный по (23), характеризует тесноту связи между двумя рядами наблюдений, выполненных в различных условиях одного объекта.

Ряд I: $f_1; f_2; \dots; f_{n-L}$.

Ряд II: $f_{L+1}; f_{L+2}; \dots; f_n$.

Оценка значимости коэффициента автокорреляции с соответствующим выводом о наличии или отсутствии автокорреляции в результатах наблюдений производится с помощью таблиц, представленных в [2].

Оценка устойчивости реперов геодезической основы (этап 11.5)

При наблюдениях за деформациями сооружений на объекте создается локальная сеть с несколькими исходными реперами. В процессе наблюдений на объекте выполняется статистический контроль устойчивости данных реперов для последующего определения отметок высотных марок, установленных на конструкциях.

В настоящее время рациональной методикой статистического контроля устойчивости реперов признана методика определения исходного репера с минимальным отклонением по высоте в процессе уравнивания сети как свободной с присоединением дополнительного условия [3]

$$\sum_{i=1}^k \Delta Z_i = 0 \quad (24)$$

к исходной системе параметрического способа (в матричной форме)

$$\begin{cases} V_1 = B\Delta Z + A\Delta H + L, \\ V_2 = \Delta Z, \end{cases} \quad (25)$$

где V_1 и V_2 — поправки из уравнивания под условием $V^T V = \min$ соответственно в отметки марок сети и исходных реперов; A и B — матрицы, характеризующие соответственно геометрию сети без ходов, связывающих исходные точки, и только из этих ходов; ΔH и Δz — матрицы поправок из уравнивания в приближенные значения отметок узловых точек сети и исходных реперов, соответственно; L — матрица свободных членов.

Наиболее устойчивым считается репер, имеющий минимальную поправку Δz_i из уравнивания по обобщенному МНК.

Определение деформаций по значениям, близким к предельным (этап 11.6)

Геодезические наблюдения за деформациями сооружений проводят, в основном, для апостериорного определения их устойчивости. Под устойчивостью сооружений в общем случае понимается их способность противостоять усилиям, стремящимся вывести данные сооружения из исходного состояния статического и динамического равновесия.

При проектировании зданий и сооружений, исходя из условий обеспечения их устойчивости, проектировщикам определяются предельные значения деформаций (обычно осадок сооружений), превышение которых на практике приводит к потере устойчивости возводимого или уже возведенного сооружения. В связи с этим возникает вопрос о надежном статистическом определении деформаций, близких к предельным, по данным уже выполненных геодезических наблюдений и их прогноз на будущее.

Здесь возможны следующие пути решения [7]:

1) выявляется значимость разностей осадок $\Delta S_{i-j}^{(k)}$ марок i и j установленных на конструкциях сооружения, в цикле k между собой с помощью F — критерия Фишера и методом Фостера-Стьюарта;

2) выполняется сравнение осадок $s_i^{(k)}$ и разностей осадок $\Delta S_{i-j}^{(k)}$ соседних марок i и j и предельных ошибок их определения

$$\delta S_i^{(k)} = T_\beta m_{S_i}^{(k)}; \quad (26)$$

$$\delta (\Delta S_{i-j})^{(k)} = T_\beta \sqrt{[m_{S_i}^{(k)}]^2 + [m_{S_j}^{(k)}]^2} \quad (27)$$

с конструктивным допуском $\bar{S}_i$ или $\Delta \bar{S}_{i-j}$.

Конструктивный (или технологический) допуск, например на значение неравномерности осадок марок на конструкциях i и j , может считаться выдержанным, если выполняется неравенство [7]:

$$(\Delta S_{i-j})^{(k)} + T_\beta \sqrt{(\mu_k^2 + \mu_i^2)(P_{H_i}^{-1} + P_{H_j}^{-1})} \leq \Delta \bar{S}_{i-j}, \quad (28)$$

где T_β — нормированный множитель $N(0; \sigma^2)$; μ_1 и μ_k — средние квадратические ошибки единицы веса после уравнивания по МНК в циклах 1 и k соответственно; $P_{H_i}^{-1}$ и $P_{H_j}^{-1}$ — обратные веса отметок H марок i и j после уравнивания по МНК.

Построение модели деформационного процесса (этап 11.7)

Под моделированием обычно понимается математическое описание процесса деформаций сооружения [7]. Моделирование предполагает, с одной стороны, глубокое теоретическое изучение механизма сопутствующих явлений, с другой — правильно спланированный эксперимент (проведение геодезических наблюдений) для проверки гипотез относительно структуры модели осадки или планового смещения и оценки ее компонент (составляющих факторов, влияющих на данный процесс).

Цель моделирования — нахождение вероятностной модели динамического процесса — осадки сооружения, оптимальной в смысле заданного критерия, т. е. определение функционала

$$S = S[x(t)] + F_1(z) + F_2(\omega) + e, \quad (29)$$

где $x(t)$ — влияние основного фактора на процесс осадки (одного времени t или, в общем случае, нескольких; $F_1(z)$ — влия-

ние контролируемых, но неуправляемых параметров (состояние окружающей среды и т. д.); $F_2(\omega)$ — влияние неконтролируемых параметров; e — ошибки геодезических наблюдений с $N(0; \sigma^2)$.

Выражение (29) представляет регрессионное уравнение, для построения которого необходимо получить функциональные зависимости $S[x(t)]$; $F_1(z)$ и $F_2(\omega)$. Такое решение является общим. Для большинства же случаев фактор $x(t)$ — значимо доминирующий (например в период строительства сооружений — приложенный вес и время; в начальный период эксплуатации — время), поэтому зачастую модель осадки можно представить в виде

$$S = S[x(t)]. \quad (30)$$

Уравнение (30) обычно строится в виде степенного полинома [7]:

$$S(t_i) = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + \dots + a_k t_i^k \quad (31)$$

или же в виде экспоненты

$$S(t_i) = S_k (1 - e^{-at_i}), \quad (32)$$

где S_k — величина конечной (стабилизированной) осадки; a_i — коэффициенты полинома Лагранжа; a — коэффициент относительной сжимаемости грунта.

Выявление факторов, влияющих на деформационный процесс (этап 11.8)

Для нахождения вероятностной модели деформационного процесса в виде (29) необходимо оценить влияние основного фактора $x(t)$, контролируемых $F_1(z)$ и неконтролируемых $F_2(\omega)$ параметров. К тому же оценка факторов, влияющих на устойчивость сооружений (этап 11.6), и нормальный режим технологического процесса могут быть важной самостоятельной задачей. Так, при строительстве сооружений в условиях вечной мерзлоты важно оценить влияние сил морозного воздействия на деформационные процессы, при строительстве и эксплуатации ускорителей — изменение уровня грунтовых вод и т. д.

Решение поставленного вопроса возможно с применением математического аппарата факторного анализа [7], с помощью которого все многообразие корреляционных связей (29) объясняется воздействием нескольких обобщенных факторов, являющихся функциями факторов изучаемых. При этом обобщенные факторы могут быть и неизвестны, однако их можно выразить через исследуемые.

Основная модель факторного анализа имеет вид [2]

$$S_i = a_{i1} F_1 + a_{i2} F_2 + \dots + a_{ip} F_p + d_i U_i, \quad (33)$$

где $F = \{F_1; F_2; \dots; F_p\}$ — общие факторы (случайные величины с $N(0; \sigma^2)$), имеющие существенное значение для анализа

всех величин $S_i (1 \leq i \leq n)$; V_i — характерный фактор, относящийся только к заданной величине S_i .

Как видно из (33), факторная модель относится к разряду аппроксимационных и ее построение возможно с применением математического аппарата моделирования и прогнозирования деформационных процессов [7].

Факторный анализ позволяет получить вид матрицы $A_{пр}$ (состоит из p коэффициентов n уравнений (33)), называемой матрицей отображений, и определить коэффициенты корреляций между величинами осадок S_i и величинами F_i ; V_i с помощью факторной структуры [7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{S_i F_1} = a_{i1} + a_{i2} r_{F_1 F_2} + \dots + a_{ip} r_{F_1 F_p}; \\ \vdots \\ r_{S_i F_k} = a_{i1} r_{F_k F_1} + a_{i2} r_{F_k F_2} + \dots + a_{ip} r_{F_k F_p}; \\ \vdots \\ r_{S_i F_p} = a_{i1} r_{F_p F_1} + a_{i2} r_{F_p F_2} + \dots + a_{ip}; \\ r_{S_i V} = d_i, \end{array} \right. \quad (34)$$

где $r_{S_i F_k}$ — выборочный коэффициент корреляции между i -м значением деформации S и k -м фактором; $r_{F_k F_p}$ — коэффициент корреляции между k -м и p -м факторами.

При проведении факторного анализа система (34) рассматривается для случаев зависимости и независимости факторов F_i . В результате исследований вычисляются остаточные коэффициенты корреляции, образующие матрицу «остатков» R . Изучая матрицу R традиционными методами [1], делается вывод о значимости факторов F_i ; определяется их влияние на величины деформаций S_i и решается вопрос о коррелированности между величинами S_i .

Выявление периода стабилизации деформационного процесса (этап 11.9)

Статистическое выявление периода стабилизации деформационного процесса необходимо для решения вопроса о корректировке методики геодезических наблюдений за состоянием сооружения.

При определении периода стабилизации обычно исходят из предпосылки, что период стабилизации — это на практике время t_i цикла i , начиная с которого фактор времени не влияет на данный процесс (в пределах точности измерений). Проверка данного предположения по существу является проверкой «нулевой» гипотезы с помощью F -критерия Фишера (однофакторный дисперсионный анализ) [7]. Процесс деформации сооружения считается стабилизированным, если выполняется неравенство:

$$m_i^2 / m_0^2 \leq F_q, \quad (35)$$

где F_q — теоретическое значение распределения Фишера с $f_1 = n-1$ и $f_2 = n(k-1)$ степенями свободы [1];

$$m_i^2 = \frac{k}{n-1} \sum_{i=1}^k (\bar{S}_i - S)^2; \quad (36) \quad m_0^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i^2; \quad (37)$$

k — число наблюдений в год (n — число лет); $\bar{S}_i$ — среднегодовые значения осадок; S — среднее значение осадки в рассматриваемый период.

Апостериорная корректировка точности и периодичности геодезических наблюдений (этап 11.10)

В [7] показано, что точность и периодичность геодезических наблюдений за деформациями сооружений целесообразно нормировать исходя из двух предпосылок:

- 1) значений, определяющих предельное состояние высотного или планового положения исследуемого сооружения;
- 2) характера протекания деформационного процесса.

Корректировка точности и периодичности геодезических наблюдений (σ_{n+1} и t_{n+1}) по результатам уже выполненных n циклов возможна с применением рекуррентного преобразования системы (38) с этапом приближения ($n+1$):

$$\begin{cases} M(n+1) = M(n) + f(t_{n+1}) f^T(t_{n+1}), \\ f^T(t_{n+1}) \cdot C(n) \cdot f(t_{n+1}) = \max f^T(t_{n+1}) C(n) f(t_{n+1}), \end{cases} \quad (38)$$

где (в обозначениях [7]) $\hat{f}(t_{n+1})$ — прогнозируемое значение осадки S_i при назначаемом времени наблюдений t_{n+1} ; $M(n+1)$ — прогнозируемый вид информационной матрицы Фишера ($M = F^T F$); $C = (F^T F)^{-1}$. Реализация алгоритма (38) выполняется методом итераций на ЭВМ.

1. *Большаков В. Д., Маркузе Ю. И.* Городская полигонометрия (уравнение и основы проектирования). М., 1979. 2. *Большев Л. Н., Смирнов Н. В.* Таблицы математической статистики. М., 1965. 3. *Ганьшин В. Н., Стороженко А. Ф., Ильин А. Г.* и др. Измерения вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов. М., 1981. 4. ГОСТ 11.006-74. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Введ. 01.01.73. 5. *Кемниц Ю. В.* Математическая обработка зависимых результатов наблюдений. М., 1970. 6. *Михелев Д. Ш., Рунов И. В., Голубцов А. И.* Геодезические измерения при изучении деформаций крупных инженерных сооружений. М., 1977. 7. *Николаев С. А.* Статистические исследования осадок инженерных сооружений. М., 1983. 8. *Пискунов М. Е.* Методика геодезических наблюдений за деформациями сооружений. М., 1980. 9. *Цытович Н. А.* Механика грунтов. М., 1968. 10. *Цытович Н. А.* Основания и фундаменты. М., 1970.

Статья поступила в редколлегию 30.03.87