

УДК 528.33:551.24

М.М. ФИС, П.М. ЗАЗУЛЯК, В.О. ВОЛОС, І.Я. ПОКОТИЛО
Національний університет "Львівська політехніка"

ПРО ФОРМУЛИ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ДИНАМІЧНОГО СТИСКУ В ДОВІЛЬНІЙ ПЛАНЕТАРНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

© Фис М.М., Зазуляк П.М., Волос В.О., Покотило І.Я., 2003

Ряд астрономических и геодезических величин определяется в различных системах координат. Для совместного использования их необходимо привести к одной системе координат. Предложено привести формулы для динамического сжатия в общеземной системе координат, в которой задаются основные гравитационные характеристики – стоксовы постоянные. Это дает возможность для построения трехмерных функций распределения плотностей планет.

A range of astronomical and geodetic data is determined in different coordinate systems. For their joint usage they are necessary to be transformed to one coordinate system. In this paper authors have proposed to transform dynamical flattening to the general Earths' coordinate system, where the main gravitational characteristics, Stoks' constants, are given. It gives possibility to construct three dimensional functions of planets density distribution.

Використання величин, що застосовуються в різних галузях астрономії, геофізики і геодезії, нашою хуються на труднощі, оскільки їх приводять у різних системах відліку: наприклад динамічний стиск H , пов'язаний з системою координат $OXYZ$, осі якої збігаються з головними осями інерції загальноземного еліпсоїда; параметри гравітаційного поля (набір стоксових постійних) вираховані в деякій іншій декартовій системі координат $O'X'Y'Z'$, що як правило не збігається з $OXYZ$; координати точок земної поверхні в геодезичній системі координат.

Оскільки деякі задачі астрономії, геофізики і геодезії потребують сумісного використання різних величин, тому виникає потреба приведення таких значень до одної системи координат [1]. При вивченні внутрішньої будови планет, а саме побудові тривимірних моделей розподілу мас δ , C'_{nk} , S'_{nk} раніше приводились до системи $OXYZ$ [3]. Очевидно такий підхід має деякі недоліки: потрібні формули перерахунку багатьох значень C'_{nk} , S'_{nk} в системі координат, які приводять до помилок обчислень, при інтерпретації даних обчислень виникає необхідний повторний перехід до системи координат $O'X'Y'Z'$. Обійти їх можна шляхом перетворення однієї величини – динамічного стиску H до системи координат $O'X'Y'Z'$, пов'язаної з гравітаційним полем планет, з подальшим сумісним її використанням при вивченні внутрішньої структури Землі і планет.

Відомо, що динамічний стиск H планетарних тіл визначається за формулою [2]

$$H = \frac{C_{20}}{C} = - \frac{C_{20}}{\int \delta (x^2 + y^2) d\tau}, \quad (1)$$

Перехід з однієї системи координат в іншу здійснюється

$$X' = AX, \quad (2)$$

де

$$X = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - \text{координати у системі } OXYZ, \quad (3)$$

$$X' = \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}, \text{ -- координати в системі } OX'Y'Z', \quad (4)$$

A -- матриця повороту (вважаємо, що O і O' спільні).

Використовуючи (2), можемо знайти $X = A^{-1}X'$, і підставляючи в (1), отримаємо необхідні формули визначення H в даній системі координат X' . Оскільки стоксові постійні C_{nk}, S_{nk} є інваріантними при таких перетвореннях, тому в (1) C_{20} замінюється на C'_{20} .

Надалі допустимо, що осі двох систем координат OZ і OZ' збігатимуться.

Величину $\int_{\tau} \delta(x^2 + y^2) d\tau$ в (1) знайдемо, порівнюючи

$$C_{20} = \int_{\tau} \delta\{z^2 - 0.5(x^2 + y^2)\} d\tau, \quad (5)$$

і

$$C'_{20} = \int_{\tau} \delta\{z'^2 - 0.5(x'^2 + y'^2)\} d\tau.$$

Звідки одержимо

$$C_{20} - C'_{20} = 0.5 \int_{\tau} (x'^2 + y'^2) d\tau - 0.5 \int_{\tau} (x^2 + y^2) d\tau, \quad (6)$$

$$-2(C_{20} - C'_{20}) + C' = C. \quad (7)$$

Підставляючи (7) в (1), отримаємо

$$H = \frac{-C'_{20}}{C' - 2(C_{20} - C'_{20})}. \quad (8)$$

Отже, формула (8) дозволяє зображати H' через моменти інерції іншої системи координат, якщо відомі значення стоксових постійних у системах $OXYZ$ і $OX'Y'Z'$ і її можна використати у подальших дослідженнях.

1. Мещеряков Г.А. Использование стоксовых постоянных Земли для уточнения ее механической модели // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. -- 1975. -- 21. -- С. 3-30. 2. Мещеряков Г.А. Динамическая фигура Луны и распределение плотности лунных недр // Астрономический журнал. -- 1973. -- 50, № 1. -- С. 186-199. 3. Марченко А.Н. Преобразование стоксовых постоянных при вращении координатной системы // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. -- 1977. -- № 26. -- С. 46-55.

(1)

$$\frac{C_{20}}{C} = H$$

(2)

$$X = AX'$$

(3)

$$X = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$