$$\frac{\partial X_0^{-k-1,\,\bar p}(\eta)}{\partial\eta}=\frac{\sqrt{a-p}}{\eta\sqrt{p}}\left\{\frac{\bar p+k+1}{2}X_0^{-k-2,\,\bar p+1}(\eta)-\right.$$

$$\left.-\frac{\bar p-k-1}{2}X_0^{-k-2,\,\bar p-1}(\eta)+\frac{\bar p a}{2p}\left[X_0^{-k-1,\,\bar p+1}(\eta)-X_0^{-k-1,\,\bar p-1}(\eta)\right]\right\}.$$

Значения производных $\partial F_{k0l}(i)/\partial i$ и $\partial X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)/\partial\eta$ вычислены для значений $k=2,\ 3,\ 4$.

Интегрированием (4) найдем вековые и долгопериодические возмущения элементов от соответствующей и зональной гармоники:

а) влияние C_{20}

$$\delta\Omega=\frac{3}{2}n\left(\frac{r_0}{p}\right)^2\cos i\cdot C_{20}\cdot t;$$

$$\delta\omega=-3n\left(\frac{r_0}{a}\right)^2\left(1-\frac{5}{4}\sin^2 i\right)C_{20}\cdot t;$$

$$\delta\mu_0=-\frac{3}{2}n\sqrt{\frac{p}{a}}\left(\frac{r_0}{p}\right)^2\left(1-\frac{3}{2}\sin^2 i\right)C_{20}\cdot t;$$

$$\delta\pi=-\frac{3}{2}n\left(\frac{r_0}{p}\right)^2\left(2-\cos i-\frac{5}{2}\sin^2 i\right)C_{20}\cdot t;$$

$$\delta\bar\varepsilon=-\frac{3}{4}n\left(\frac{r_0}{p}\right)^2\left[(4-2\cos i-5\sin^2 i)+\sqrt{\frac{p}{a}}(2-3\sin^2 i)\right]C_{20}\cdot t;$$

б) влияние C_{30} (5)

$$\delta\eta=\frac{3\pi\eta p}{a}\sqrt{\frac{p}{a-p}}\left(\frac{r_0}{p}\right)^3\left(1-\frac{5}{4}\sin^2 i\right)\sin i\cdot\cos\omega\cdot C_{30};$$

$$\delta\pi=-\frac{3\pi\sqrt{a}}{\sqrt{a-p}}\left(\frac{r_0}{p}\right)^3\left[\frac{a-p}{a}\operatorname{tg}\frac{i}{2}\left(4+5\cos i-5\sin^2 i-\frac{35}{4}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\cos i\cdot\sin^2 i\right)+\sin i\left(1-\frac{5}{4}\sin^2 i\right)\right]\sin\omega\cdot C_{30};$$

$$\delta\bar\varepsilon=-\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{a-p}{a}}\left(\frac{r_0}{p}\right)^3\left[\left(4\sqrt{\frac{p}{a}}+\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{p}}+4\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-\frac{5}{4}\sin^2 i\right)+\frac{(1-\cos i)\cos i}{\sin^2 i}\left(1-\frac{15}{4}\sin^2 i\right)\right]\sin i\cdot\sin\omega\cdot C_{30};$$

в) влияние C_{40} (6)

$$\delta\eta=\frac{45\pi\eta p}{23a}\sqrt{\frac{p}{a}}\left(\frac{r_0}{a}\right)^4\left(1-\frac{7}{6}\sin^2 i\right)\sin^2 i\cdot\sin 2\omega\cdot C_{40};$$

$$\delta\pi=\frac{15\pi}{16}\left(\frac{r_0}{p}\right)^4\left\{\left[3\,\frac{a-p}{a}\left(6-4\cos i+7\cos i\cdot\sin^2 i-31\sin^2 i+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{63}{4}\sin^4 i\right)+(16-8\cos i+14\cos i\cdot\sin^2 i-62\sin^2 i+49\sin^4 i)\right]+$$

$$+\left[\frac{a-p}{a}\left(-6+6\cos i-14\cos i\cdot\sin^2 i+35\sin^2 i-\frac{63}{2}\sin^4 i\right)+\right.$$

$$\left.\left.+(6\sin^2 i-7\sin^4 i)\right]\cos 2\omega\right\}C_{40};$$

$$\delta\bar\varepsilon=\frac{15\pi}{2\sqrt{a}}\left(\frac{r_0}{p}\right)^4\left\{\frac{3}{4}\sin^2 i\left(1-\frac{7}{6}\sin^2 i\right)\left[(\sqrt{a}-\sqrt{p})+\right.\right.$$

$$\left.+\left(\frac{5}{2}(\sqrt{a}+\sqrt{p})+\frac{\sqrt{a}\cos i}{1+\cos i}\right)\frac{a-p}{a}\right]\cos 2\omega+\sqrt{a}\times$$

$$\times\left[\left(1-5\sin^2 i+\frac{35}{8}\sin^4 i\right)-\cos i(1-\cos i)\left(1-\frac{7}{4}\sin^2 i\right)\right]+$$

$$+\frac{3}{2}\,\frac{a-p}{a}\left[\left(1-5\sin^2 i+\frac{35}{8}\sin^4 i\right)\times\right.$$

$$\left.\left.\times\frac{\sqrt{a}+\sqrt{p}}{2}-\cos i(1-\cos i)\left(1-\frac{7}{4}\sin^2 i\right)\sqrt{a}\right]\right\}C_{40}. \quad (7)$$

Из выражения (5) следует, что вековым возмущениям подвергаются только угловые элементы, и в первом приближении в элементах орбиты не возникают долгопериодические возмущения от второй зональной гармоники.

Список литературы: 1. *Брумберг В. А.* Разложение пертурбационной функции в спутниковых задачах. — Бюллетень ИТА, 1967, т. 11, № 2 (125). 2. *Борисов Э. А.* Уравнения возмущенного движения эллиптических орбит с большими эксцентриситетами. — Изв. вузов, Геодезия и аэрофотосъемка, 1973, № 6. 3. *Борисов Э. А.* О разложении пертурбационной функции в задаче трех тел. — Изв. вузов, Геодезия и аэрофотосъемка, 1974, № 4.

Статья поступила в редколлегию 02. 04. 81

УДК 528.34:516.3

Э. А. БОРИСОВ

О ВОЗМУЩЕНИЯХ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТЫ БЛИЗКИХ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ

Для решения задач космической геодезии используют геодезические и негеодезические спутники Земли. Но наиболее ценную информацию дают спутники, снабженные специальным оборудованием. Так, применение систем компенсации негравитационных сил позволяет использовать при изучении гравитационного поля близкие к поверхности Земли спутники с высотами орбит до 200 км. Однако элементы орбиты при низких высотах испытывают значительные возмущения, величины которых могут быть одного порядка с возмущениями от второй зональной гармоники. В таком случае требования к точности определения возмущений, вызываемых зональными гармониками, повышаются.

Пусть угловые элементы, входящие в состав пертурбационной функции R, изменяются во времени следующим образом:

$$\omega=\omega_0+\dot{\omega}t;\quad \Omega=\Omega_0+\dot{\Omega}t;\quad M=M_0+nt;\quad \varkappa=\varkappa_0+\dot{\varkappa}t. \tag{1}$$

При помощи формул $M=\bar{\varepsilon}-\pi+nt$, $\omega=\pi-\Omega$ и (1) преобразуем функцию R [1] к виду

$$R=\frac{\mu}{a}\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\,X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)\times$$

$$\times\begin{pmatrix}\cos\\ \sin\end{pmatrix}[(k-2l+q)(M_0+nt)+(k-2l)(\omega_0+\dot{\omega}t)+$$

$$+j(\Omega_0+\dot{\Omega}t-\varkappa_0-\dot{\varkappa}t)]\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}C_{kj}\\ S_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}S_{kj}\\ C_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\end{bmatrix}. \tag{2}$$

Обозначения приняты как в работе [1].

Пертурбационная функция (2) содержит угловые элементы, меняющиеся вековым образом. После определения частных производных от R уравнения движения типа [2] приведем к виду

$$\frac{d\Omega}{dt}=n\sqrt{\frac{a}{p}}\operatorname{cosec} i\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\left(\frac{r_0}{a}\right)^k\frac{\partial F_{kjl}(i)}{\partial i}\times$$

$$\times X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)\cdot Д_{kjlq};$$

$$\frac{d\eta}{dt}=\frac{n\eta p}{a-p}\sqrt{\frac{p}{a}}\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}(k-2l+q)\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\times$$

$$\times X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)\cdot Д'_{kjlq}-\frac{n\eta p}{a-p}\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}(k-2l)\times$$

$$\times\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\,X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)\cdot Д'_{kjlq}, \tag{3}$$

где η — параметр Леви—Чивита [2], заменяющий эксцентриситет.

$$Д_{kjlq}=\begin{pmatrix}\cos\\ \sin\end{pmatrix}[(k-2l+q)M+(k-2l)\omega+j(\Omega-\varkappa)]\times$$

$$\times\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}C_{kj}\\ S_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}S_{kj}\\ C_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\end{bmatrix}; \tag{4}$$

$$Д'_{kjlq}=\begin{pmatrix}-\sin\\ \cos\end{pmatrix}[(k-2l+q)M+(k-2l)\omega+j(\Omega-\varkappa)]\times$$

$$\times\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}C_{kj}\\ -S_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}S_{kj}\\ C_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\end{bmatrix}. \tag{5}$$

D'_{kjlq} — частная производная от D_{kjlq} по соответствующему угловому элементу в уравнениях движения (без коэффициента).

Интегралы тригонометрических функций (4) и (5) равны:

$$\int Д_{kjlq}\cdot dt=\bar{Д}=\begin{pmatrix}\sin\\ \cos\end{pmatrix}\frac{(k-2l+q)M+(k-2l)\omega+j(\Omega-\varkappa)}{(k-2l+q)n+(k-2l)\dot{\omega}+j(\dot{\Omega}-\dot{\varkappa})}\times$$

$$\times\begin{bmatrix}\begin{pmatrix}C_{kj}\\ -S_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\\ \begin{pmatrix}S_{kj}\\ C_{kj}\end{pmatrix}\begin{matrix}k-j=2s\\ k-j=2s+1\end{matrix}\end{bmatrix};$$

$$\int Д'_{kjlq}\cdot dt=\bar{Д}'=\frac{Д_{kjlq}}{(k-2l+q)n+(k-2l)\dot{\omega}+j(\dot{\Omega}-\dot{\varkappa})}.$$

Интегрируя уравнения движения для системы элементов $\{\Omega,\ i,\ a,\ \eta,\ \omega,\ M_0\}$, полученных в виде (3), имеем следующие возмущения I порядка:

$$\delta\Omega=n\sqrt{\frac{a}{p}}\operatorname{cosec} i\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\times$$

$$\times\left(\frac{r_0}{a}\right)^k\frac{\partial F_{kjl}(i)}{\partial i}X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)\cdot\bar{Д};$$

$$\delta i=-n\sqrt{\frac{a}{p}}\operatorname{cosec} i\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\times$$

$$\times j\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\,X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)\cdot\bar{Д}'+$$

$$+n\sqrt{\frac{a}{p}}\operatorname{ctg} i\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\times$$

$$\times(k-2l)\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\,X_{k-2l+q}^{-k-1,\,k-2l}(\eta)\cdot\bar{Д}';$$

$$\delta a=2na\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\times$$

$$\times (k-2l+q)\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\, X^{-k-1,\,k-2l}_{k-2l+q}(\eta)\cdot \overline{Д}';$$

$$\delta\eta = \frac{n\eta p}{a-p}\sqrt{\frac{p}{a}}\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\times$$

$$\times (k-2l+q)\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\, X^{-k-1,\,k-2l}_{k-2l+q}(\eta)\cdot \overline{Д}' -$$

$$-\frac{n\eta p}{a-p}\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}(k-2l)\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\, X^{-k-1,\,k-2l}_{k-2l+q}(\eta)\cdot \overline{Д}';$$

$$\delta\omega = \frac{n\eta p}{a-p}\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\left(\frac{r^0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\,\frac{\partial X^{-k-1,\,k-2l}_{k-2l+q}}{\partial\eta}(\eta)\cdot \overline{Д} -$$

$$-n\sqrt{\frac{a}{p}}\operatorname{ctg} i\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\left(\frac{r_0}{a}\right)^k \frac{\partial F_{kjl}(i)}{\partial i}\, X^{-k-1,\,k-2l}_{k-2l+q}(\eta)\cdot \overline{Д};$$

$$\delta M_0 = 2n\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}(k+1)\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\, X^{-k-1,\,k-2l}_{k-2l+q}(\eta)\cdot \overline{Д} -$$

$$-\frac{n\eta p}{a-p}\sqrt{\frac{p}{a}}\sum_{k=1}^{k}\sum_{j=0}^{k}\sum_{l=0}^{k}\sum_{q=-\infty}^{k}\left(\frac{r_0}{a}\right)^k F_{kjl}(i)\,\frac{\partial X^{-k-1,\,k-2l}_{k-2l+q}(\eta)}{\partial\eta}\cdot \overline{Д}.$$

Влияние зональной части геопотенциала на элементы орбиты найдем при условии

$$k-2l+q=0;\quad k-2l\neq 0;\quad j=0.$$

Тогда, в частности, для параметра Леви—Чивита имеем:

$$(\delta\eta)\, c_{30} = \frac{3}{2}\,\frac{n}{\omega}\left(\frac{r_0}{a}\right)^3\frac{\eta p}{a}\sqrt{\frac{p}{a-p}}\left(1-\frac{5}{4}\sin^2 i\right)\sin i\cdot\sin\omega\cdot c_{30};$$

$$(\delta\eta)\, c_{40} = -\frac{45}{92}\,\frac{n}{\omega}\left(\frac{r_0}{p}\right)^4\frac{\eta p}{a}\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1-\frac{7}{6}\sin^2 i\right)\sin^2 i\cdot\cos\omega\cdot c_{40}.$$

Подобные выражения, учитывающие изменение угловых элементов, близких к земле спутников, нетрудно найти и для других элементов эллиптической орбиты.

Список литературы: 1. *Брумберг В. А.* Разложение пертурбационной функции в спутниковых задачах. — Бюллетень ИТА, 1967, т. 11, № 2 (125). 2. *Борисов Э. А.* Уравнения возмущенного движения эллиптических орбит с большими эксцентриситетами. — Изв. вузов, Геодезия и аэрофотосъемка, 1973, № 6.

Статья поступила в редколлегию 02. 04. 81

УДК 528.28

А. В. БУТКЕВИЧ

ВЫЧИСЛЕНИЕ АЗИМУТА И ПОПРАВКИ ХРОНОМЕТРА В СПОСОБЕ КРЫЖАНОВСКОГО ПРИ НАБЛЮДЕНИЯХ, НЕСИММЕТРИЧНЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО МЕРИДИАНА

С продвижением астрономо-геодезической сети СССР на север были исследованы различные азимутальные методы определения долготы в Заполярье (В. Я. Струве, Д. Д. Гедеонова, Н. Д. Павлова, Струве—Павлова, В. К. Деллена), а также «метод прохождений» (см. [1, 2, 12, 16, 19] и др.). Но многие из них были «абсолютными», т. е. связанными с отчетами по горизонтальному кругу и с наблюдениями Полярной, и не могли превзойти и заменить «относительный» метод Деллена, рекомендованный Инструкцией [10] для широт более 70° в качестве основного. В нем (как и в способе Талькотта) отсчеты по кругу не производятся.

Однако применение метода Деллена в высоких широтах связано с рядом трудностей, а именно:

а) он основан на наблюдениях Полярной и не может быть использован в Антарктиде, где Полярная не видна.

б) в широтах более 70° Полярную необходимо наблюдать на малых зенитных расстояниях ($z<20°$), чему мешает накладной уровень, который приходится снимать;

в) Полярная и южные звезды наблюдаются по разной методике (Полярная — с отсчетами микрометра, а южные звезды — с регистрацией контактов), что осложняет наблюдения и вызывает разные лично-инструментальные ошибки.

Поэтому важное значение в развитии астроопределений в Заполярье имел разработанный А. А. Крыжановским и видоизмененный для универсального инструмента способ Д. Д. Гедеонова, в котором не требуются ни наблюдения Полярной, ни отсчеты по горизонтальному кругу [13]. Он значительно проще способа Д. Д. Гедеонова, так как основан на наблюдениях не четырех, а двух звезд (северной и южной) вблизи меридиана, что облегчает подбор звезд, наблюдения и их обработку. Кроме того, в нем сокращается до 4—5 мин время, в течение которого инструмент должен быть неподвижен по азимуту. В 1977 г. способ Крыжановского был испытан в Антарктиде на широте 80°30′ и дал хорошие результаты [3, 4, 6]. Он также лег в основу методов определения азимутальной лично-инструментальной разности (АЛИР) и определения геодезического азимута по наблюдениям звезд вблизи меридиана, разработанных в ЦНИИГАиК В. Г. Львовым [14, 15] на основе идей А. Б. Маринбаха [16] и В. А. Беляева.

В 1972 г. Ф. Д. Заблоцкий с помощью ЭВМ «М-222», используя 532 южных звезды (238 из «АЕ», 28 из «КГЗ-2» и 266 из «GC» Босса), составил рабочие эфемериды пар способа Кры-