Полученные формулы и алгоритмы решения обратной геоде- зической задачи замкнуты и удобны для программирования на ЭВМ. Авторами составлена для них программа на языке «Форт- ран» для ЭВМ «ЕС-1022».

Разработанный способ решения ОГЗ с помощью полученной проекции проще известных классических способов решения обрат- ной геодезической задачи на средние расстояния [1, 2, 5, 6], так как в данной проекции не требуются редукционные вычисления, что значительно сокращает объем исходных данных и вычисле- ний для ручного счета и для ЭВМ.

Искажения азимутов и расстояний были исследованы числен- ным методом при решении на ЭВМ 150 обратных геодезических задач при $B_m=15, 30, 45, 60, 75°$; $\Delta B=2, 4, 6, 8, 10°$ и $\Delta L=0, 2, 4, 6, 8, 10°$. При этом поправки азимутов ψ_1 и ψ_2 имеют одинаковые знаки («минус») и значение, что говорит о том, что источник погрешностей находится в $\mathrm{tg}\,\alpha_m$, а изображение геодезической линии пересекает дугу большого круга на шаре, примерно, по- середине. Поправки ψ_1 и ψ_2 при $B_m \geqslant 30°$, $\Delta B \leqslant 8°$ и $\Delta L \leqslant 10°$ (рас- стояние до 1200 км) не превышают $0{,}01''$ и убывают с широтой, т. е. пренебрегаемо малы. Поправки расстояний δS имеют знак «плюс», возрастают с широтой B_m и разностью долгот ΔL, но убывают с разностью широт ΔB и не превышают 0,05 м при $\Delta B \leqslant 6°$ ($S \leqslant 660$ км) и 0,09 м при $\Delta B \leqslant 10°$ и $\Delta L \leqslant 10°$ ($S \leqslant 1100 \ldots 1400$ км).

Эту проекцию можно также применить для решения специаль- ных задач геодезии и морской геодезии, решения линейных и угло- вых засечек, расчета сеток и др.

Авторы благодарят Л. Т. Моисееву (ОМСХИ) за предостав- ленные результаты решения обратных геодезических задач на эллипсоиде.

Список литературы: 1. *Багратуни Г. В.* Курс сфероидической геодезии. — М.: Недра, 1962. 2. *Буткевич А. В.* Исследования по решению вычислительных задач сфероидической геодезии. — М.: Недра, 1964. 3. *Новикова Е. Н.* Равно- промежуточные по параллели проекции эллипсоида на шаре с несколькими нор- мальными параллелями. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1981, вып. 4. 4. *Морозов В. П.* Курс сфероидической геодезии. — М.: Недра, 1969. 5. *Ценд- ровский К. К.* Таблицы для вычисления сеток и приближенного решения гео- дезических задач на большие расстояния. Л., 1957. 6. *Ющенко А. П.* Карто- графия. — Л.: Главсевморпуть, 1941.

Статья поступила в редколлегию 7. 01. 83

УДК 528.34

В. А. ВИЛЕНСКИЙ

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АЗИМУТАЛЬНОГО РЯДА

Изучение характера накопления погрешностей в азимутальных сетях представляет определенный интерес, поскольку в геодезиче- ской литературе почти не встречаются исследования этого вопро-

са. Отсутствие публикаций объясняется видимо тем, что построе- ние таких сетей представлялось неэффективным по сравнению с сетями триангуляции, трилатерации, полигонометрии. Действи- тельно, астрономический метод дает высокую точность определе- ния азимута, но является чрезвычайно трудоемким; гироскопиче- ский же метод не обеспечивает необходимой точности.

Однако прогресс в конструировании гиротеодолитов позволяет надеяться, что в ближайшем будущем будут созданы приборы

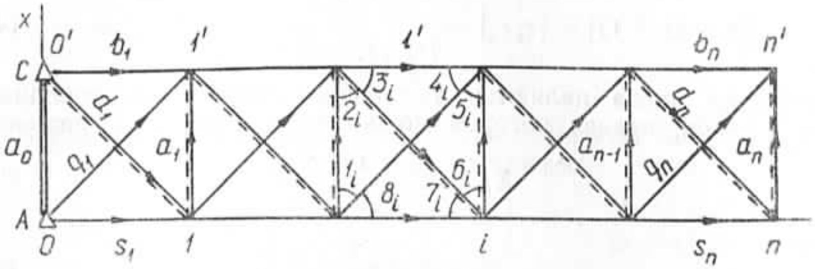

Схема азимутального ряда.

и предложены программы измерения, которые позволят более точ- но определять азимуты. Уже сейчас есть возможность определения азимута гироскопическим методом с ошибкой $m_\alpha = 2''$ [2].

В этой связи исследование азимутальных сетей представля- ется актуальным.

1. Выполним оценку точности азимутального ряда из геодези- ческих квадратов (см. рисунок). Нумерация пунктов, углов и сто- рон приведена на рисунке. Полагается, что в данной цепи опреде- лялись азимуты сторон a_i, b_i, s_i, d_i, g_i.

В каждом из геодезических четырехугольников ряда имеется, как не трудно заметить, одно избыточное измерение, которое до- ставляет одно полюсное уравнение. Всего в ряде из n фигур воз- никает n условных уравнений. Для i-й фигуры это уравнение, вы- раженное через углы, имеет вид

$$\frac{\sin(4_i)\cdot\sin(6_i+7_i)\cdot\sin(2_i)}{\sin(2_i+3_i)\cdot\sin(5_i)\cdot\sin(7_i)} = 1,\ i=\overline{1,n}. \quad (1)$$

Дифференцируя (1) и переходя от поправок в углы к поправкам в азимуты и учитывая, что все углы в геодезическом квадрате равны 45°, найдем условное уравнение полюса

$$\frac{1}{\rho''}[(A)_{i-1}+(A)_i+(B)_i+(C)_i-2(D)_i-2(G)_i]+W_i=0. \quad (2)$$

Здесь (A), (B), (C), (D), (G) — поправки к измеренным значе- ниям азимутов A, B, C, D, G сторон a, b, c, d, g.

Обозначим через r_i — вектор коэффициентов i-го условного уравнения. Системе условных уравнений (2) соответствует система нормальных уравнений, коэффициенты которой принимают значения

$$[r_i \cdot r_j] = \begin{cases} 12, \text{ при } i-j=0; \\ 1, \text{ при } |i-j|=1; \\ 0, \text{ при } |i-j|>1. \end{cases} \quad (3)$$

Пользуясь алгорифмом Гаусса и пренебрегая нулевыми слагаемыми, найдем

$$[r_i r_i \cdot (i-1)] = [r_i r_i] = \frac{1}{[r_{i-1} r_{i-1} \cdot (i-2)]}, \ i = \overline{2,n}. \quad (4)$$

Полученные числа являются последовательными подходящими цепной дроби, предел которой можно определить из выражения

$$X_0 = 12 - \frac{1}{X_0}. \quad (5)$$

Откуда

$$X_0 = 11{,}9161. \quad (6)$$

Выполним теперь оценку точности различных элементов сети. Обратный вес $1/P_F$ и среднюю квадратическую ошибку m_F уравненных элементов определяем по формулам

$$\frac{1}{P_F} = [ff] - \sum_{i=1}^{k} \frac{[r_i f \cdot (i-1)]^2}{[r_i r_i \cdot (i-1)]}, \quad (7)$$

$$m_F = \mu \sqrt{1/P_F}. \quad (8)$$

Здесь f — частные производные весовой функции; μ — средняя квадратическая ошибка единицы веса. В (7) закономерность образования преобразованных коэффициентов нормальных уравнений $[r_i r_i \cdot (i-1)]$ нам уже известна. Поэтому оценка точности функции уравненных элементов F сводится к нахождению $[ff]$ и членов $[r_i f \cdot (i-1)]$.

Поперечный сдвиг. Для определения поперечного сдвига u необходимо найти среднюю квадратическую ошибку абсциссы точки n. Для функции F_u можно написать

$$F_u = x_n = x_0 + \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = x_0 + \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot \cos(C_i), \quad (9)$$

где C_i — азимуты промежуточных сторон, вычисленные по уравненным направлениям ряда. Вследствие влияния ошибок измеренных направлений Δx_i не будут равны нулю. Дифференцируя (9), запишем выражение для весовой функции поперечного сдвига пункта

$$f_u = dF_u = \sum_{i=1}^{n} d(\Delta x_i) = \sum_{i=1}^{n} \left[\cos(C_i)\, ds - s_i \sin(C_i) \frac{dC}{\rho''} \right]. \quad (10)$$

Учитывая, что $C_i = 90°$ и $\cos(C_i)$ близок к нулю, а $\sin(C_i)$ — близок к единице и длины промежуточных сторон равны между собой $s_1 = s_2 = s_3 = \ldots = s$, (10) примет вид

$$f_u = dF_u = -\frac{s}{\rho''} \sum_{i=1}^{n} (C_i). \quad (11)$$

Очевидно

$$[r_1 f] = [r_2 f] = \cdots = [r_n f] = -1 \cdot \frac{s}{\rho''}, \quad (12)$$

$$[ff] = \frac{s^2}{\rho^2} n. \quad (13)$$

Преобразованные неквадратичные коэффициенты весовой функции определим, воспользовавшись алгорифмом Гаусса,

$$[r_2 f \cdot 1] = [r_2 f] - \frac{[r_1 r_2][r_1 f]}{[r_1 r_1]} = \left\{ -1 - \frac{[r_1 f]}{[r_1 r_1]} \right\} \cdot \frac{s}{\rho''};$$

$$[r_3 f \cdot 2] = [r_3 f] = \frac{[r_2 r_3 \cdot 1][r_2 f \cdot 1]}{[r_2 r_2 \cdot 1]} = \left\{ -1 - \frac{[r_2 f \cdot 1]}{[r_2 r_2 \cdot 1]} \right\} \cdot \frac{s}{\rho''};$$

. . . .

$$[r_i f \cdot (i-1)] = [r_i f] - \frac{[r_{i-1} r_i \cdot (i-2)][r_{i-1} f \cdot (i-2)]}{[r_{i-1} \cdot r_{i-1} \cdot (i-2)]} =$$

$$= \left\{ -1 - \frac{[r_{i-1} f\,(i-2)]}{[r_{i-1} r_{i-1}\,(i-2)]} \right\} \cdot \frac{s}{\rho''}. \quad (14)$$

При $i \to \infty$ последовательность $\{[r_i f (i-1)]\}$ стремится к пределу X_u, который можно найти из уравнения

$$X_u = -1 - X_u / X_0 \to X_u = 0{,}9226. \quad (15)$$

Подставив теперь в (7) значения из (3), (6), (12)—(15), запишем выражение для оценки поперечного сдвига пункта

$$1/P_u = \frac{s^2}{\rho^2} \left[n - \frac{1}{12} - \frac{0{,}9226^2}{11{,}9161} (n-1) \right] = \frac{s^2}{\rho^2} (0{,}9286\, n - 0{,}012). \quad (16)$$

Продольный сдвиг. Функция F_t в данной задаче (см. **рисунок**) имеет вид

$$F_t = L = s_1 + s_2 + \cdots + s_n) = \sum_{i=1}^{n} s_i. \quad (17)$$

Примем в качестве ходовой линию, обозначенную на **рисунке** пунктиром, предполагая, что длина исходной стороны *AC* ряда равна s. Легко заметить, что длина промежуточной **стороны** s_i связана с длиной связующей стороны a_{i-1} соотношением

$$s_i = a_{i-1} \frac{\sin 2_i}{\sin 7_i}, \quad (18)$$

в свою очередь

$$ai = s \cdot \prod_{j=1}^{i} \frac{\sin(1_j + 8_j) \cdot \sin 3_j}{\sin(4_j + 5_j) \cdot \sin 7_j}. \tag{19}$$

С учетом (18) и (19) выражение (17) примет вид

$$F_t = L = s\frac{\sin 2_1}{\sin 7_1} + s \cdot \sum_{i=2}^{n} \frac{\sin 2_i}{\sin 7_i} \cdot \prod_{j=1}^{i} \frac{\sin(1_j + 8_j) \cdot \sin 3_j}{\sin(4_j + 5_j) \cdot \sin 7_j}. \tag{20}$$

Теперь продифференцируем (20) и заменим поправки в углы поправками в азимуты соответствующих направлений. После приведения подобных членов весовая функция продольного сдвига примет вид

$$f_t = \frac{s}{\rho''}\left[\sum_{0}^{n-1} (A)_i - 2\sum_{0}^{n} (D)_i + \sum_{1}^{n} (n - i + 1)(C)_i \sum_{1}^{n-1} (n-1)(B)_i\right]. \tag{21}$$

Квадратичные и неквадратичные коэффициенты весовой функции принимают следующие значения:

$$[ff] = \frac{s^2}{\rho^2}\left[n - 1 + 4n + \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6} + \right.$$

$$\left. + \frac{(n-1) \cdot n \cdot (2n-1)}{6}\right] = \frac{s^2}{\rho^2}\left(\frac{2}{3} n^3 + \frac{16}{3} n - 1\right), \tag{22}$$

$$[r_1 f] = [r_n f] = 6 \cdot \frac{s}{\rho''},$$

$$[r_2 f] = [r_3 f] = \cdots = [r_{n-1} f] = 7\,\frac{s}{\rho''}. \tag{23}$$

Воспользовавшись рекурентным соотношением (14), можно найти преобразованные неквадратичные коэффициенты весовой функции f^t. Так же, как и в случае поперечного сдвига, последовательность $\{[r_i f_t (i-1)]\}$ при $i \to \infty$ имеет предел, который вычислим из соотношения

$$X_t = 7 - X_t/X_0, \quad X_t = 6{,}4580. \tag{24}$$

Подставляя в (7) значения соответствующих коэффициентов из (3), (6), (22)—(24), найдем

$$1/P_t = \frac{s^2}{\rho^2} \cdot \left[\frac{2}{3} n^3 + \frac{16}{3} n - 1 - \frac{6^2}{12} - \frac{6{,}4580^2}{11{,}9161}(n-1)\right] =$$

$$= \frac{s^2}{\rho^2}\left[\frac{2}{3} n^3 - 1{,}833\, n + \frac{1}{2}\right]. \tag{25}$$

Средняя квадратическая погрешность связующих сторон. Согласно (18)

$$F_{a_l} = a_l = s \prod_{j=1}^{l} \frac{\sin(1_j + 8_j) \cdot \sin 3_j}{\sin(4_j + 5_j) \cdot \sin 7_j}. \tag{26}$$

Дифференцируя (26), переходим к поправкам в азимуты соответствующих направлений и определяем выражение весовой функции fa_i для i-й связующей стороны

$$f_{a_l} = dF_{a_l} = \frac{s}{\rho''} \sum_{j=1}^{l} [(C)_j - (B)_j]. \tag{27}$$

Очевидно, что

$$[ff] = \frac{s^2}{\rho''} \cdot 2n, \quad (28) \qquad [r_l f]_{l=1}^{n} = 0. \tag{29}$$

Подставляя соответствующие коэффициенты в (7), находим

$$1/P_{a_n} = \frac{s^2}{\rho^2} \cdot 2n. \tag{30}$$

Полученные формулы можно использовать и для оценки элементов сети удаленных от ее края на i фигур. В этом случае вместо переменной n в найденных формулах надо подставить число i.

Средняя квадратическая ошибка азимута связующей стороны. Нетрудно показать, что искомая величина m_{α_l}, соответствующая i-й связующей стороне не зависит от ее удаления от начала сети и составляет

$$1/P_\alpha = \begin{cases} 1 - 1/11{,}9161 - 1/11{,}9161 \\ 1 - 1/11{,}9161 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 0{,}832, \text{ при } i = \overline{1, n-1}; \\ 0{,}916, \text{ при } i = n, \end{cases} \tag{31}$$

и

$$m_\alpha = \begin{cases} 0{,}912\mu, \text{ при } i = \overline{1, n-1}; \\ 0{,}957\mu, \text{ при } i = i = n. \end{cases} \tag{32}$$

Анализируя полученные формулы и сравнивая их с соответствующими формулами оценки точности ряда трилатерации из геодезических квадратов [1], видим, что в азимутальном ряде характер накопления погрешностей прямо противоположный тому, что мы имеем в цепи трилатерации. Так, накопление значений $1/P_t$, $1/P_u$ в исследуемой сети описываем полиномами соответственно третьей и первой степеней, а значений $1/P_\alpha$, $1/P_a$ полиномами соответственно нулевой и первой степеней. Накопление тех же величин в ряде трилатерации представляем полиномами соответственно первой, третьей, первой и нулевой степеней. Если же сравнить численные значения погрешностей оцениваемых элементов в азимутальном и линейном рядах, то увидим, что при условии равноточности линейных измерений и азимутальных определений, т. е. при условии $m_s/s = m_\alpha''/\rho''$ имеют место приближенные равенства

$$m_{t_{\text{аз}}} = m_{u_{\text{трилат}}};\quad m_{u_{\text{аз}}} = m_{t_{\text{трилат}}};\quad m_{a_{\text{аз}}}/s = m_{\alpha_{\text{трилат}}}/\rho''. \tag{33}$$

В приведенных формулах m_t, m_u — средние квадратические продольный и поперечный сдвиги пунктов, а m_a и m_α — средние квадратические ошибки длины стороны и дирекционного угла связующих сторон соответственно для азимутального и трилатерационного рядов.

2 Известно, что дополнительные азимутальные определения в сетях трилатерации позволяют значительно повысить жесткость основы. В частности, такие определения приводят к существенному уменьшению поперечного сдвига ряда. Очевидно, что дополнительные базисные измерения в азимутальных сетях также способствуют увеличению жесткости обоснования.

Оценим точность азимутального ряда (см. рисунок), в котором дополнительно произведены базисные определения стороны a_n. В такой сети возникает система n условных уравнений вида (2) и одно базисное условное уравнение. Воспользовавшись (19), найдем вид этого уравнения

$$\frac{s}{\rho''}\sum_{j=1}^{n}\left[(C)_j - (B)_j\right] + W_{n+1} = 0. \tag{34}$$

Дополнительное условное уравнение (34) совместно с (2) доставляют одно дополнительное нормальное уравнение. Коэффициенты этого уравнения принимают значения

$$[r_j r_{n+1}] = \begin{cases} 0, & \text{при } j = 1,n; \\ 2n\cdot\dfrac{s^2}{\rho^2}, & \text{при } j = n+1. \end{cases} \tag{35}$$

С учетом (3) и (35)

$$[r_{n+1} r_{n+1}\cdot n] = [r_{n+1} r_{n+1}] = 2n\cdot\frac{s^2}{\rho^2}. \tag{36}$$

Выполним оценку точности элементов ряда, удаленных от начала сети на i фигур $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Нетрудно видеть, что сами выражения весовых функций, их квадратичные коэффициенты и преобразованные неквадратичные коэффициенты (за исключением члена $[r_{n+1}f\cdot n]$) будут такими же, как и в свободных сетях. Поэтому значения обратных весов функций оцениваемых элементов исследуемой сети будут равны соответствующим значениям обратных весов такой же свободной сети без члена

$$\frac{[r_{n+1} f\cdot n]}{[r_{n+1} r_{n+1}\cdot n)},\ \text{т. е.}\ \frac{1}{P_{\text{несв}}} = \frac{1}{P_{\text{св}}} - \frac{[r_{n+1} f\cdot n]^2}{[r_{n+1} r_{n+1}\cdot n]}. \tag{37}$$

Значение коэффициентов $[r_{n+1}f\cdot n]$ получим в результате перемножения вектора коэффициентов уравнения (34) на вектор коэффициентов соответствующей весовой функции. Для весовых функций продольного и поперечного сдвигов пункта i и весовых функций длины и направления i-й связующей стороны a_i будем иметь

$$[r_{n+1} f]_t = \frac{s^2}{\rho^2}\cdot i^2;\quad [r_{n+1} f]_u = \frac{s^2}{\rho^2}\cdot i;$$

$$[r_{n+1} f]_a = \frac{s^2}{\rho^2}\cdot 2i;\quad [r_{n+1} f]_\alpha = 0. \tag{38}$$

Легко заметить, что для всех весовых функций данной сети имеет место равенство

$$[r_{n+1}f\cdot n] = [r_{n+1}f]. \tag{39}$$

Подставляя коэффициенты (36), (39) в (37), находим

$$1/P_{t_{\text{несв}}} = 1/P_{t_{\text{св}}} - \frac{i^4}{2n}\frac{s^2}{\rho^2} = \left(\frac{2}{3}i^3 - 1{,}8333\cdot i - 0{,}5 - \frac{i^4}{2n}\right)\frac{s^2}{\rho^2};$$

$$1/P_{u_{\text{несв}}} = 1/P_{u_{\text{св}}} - \frac{i^2}{2n}\cdot\frac{s^2}{\rho^2} = \left(0{,}9286\,i - 0{,}012 - \frac{i^2}{2n}\right)\cdot\frac{s^2}{\rho^2};$$

$$1/P_{a_{\text{несв}}} = 1/P_{a_{\text{св}}} - \frac{4i^2}{2n}\cdot\frac{s^2}{\rho^2} = 2i\left(i - \frac{i}{n}\right)\cdot\frac{s^2}{\rho^2};$$

$$1/P_{\alpha_{\text{несв}}} = 1/P_{\alpha_{\text{св}}}. \tag{40}$$

3. Предположив, что в исследуемой сети сторона a_n, не являясь базисом, измерена с некоторой ошибкой μ_a, соизмеримой с ошибкой азимутальных определений μ_α, оценим, какой в этом случае следует ожидать эффект повышения точности сети по сравнению со свободным рядом.

Вес измерений, как известно, вычисляют по формуле

$$P = c/m^2. \tag{41}$$

Приняв $c = \mu_\alpha^2$, имеем

$$P_\alpha = 1\ \text{и}\ P_a = \mu_\alpha^2/\mu_a^2. \tag{42}$$

В исследуемой сети возникает система $n+1$ нормальных уравнений коррелат. При этом коэффициенты $[r_i r_j]$ $(i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, n})$ те же, что и в случае свободной сети (3). Остальные коэффициенты, как нетрудно показать, принимают следующие значения:

$$[\pi r_j r_{n+1}]_{j=1}^{n} = 0;$$

$$[\pi r_{n+1} r_{n+1}] = \frac{s^2}{\rho^2}\cdot 2n + \frac{s^2}{\rho^2}\cdot\frac{\mu_a^2}{\mu_a^2} = \frac{s^2}{\rho^2}\left[2n + \left(\frac{t_a}{t_\alpha}\right)^2\right]. \tag{43}$$

где

$$t_a = \frac{\mu_a}{a}, \quad t_\alpha = \frac{\mu'_\alpha}{\rho''}, \quad \pi = \frac{1}{P}. \tag{44}$$

С учетом (43) и (44)

$$[\pi r_{n+1} r_{n+1} \cdot n] = [\pi r_{n+1} r_{n+1}] = \frac{s^2}{\rho^2}\left[2n + \left(\frac{t_a}{t_\alpha}\right)^2\right]. \tag{45}$$

Для элементов сети, удаленных от левого края на i фигур, коэффициенты $[r_i f]$ и $[r_i f(i-1)]$ можно определить, воспользовавшись формулами (38), (39). Тогда искомые формулы примут вид

$$1/P'_t = \left(\frac{2}{3}i^3 - 1{,}8333\,i - 0{,}5 - \frac{i^4}{2n+\gamma^2}\right)\frac{s^2}{\rho^2};$$

$$1/P'_u = \left(0{,}9286\,i - 0{,}012 - \frac{i^2}{2n+\gamma^2}\right)\cdot\frac{s^2}{\rho^2};$$

$$1/P'_a = \left(2i - \frac{4i^2}{2n+\gamma^2}\right)\cdot\frac{s^2}{\rho^2};$$

$$1/P'_\alpha = 1/P_{\alpha_{\text{св}}}, \text{ где } \gamma = \frac{t_a}{t_\alpha}. \tag{46}$$

Список литературы: 1. *Кутузов Н. И.* Накопление погрешностей в рядах триангуляции с измеренными сторонами. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1957, вып. 2. *Halmos F.* Evaluation of automatized gyrotheodolite measurements with special respect to MOM gyrotheodolites. — „Acta geod." geophys. et montanist. Acad. sci. hung.", 1981, 16, № 1, 27—39.

Статья поступила в редколлегию 10. 05. 83

УДК 528.38

С. Г. ВЛАСЕНКО, Ф. Д. ЗАБЛОЦКИЙ

УЧЕТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ ПО КОЛЕБАНИЯМ ИЗОБРАЖЕНИЙ ВИЗИРНЫХ ЦЕЛЕЙ В ПОЛЯРНОМ РАЙОНЕ

В летние периоды 1979 и 1980 гг. в одном из арктических районов проводили исследования влияния и учета вертикальной рефракции в тригонометрическом нивелировании на пунктах высокоточной плановой геодезической сети.

На двух пунктах, в частности, изучали методику учета вертикальной рефракции по колебаниям изображений визирных целей. Первый пункт H находился на параллели 75° в предгорной, каменистой местности, покрытой мхом и лишайником. Изредка встречались обширные снежные поля. Второй пункт T расположен на широте 71,5° в слабо пересеченной каменистой тундре с низкотравной растительностью.

Зенитные расстояния измеряли теодолитами ОТ-02М с каждого пункта по 3—4 направлениям сети. На первом участке наблюдения вели круглосуточно, на втором — с 6 до 19 ч, сериями, состоящими из трех приемов, каждые два часа. Параллельно измеряли метеорологические параметры: температуру воздуха на двух уровнях, давление, направление и скорость ветра. В период наблюдений на пункте H преобладала солнечная погода с умеренными ветрами, средняя температура воздуха +6,3° С, экстремальные значения +11,7 и —0,8° С. На пункте T сохранялась устойчивая пасмурная погода со средней температурой +2,4° С, максимальной +5,2° С и минимальной —1,0° С. Средний температурный градиент на высоте 2 м на первом пункте составляет днем —0,40° С/м, ночью +0,10° С/м; на втором определен лишь дневной градиент, равный —0,10° С/м.

В обоих районах высокая прозрачность атмосферы позволила четко фиксировать колебания изображений визирных целей, измеряемые в секундах дуги с помощью специальной шкалы, установленной в плоскости сетки нитей трубы теодолита. Величины колебаний изображений и на пункте H, и на пункте T достигали 15″. Столь значительные колебания на первом пункте вызваны высокой турбулентностью воздуха, а на втором, несмотря на пасмурную погоду и малый градиент температуры, объясняются значительно меньшими эквивалентными высотами $h_э$ линий визирования по сравнению с первым районом, о чем свидетельствуют приведенные ниже данные:

Показатели	*Н—З*	*Н—Г*	*Т—Я*	*Т—П*
$h_э$, м	179	171	65	44
S, км	10,5	12,4	19,1	23,7

В первом районе отсутствуют отметки точек из геометрического нивелирования, и поэтому невозможно вычислить теоретические значения зенитных расстояний. Вместо этого по каждому направлению из многодневных (восемь суток) наблюдений были определены значения зенитных расстояний, соответствующие периодам спокойных изображений. Во втором районе превышения по измеренным направлениям известны из геометрического нивелирования II класса, и значение коэффициента рефракции в период спокойных изображений оказалось равным 0,173. Наступление периода спокойных изображений определяли по нулевым значениям вертикального температурного градиента и по минимуму колебаний изображений визирных целей.

Учет вертикальной рефракции по колебаниям изображений визирных целей заключается в редуцировании измеренных зенитных расстояний на периоды спокойных изображений

$$z_р = z + \frac{a}{2}, \tag{1}$$

где $z_р$ и z — редуцированное и измеренное зенитные расстояния;