УДК 528.28

Д. И. МАСЛИЧ, Л. С. ХИЖАК

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ ПО ИЗМЕРЕННЫМ МЕТЕОЭЛЕМЕНТАМ И ЗЕНИТНЫМ РАССТОЯНИЯМ

Существует много классических методов, позволяющих найти астрономическую рефракцию по измеренным метеоэлементам с определенной точностью [2]. Однако все эти методы довольно приближенные. Это видно хотя бы из того, что при $z \approx 90°$ рефракция строго не определяется и при выводе формул поправок за рефракцию не учтены все необходимые параметры.

Предлагается новый подход к определению астрономической рефракции по измеренным значениям метеоэлементов и зенитным расстояниям.

Пусть состояние атмосферы описывается следующей системой уравнений [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - 2w_z v = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + N_x;$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial y} + 2w_z u = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + N_y;$$

$$g = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z};\ \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial(pw)}{\partial z} = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\frac{T}{p}\frac{\partial p}{\partial t} + \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \gamma_a\right)w = \frac{\varepsilon}{c_p\rho},$$

где u, v, w — составляющие вектора скорости движения воздуха; w — составляющая угловой скорости вращения Земли; g — ускорение свободного падения; ε — приток тепла к единичному объему за единицу времени; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; $\chi = \dfrac{c_p}{c_v}$ — коэффициент адиабаты; γ_a — адиабатический градиент температуры; N_x, N_y — составляющие вектора силы турбулентной вязкости; ρ — плотность воздуха.

Решая эту систему для атмосферы Земли при начальных (2) и граничных условиях (3),

$$\left.\begin{aligned} T/_{t=0} &= T(x, y, z); & v/_{t=0} &= v(x, y, z),\\ v/_{t=0} &= u(x, y, z), & p/_{t=0} &= p(x, y, z); \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} T/_{M(0,0,0)} &= T(t), & T/_{M(x_1, y_1, z_1)} &= T_1(t),\\ p/_{M(0,0,0)} &= p(t), & p/_{M(x_1, y_1, z_1)} &= p_1(t),\\ u/_{M(0,0,0)} &= u(t), & u/_{M(x_1, y_1, z_1)} &= u_1(t),\\ v/_{M(0,0,0)} &= v(t), & v/_{M(x_1, y_1, z_1)} &= v_1(t),\\ w/_{M(0,0,0)} &= w(t), & w/_{M(x_1, y_1, z_1)} &= w_1(t), \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

получаем значения метеоэлементов, характеризующих состояние атмосферы. Следует отметить, что действительное состояние атмосферы может описываться и другими, более сложными системами уравнений, которые учитывают влияние целого ряда параметров и поэтому точнее описывают реальное состояние атмосферы.

Кроме того, частное решение задачи обусловлено начальными и граничными условиями, а следовательно, правильность ее решения будет зависеть от того, насколько эти условия соответствуют реальности. При необходимости, задаваясь соответствующим образом начальными и граничными условиями и учитывая физические свойства коэффициентов, входящих в систему (1) и ей подобных, учитываем слоистость и другие особенности земной атмосферы.

Из решения системы (1) в числе других параметров мы получим значение p и T. Тогда, используя уравнение Менделеева—Клапейрона, плотность воздуха найдем по формуле

$$\rho = p\mu/RT, \tag{4}$$

где μ — масса моля; R — газовая постоянная.

Значение показателя преломления определим по формуле Даля-Гладстона

$$n = 1 + c\rho. \tag{5}$$

Здесь c — постоянная, зависящая от длины волны распространяющегося излучения.

Чтобы определить астрономическую рефракцию, используем вариационный принцип Ферма [3]

$$\delta \int_0^S n dS = 0, \tag{6}$$

из которого следует система уравнений Эйлера:

$$\left.\begin{aligned} F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0; \\ F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} = 0; \end{aligned}\right\} \quad (7) \qquad\qquad F = n(x, y, z)\sqrt{1 + y'^2 + z'^2}. \quad (8)$$

Решая систему (7) при граничных условиях

$$\begin{aligned} y|_{x=0} &= y_0, & y'|_{x=0} &= y_0', \\ z|_{x=0} &= z_0, & z'|_{x=0} &= z_0', \end{aligned} \tag{9}$$

получаем уравнение световой кривой, которое в общем виде запишется в форме:

$$y(x) = \varphi_1(x, y_0, y_0', z_0, z_0'); \quad z(x) = \varphi_2(x, y_0, y_0', z_0, z_0'). \tag{10}$$

Перейдем теперь к определению угла астрономической рефракции. Для этого рассмотрим рисунок.

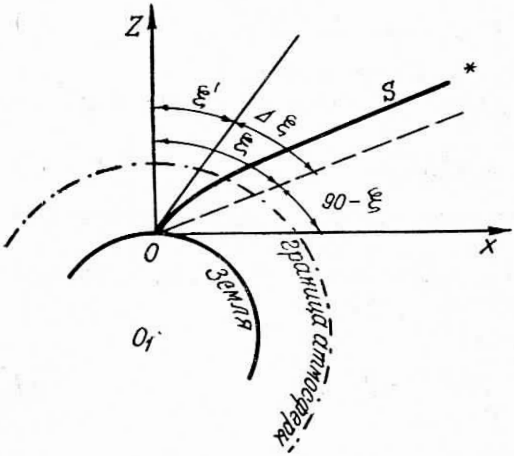
На рисунке пунктирной линией обозначена граница земной атмосферы; ось z в прямоугольной системе координат zox направлена по отвесной линии; ξ и ξ' — соответственно теоретическое и измеренное зенитные расстояния; S — длина хорды; $\Delta\xi$ — астрономическая рефракция.

Отсюда

$$\Delta\xi = \xi - \xi'. \tag{11}$$

Таким образом, для определения $\Delta\xi$ необходимо знать измеренное и теоретическое зенитные расстояния.

Для получения теоретического зенитного расстояния используем второе уравнение системы (10), которое для нашего случая может быть переписано в следующем виде:



$$z(x) = \varphi_2(x, z_0, z_0'). \tag{12}$$

Очевидно, теоретическое зенитное расстояние получим из соотношения

$$\operatorname{ctg}\xi = \left.\frac{dz(x)}{dx}\right|_{s_1\to\infty} = \left.\frac{d\varphi_2(x, z_0, z_0')}{dx}\right|_{s_1\to\infty}, \tag{13}$$

где $S = \dfrac{x}{\sin\xi}$ и $z_0' = \operatorname{ctg}\xi'$.

К определению угла астрономической рефракции.

Таким образом, из соотношения (13), являющегося тригонометрическим уравнением, можно определить теоретическое зенитное расстояние ξ и, следовательно, значение астрономической рефракции $\Delta\xi$. Все это свидетельствует, что для нахождения теоретического зенитного расстояния, кроме измеренных значений метеоэлементов в двух точках атмосферы, необходимо иметь значение измеренного зенитного расстояния, которое определяет уравнение световой кривой. Решение конкретной задачи по установлению астрономической рефракции — предмет дальнейших исследований.

Задачу определения рефракции также можно решать в такой постановке.

Если известно теоретическое зенитное расстояние, определяемое по формуле

$$\cos\xi = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t, \tag{14}$$

где φ — широта точки наблюдения; δ и t — соответственно склонение и часовой угол звезды, то из соотношения (13) можно получить измеренное зенитное расстояние ξ'. В такой постановке задачи результаты решения могут быть использованы при исследовании физических свойств атмосферы.

Решение системы (1) при условиях (2) и (3), а также системы (7) при условиях (9) — сложная задача. Однако, учитывая возможности ЭВМ, ее можно решить с необходимой степенью точности. Детальные описания атмосферы системой уравнений типа (1), а также разработка методики решения этой задачи является предметом дальнейших исследований.

Список литературы: 1. *Гандин А. С. и др.* Основы динамической метеорологии. — Л. : Гидрометеоиздат, 1955. 2. *Колчинский И. Г.* Рефракция света в земной атмосфере. — Киев : Наукова думка, 1967. 3. *Смирнов В. М.* Курс высшей математики, т. 4. 3-е изд. — М. : Госэнергоиздат, 1957.

Работа поступила в редколлегию 18 декабря 1979 года.