очень сильно зависит от градиента температуры: чем меньше градиент, тем больше отношение. Если принять, что коэффициент турбулентности в точке измерения зенитных расстояний, т. е. при $z=0$, равен 0,3, то $a_2=0{,}3$ м²/сек в случае предположения о линейности изменения коэффициента турбулентности с высотой. Тогда, приняв, что среднее значение отношения $a_1/a_2=0{,}4$, получим $a_1=0{,}12$ м/сек². Таким образом, в данном случае мы имеем скорость передачи тепловой энергии турбулентным потоком. В настоящее время производятся дальнейшие исследования закономерностей изменения этого отношения при различных условиях.

Статья поступила в редколлегию 19. 05. 81.

УДК 528.3

Д. И. МАСЛИЧ, Л. С. ХИЖАК, Н. Б. ЯСКИЛКА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ТОЧКАХ СВЕТОВОЙ КРИВОЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Как было установлено в работе [1], показатель преломления света связан с коэффициентом турбулентности. Следовательно, и углы рефракции также каким-то образом будут связаны с этим коэффициентом. Но, как известно из динамической метеорологии [2], коэффициент турбулентности в атмосфере может меняться в очень широких пределах, причем закономерности его изменения мало изучены. Поэтому определение углов рефракции с учетом коэффициента турбулентности может привести к практически достоверным результатам только в том случае, если будут известны закономерности изменения коэффициента турбулентности.

В настоящей статье приводится теория метода определения коэффициента турбулентности по метеоданным, измеренным значениям зенитных расстояний и координатам начала и конца световой кривой. Предположим, что коэффициент турбулентности a изменяется по закону

$$a=a_0e^{\beta z}, \tag{1}$$

где a_0, β — некоторые коэффициенты, подлежащие определению; z — высота над подстилающей поверхностью.

Решая уравнения, приведенные в работе [1],

$$\frac{d}{dz}\left[a(z)\frac{dT}{dz}\right]=0; \quad \rho q-\frac{dp}{dz}=0, \tag{2}$$

где ρ, q соответственно плотность и составляющая ускорения свободного падения.

С использованием начальных условий

$$T_{/z=0}=T_0; \quad T'_{/z=0}=T'_0; \quad p_{/z=0}=p_0$$

получим значение температуры T и давления p как функции высоты z над поверхностью Земли.

$$T=T_0+\frac{T'_0}{\beta}(1-e^{-\beta z}); \tag{3}$$

$$p=p_0\left[1+\frac{T'_0}{\beta T_0}(1-e^{-\beta T})\right]^{-\frac{\mu q}{R(T_0\beta+T'_0)}}\cdot e^{-\frac{\mu q\beta}{R(T_0\beta+T'_0)}-z}. \tag{4}$$

На основе уравнения Менделеева—Клапейрона

$$\rho=\frac{RT}{\mu p},$$

где μ — масса моля, R — газовая постоянная, с учетом формулы Даля—Гладстона $n=1+c\rho$, формула для показателя преломления принимает вид

$$n=1+c\,\frac{\mu p_0}{RT_0}\left[1+\frac{T'_0}{T_0\beta}(1-e^{-\beta z})\right]^{-\left[\frac{\mu q}{R(T_0\beta-T'_0)}+1\right]}\cdot e^{\left[\frac{\mu q\beta}{R(T_0\beta-T'_0)}\right]z}. \tag{5}$$

Частные производные n_0', n_0'', входящие в коэффициенты ряда

$$z(x)=z'_0x+\frac{z''_0}{2!}x^2+\cdots$$

[3], являющегося решением задачи, с учетом принятого экспоненциального закона изменения коэффициента турбулентности запишутся

$$n_0=1+c\frac{\mu p_0}{RT_0}; \quad n=1+c\frac{\mu q}{RT_0};$$

$$n'_0=-c\frac{\mu p_0}{RT_0^2}\left(T'_0+\frac{\mu q}{R}\right);$$

$$n''_0=\frac{\mu p_0}{RT_0^3}\left[2T_0'^2+\left(3\frac{\mu q}{R}\right)+T'_0+\left(\frac{\mu q}{R}\right)^2\right];$$

$$n'''_0=-c\frac{\mu p_0}{RT_0^4}\left[6T_0'^3+\left(11\frac{\mu q}{R}+6T_0\beta\right)T_0'^2+\right.$$

$$\left.+\left(6\frac{\mu^2q^2}{R^2}+4\frac{\mu q}{R}T_0\beta+T_0^2\beta^2\right)T'_0+\left(\frac{\mu q}{R}\right)^3\right];$$

$$n_0^{IV}=c\frac{\mu p_0}{RT_0^5}\left\{24T_0'^4+\left(50\frac{\mu q}{R}+36T_0\beta\right)T_0'^3+\left[35\left(\frac{\mu q}{R}\right)^2+\right.\right.$$

$$+ 40T_0\beta\frac{\mu q}{R} + 14T_0^2\beta^3\Big] T_0'^2 + \Big[10T_0\beta\left(\frac{\mu q}{R}\right)^3 + 10T_0\beta\left(\frac{\mu q}{R}\right)^2 +$$

$$+ 5T_0^2\beta^2\frac{\mu q}{R} + T_0^3\beta^3\Big] T_0' + \left(\frac{\mu q}{R}\right)^4\Big\};$$

$$n_0^{\mathrm{V}} = c\,\frac{\mu P_0}{R\,T_0^6}\Big\{120T_0'^5 + \left(274\,\frac{\mu q}{R} + 240T_0\beta\right) T_0'^4 + 225\left(\frac{\mu q}{R}\right)^2 +$$

$$+ 346T_0\beta\frac{\mu q}{R} + 150T_0^2\beta^2\Big] T_0'^3 + \Big[35\left(\frac{\mu q}{B}\right) + 150T_0\beta\left(\frac{\mu q}{T}\right)^3 +$$

$$+ 109T_0^2\beta^2\frac{\mu q}{R} + 30T_0^3\beta^3\Big] T_0'^2 + \Big[15\left(\frac{\mu q}{R}\right)^3 + 150T_0\beta\left(\frac{\mu q}{R}\right)^3 +$$

$$+ 15T_0^2\beta^2\left(\frac{\mu P_0}{R}\right)^2 + 6T_0\beta^5\left(\frac{\mu q}{R}\right) + T_0^4\beta^4\Big] T_0' + \left(\frac{\mu q}{R}\right)^5\Big\};$$

$$n_0^{\mathrm{VI}} = c\,\frac{\mu p_0}{R T_0^7}\Big\{720T_0'^6 + \Big[1800\beta T_0 + 176\,\frac{\mu q}{R}\Big] T_0'^5 + \Big[1560\beta^2 T_0^2 +$$

$$+ 3066\beta T_0\frac{\mu q}{R} + 1624\left(\frac{\mu q}{R}\right)^2\Big] T_0'^4 + \Big[540\beta^3 T^3 + 1624\beta^2 T_0^2\frac{\mu q}{R} +$$

$$+ 1786\beta T_0\frac{\mu q}{R} + 735\left(\frac{\mu q}{R}\right)^3\Big] T_0'^3 + \Big[62\beta^4 T_0^4 + 284\beta^4\frac{\mu q}{R} +$$

$$+ 499\beta^2 T_0^2\left(\frac{\mu q}{R}\right)^2 + 440\beta T_0\left(\frac{\mu q}{R}\right)^3 + 175\left(\frac{\mu q}{R}\right)^4\Big] T_0'^2 +$$

$$+ \Big[7\beta^4 T_0^4\frac{\mu q}{R} + \beta^5 T_0^5 + 36\beta^3 T_0^3\left(\frac{\mu q}{R}\right)^2 + 35\beta^2 T_0^2\left(\frac{\mu q}{R}\right)^3 +$$

$$+ 35\beta T_0\left(\frac{\mu q}{R}\right)^4 + 21\left(\frac{\mu q}{R}\right)^5\Big] T_0' + \left(\frac{\mu q}{R}\right)^6\Big\}. \qquad (6)$$

Подставив зависимости (6) в значения для частных производных z_0'', z_0''', $\cdots z_0^{\mathrm{VII}}$ [3], получим выражения для последних, которые являются функциями коэффициента турбулентности β.

Решив это уравнение относительно β, мы получим зависимость, из которой можно определить β, если известны координаты точки являющейся источником излучения.

Как было сказано выше, при решении поставленной задачи допускается возможность представления световой кривой с помощью ряда Тейлора, ограничиваясь при этом разным количеством его членов. Естественно, что такое ограничение приводит к некоторой неопределенности при определении коэффициента β. С целью исследования этого вопроса, а также для оценки результатов исследований приведем уравнения, на основании которых можно определить β для тех случаев, когда ряд обрывается на четвертом, пятом или шестом члене.

Уравнение, с помощью которого можно определить β в случае обрыва ряда Тейлора на четвертом члене, примет вид:

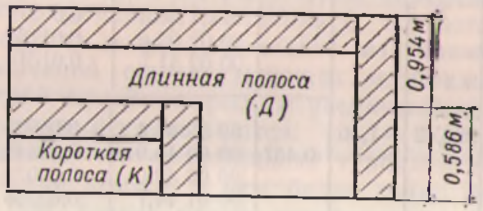
$$a_{11}\beta + a_{10} = 0; \quad (7) \quad a_{22}\beta^2 + a_{21}\beta + a_{20} = 0, \qquad (8)$$

в случае представления пятью членами

$$a_{33}\beta^2 + a_{32}\beta^2 + a_{31}\beta + a_{30} = 0, \qquad (9)$$

а в случае обрыва на шестом члене оно запишется так:

$$a_{44}\beta^4 + a_{43}\beta^3 + a_{42}\beta^2 + a_{41}\beta + a_{40} = 0. \qquad (10)$$



Визирная марка для экспериментальных измерений.

В уравнениях (7), (8), (9), (10) коэффициенты и свободные члены являются функциями p, T, T', ξ, x, y, где ξ — зенитное расстояние, измеренное в начале координат, а x и y — координаты источника, от которого распространяется световая энергия. Эти коэффициенты зависят также от физических констант μ, c, q, R и α, где c — коэффициент, зависящий от длины волны распространяющегося излучения. Здесь мы не приводим этих зависимостей из-за их громоздкости.

Ниже приводим пример вычисления коэффициента турбулентности в предположении его экспоненциального распределения с высотой для случая, когда световая кривая описывается шестью членами ряда Тейлора. За исходные данные, которые использованы при вычислении коэффициента турбулентности, приняты результаты экспериментальных измерений, выполненные 31. VII. 1979 г. в период с 11 до 12 ч над асфальтом в южном степном районе.

В указанный период наблюдалось многократное изображение одних и тех же визирных целей. На визирной марке, которая применялась при исследовании, были нанесены две полосы, длинная и короткая (см. рисунок).

Исходные данные и результаты вычисления корней уравнения (10), т. е. значений коэффициента β, приведены в таблице. Во второй графе ее дана температура T_0, в третьей — градиент температуры T_0' в точке наблюдений. Градиент температуры получен как разность температур над асфальтом между высотами 10 и 60 см в начале и конце наблюдений. Участок шоссе был ровным (превышение между началом и концом было не больше 5 см), поэтому расстояние от начала координат до центра длинной и короткой полос визирной марки можно с точностью до миллиметра считать постоянным. В четвер-

Таблица вычисления величины β

№ изм.	$T°\ k$	$T_0^{10}\ \frac{k}{м}$	Z (m)	Измерение зенитных расстояний	β I	β II	β III	β IV
1				90°01′52,6″	0,01949	0,01711	16,5	—0,007
2			0,857	89 59 24,8	—0,011113	0,01711	— 1,47	—0,011
								—0,031
3	295,9	—1,27		89 59 44,5	—0,04050	0,01750	2,84	0,129
4			0,467	90 00 36,8	0,03457	0,01711	— 0,658	—0,011
5				90 01 10,3	0,02390	0,01711	51,300	—0,008
6				89 57 26,3	0,00571	0,01646	17,230	0,013
7				90 02 04,6	0,01765	0,01646	12,040	—0,007
8				90 02 41,7	0,01614	0,01646	7,635	—0,003
9	296,42	—1,16		89 59 48,4	—0,05933	0,01646	2,04	0,167
10			0,467	90 00 10,0	0,09349	0,01646	0,643	0,125
11				90 00 42,0	0,03079	0,01646	1510,0	—0,021
12				90 01 14,7	0,02208	0,01646	38,4	—0,014
13				89 57 35,9	—0,00138	0,01766	— 1,901	—0,00869
14			0,857	90 02 08,5	0,010116	0,01770	11,76	—0,0249
15				90 02 38,1	0,00902	0,01770	9,639	—0,01890
16	296,58	—0,46		09 59 44,5	—0,04617	—0,11769	—12,6	—0,25700
17			0,467	90 00 09,0	0,09328	0,01769	1411,0	—0,6224
18				90 00 51,0	0,01940	0,01770	30,52	—0,0667
19				90 01 18,5	0,01405	0,01770	16,626	—0,0392
20				89 57 24,8	—0,000998	0,01766	—1,298	—0,0063
21			0,857	90 02 08,1	0,01018	0,01770	11,8	—0,0250
22	296,58	—0,46		90 02 41,0	0,00893	0,01770	9,467	—0.0185
23			0,467	89 59 38,6	—0,03240	0,01769	—9,92	—0,1619
24				90 00 45,8	0,02126	0,01770	37,46	—0,0765
25				89 57 39,3	—0,00151	0,01766	—2,096	—0,0094
26			0,857	90 02 14,8	0,00988	0,01770	11,23	—0,023
27	296,58	—0,46		90 02 59,6	0,00842	0,01770	8,574	—0,0160
28			0,467	89 59 49,8	—0,07205	—0,01769	—16,25	—0,46690
29				90 00 57,5	0,01772	0,01770	26,06	—0,0576

той графе приведены расстояния z от оси x до центра длинной (верхней) и короткой (нижней) полос визирной марки. В пятой — приведены значения зенитных расстояний на изображение соответственно верхней и нижней полос. При проведении измерений марка была удалена от начала координат (пункта наблюдения) на расстояние 764,96 м, давление в период наблюдений равнялось $1{,}00467 \cdot 10^5$ Па. Как видно из результатов, приведенных в этой графе, длинная и короткая полосы иногда изображаются три-четыре раза. В шестой графе приведены значения одного из корней уравнения (10) — значение β.

В таблице есть только одно значение действительного корня. Понятно, что значение корней будет зависеть от количества членов ряда, так как в предположении экспоненциального распределения коэффициента турбулентности значение его находится в точках кривой.

Анализируя приведенные в таблице результаты определения β, нетрудно заметить, что, во-первых, величина β, соответствующая изображениям верхней полосы ($z=0{,}857$ м), примерно на порядок меньше значений соответствующих изображений короткой полосы ($z=0{,}467$ м). Во-вторых, с увеличением градиента температуры величины β уменьшаются.

Таким образом, показано, что коэффициент турбулентности является функцией световой кривой и чем более точно будет найдено ее уравнение, тем точнее будут определяться коэффициент турбулентности, а следовательно, и рефракция.

Список литературы: 1. *Маслич Д. И., Хижак Л. С., Дидух И. И., Йосипчук Н. Д., Яскилка М. Б.* Определение коэффициента турбулентности по результатам измерений метеоэлементов и зенитных расстояний. — В кн.: Тез. докл. Второго совещания по атмосферной оптике. Томск, 1980. 2. *Гандин Л. С., Лайхтман Д. Л., Матвеев Л. Т., Юдин М. И.* Основы динамической метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1955. 3. *Маслич Д. И., Хижак Л. С., Дидух И. И., Музыка М. А., Йосипчук Н. Д.* Определение вертикальной рефракции над равнинной однородной поверхностью в инверсионный период. — В кн.: Тез. докл. Пятого Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. Томск, 1979.

Статья поступила в редколлегию 16. 04. 81

УДК 528.2.02:551.24

А. Л. ОСТРОВСКИЙ, А. Д. ГНАТЕНКО

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ НИВЕЛИРОВАНИЯ I КЛАССА НА КРЫМСКОМ ГЕОДИНАМИЧЕСКОМ ПОЛИГОНЕ

В настоящее время нивелирная сеть Крымского геодинамического полигона представляет собой замкнутый многоугольник с периметром около 220 км Симферополь—Алушта—Ялта—Аромат—Сирень—Симферополь и примыкающим к нему в районе ст. Сирень разомкнутым ходом длиной около 70 км Сирень—Севастополь—мыс Херсонес.

В 1974 г. нивелирование выполнялось по методике и допускам работы [2], а в 1977 г. дополнительно учитывались и рекомендации работы [8]. В табл. 1 приводится качественная характеристика нивелирования, вычисленная по формулам инструкции [3].