

татов, в табл. 2 даны частные от деления значений сдвигов на среднюю квадратическую погрешность измеренной стороны, названные «нормированными сдвигами».

Анализируя данные табл. 2, видим, что, во-первых, изменение связующих углов $60 \dots 80^\circ$ не влияет практически на точность положения пунктов, а, во-вторых, наличие исходных пунктов вызывает существенные изменения в значениях сдвигов. Од-

Таблица 2
Средние квадратические продольные и поперечные сдвиги

Пункт	Макет							
	первый		второй		третий		четвертый	
	сдвиги, см	норм. сдвиги	сдвиги, см	норм. сдвиги	сдвиги, см	норм. сдвиги	сдвиги, см	норм. сдвиги
а	1,56 (1,78)	0,98	1,48	0,92	1,40	0,88	1,25	0,78
	2,09 (2,14)	1,31	1,87	1,17	1,87	1,17	1,89	1,18
б	1,91 (1,99)	1,19	1,89	1,18	1,85	1,16	1,80	1,12
	4,40 (4,11)	2,75	2,48	1,55	3,58	2,24	2,71	1,69
в	2,03 (2,17)	1,27	1,71	1,07	1,61	1,01	1,79	1,12
	6,61 (6,34)	4,13	2,36	1,48	7,00	4,38	2,11	1,32
г	2,25 (2,32)	1,41	1,82	1,14	1,83	1,14	1,63	1,02
	8,51 (8,70)	5,32	2,11	1,32	9,39	5,87	2,25	1,41
д	2,46 (2,50)	1,54	1,51	0,94	2,06	1,29	1,40	0,88
	10,42 (11,17)	6,51	2,27	1,42	11,80	7,38	2,91	1,82
Б	2,82 (2,79)	1,76	—	—	2,06	1,66	—	—
	13,44 (13,74)	8,40	—	—	15,13	9,45	—	—
а ₀	1,45 (1,60)	0,91	1,39	0,87	1,41	0,88	1,36	0,85
	2,73 (2,40)	1,71	2,73	1,71	3,13	1,96	2,55	1,59
б ₀	2,40 (2,09)	1,50	2,47	1,54	2,38	1,49	2,35	1,48
	5,51 (4,11)	3,44	6,27	3,92	6,58	4,11	5,31	3,32
в ₀	2,37 (2,48)	1,48	2,57	1,61	2,42	1,51	2,40	1,50
	7,41 (6,34)	4,63	8,98	5,61	8,96	5,60	6,63	4,14
г ₀	3,03 (2,82)	1,89	3,03	1,89	3,17	1,98	2,90	1,81
	10,39 (8,70)	6,49	12,84	8,02	13,66	8,54	8,24	5,15
З	3,58 (3,12)	2,24	3,44	2,15	3,64	2,28	3,23	2,02
	14,60 (11,17)	9,12	16,81	10,51	17,06	10,66	15,73	9,83

нако намного уменьшаются только сдвиги пунктов, расположенных в том же ряду треугольников, что и исходные пункты. Сдвиги пунктов, находящихся на краю сети, под действием жестких пунктов практически не меняются. При этом наблюдается даже тенденция к увеличению их сдвигов в жесткой сети по сравнению со свободной.

Результаты исследований, полученные на первом и втором макетах, применимы для анализа точности сетей трилатерации с любыми длинами сторон, измеренных любыми дальномерами. Для этого нужно «нормированные сдвиги» умножить на среднюю квадратическую погрешность измеренной стороны.

«Нормированные сдвиги» третьего и четвертого макетов, строго говоря, можно использовать только в тех случаях, когда $bS/a=1,2$. Например, для светодальномера «Кварц» эти результаты применимы в сети трилатерации, состоящей из равнобедренных треугольников с длиной основания 6 км, поскольку в этом случае $2 \cdot 10^{-6} \cdot 600\,000/1=1,2$. При $1 < bS/a < 1,5$ они дают возможность выполнить приближенный анализ сдвигов.

Список литературы: 1. Бурмистров Б. А. Основы способа наименьших квадратов. — М.: Госгеолтехиздат, 1963. 2. Костецкая Я. М. Исследование закономерностей наклонения погрешностей положения пунктов в сплошных сетях трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1974, вып. 19. 3. Костецкая Я. М. Поперечный сдвиг пунктов в сетях трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 28. 4. Мониин И. Ф. О выгоднейшей форме треугольника в трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 5. Проворов К. Л., Носков Ф. П. Радиогодезия. — М.: Недра, 1973. 6. Телеганов Н. А. О статистическом исследовании влияния ошибок исходных данных на моделях триангуляционных сетей. — Тр. МИИГАиК, Геодезия, 1973, т. 30. 7. Фукс Ф. А. Влияние формы треугольника на точность сетей трилатерации. — Тр. МИИГАиК, 1971, вып. 58.

Статья поступила 17 марта 1980 г.

УДК 528.35

Я. М. КОСТЕЦКАЯ

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ СЕТЕЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Один из основных показателей, характеризующих качество плановой геодезической сети — точность положения ее пунктов, о которой дают хорошее представление средние квадратические продольные и поперечные сдвиги. В сетях трилатерации о точности положения пунктов можно судить на основании поперечных сдвигов, так как они всегда в несколько раз больше продольных.

Исследования [2, 3, 5] показали, что поперечные сдвиги пунктов сети трилатерации определяются в основном двумя факторами: точностью измерения сторон сети и количеством сторон, отделяющих оцениваемый пункт от исходного. В геодезическом производстве в настоящее время широко используют светодальномеры 2СМ-2, СМ-3, ЕОК-2000 и другие, в которых точность измерений практически не зависит от длины линии [4, 6]. Поэтому при создании этими дальномерами сети трилатерации более выгодно строить ее из длинных сторон,

поскольку при этом уменьшается число сторон, отделяющих определяемые пункты от исходного или от края сети, что, однако, ведет к уменьшению густоты пунктов.

Чтобы сохранить нужную густоту пунктов, повышая одновременно точность сети, предлагается метод, сущность которого заключается в том, что, кроме всех сторон сети с нужной густотой пунктов, измеряются дополнительные. Это суммы необходимых коротких сторон, образующих большие треугольники. На рис. 1 и 2 показаны такие сети. На них тонкими линиями

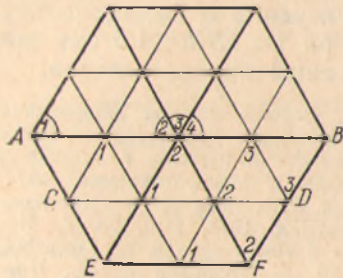


Рис. 1. Схема первой сети.

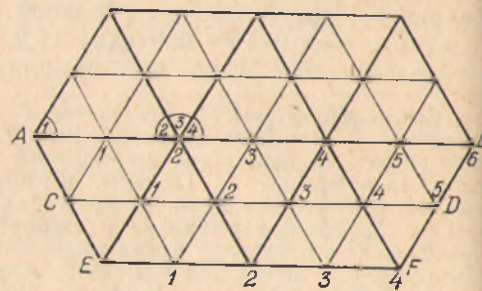


Рис. 2. Схема второй сети.

изображены необходимые короткие стороны сети, а более толстыми — дополнительно измеряемые длинные стороны. Предлагаемые сети — как бы «двойные», так как все пункты сети из длинных сторон являются одновременно и пунктами сети из коротких сторон. Если предположить, что такая «двойная» сеть создана светодальномером ЕОК-2000, то точность измеренных длинных и коротких сторон характеризуется одинаковой средней квадратической погрешностью, равной 1 см. Поперечные сдвиги пунктов сети из больших треугольников будут определяться числом длинных сторон, отделяющих их от исходного пункта или от края сети. Это число в сетях, показанных на рис. 1 и 2, в два раза меньше числа коротких сторон. Поэтому поперечные сдвиги пунктов сети из длинных сторон в несколько раз меньше сдвигов этих же пунктов в сети, построенной только из коротких сторон, т. е. по обычной схеме.

Поперечные сдвиги всех остальных пунктов «двойных» сетей тоже меньше сдвигов пунктов обычной сети трилатерации. Так, поперечные сдвиги оставшихся пунктов диагоналей AB и EF (рис. 1 и 2) будут меньше, поскольку они определяются сдвигами ближайшего от них пункта сети из длинных сторон и сдвигом оцениваемого пункта относительно этого ближайшего пункта. Например, сдвиг m_3 пункта 3 диагонали AB будет определяться сдвигом m_2 пункта 2 и сдвигом m_{3-2} пункта 3 относительно пункта 2, т. е. $m_3 = \sqrt{m_2^2 + m_{3-2}^2}$. На сдвиги пунктов диагонали CD окажут также влияние дополнительно измеренные длинные стороны, повышающие, в конечном итоге, точность уравниваемых сторон и увеличивающие жесткость сети.

Для подтверждения высказанных выше предположений выполнено исследование точности положения пунктов диагоналей AB , CD и EF в сетях, показанных на рис. 1 и 2. Условно называем сеть, представленную на рис. 1 первой, а на рис. 2 — второй. Было принято, что сети свободные и построены из равно-сторонних треугольников. Сдвиги определяли относительно левого края диагоналей: точность положения пунктов диагонали AB находили относительно пункта A , пунктов диагонали CD — относительно пункта C , а пунктов диагонали EF — относительно пункта E .

Точность оценивали по способу наименьших квадратов, т. е. обратные веса оцениваемых функций уравниваемых элементов определяли попутно с уравниванием сети условным методом, а затем по обратным весам вычисляли средние квадратические погрешности. Уравнивание и определение обратных весов выполняли на ЭВМ М-222.

Исследования включали оценку точности двух вариантов каждой сети: первый вариант — обычная сеть трилатерации, в которой измерены только короткие стороны, а второй — «двойная» сеть.

При оценке точности первых вариантов сетей составляли условные уравнения центральных систем (в первой сети семь условных уравнений, а во второй — 13), а также весовые функции продольных и поперечных сдвигов (в первой сети — 18, а во второй — 30). Весовые функции сдвигов составляли так же, как в работе [2].

Исследуя точность второго варианта сетей, к условным уравнениям центральных систем присоединяли условные уравнения сумм сторон: в первой сети таких условий возникало 12, а во второй — 19, т. е. их число равно числу длинных сторон в сети. При составлении весовых функций учитывали наличие длинных сторон. Так, весовую функцию поперечного сдвига пункта 3 диагонали AB , выраженную через поправки в углы, составляли следующим образом: $F_{\text{попер.3}} = 2a \cdot [(1)/\rho] + a \cdot [(2) + (3) + (4)]/\rho$, где (i) — поправки в углы; a — длина короткой стороны сети. Длинная сторона в оцениваемых сетях равна $2a$. Поправка в угол 1 выражалась через длинные стороны, а поправки в углы по формулам (2) — (4) через короткие.

По вычисленным обратным весам определяли средние квадратические сдвиги по формуле $m = \mu / \sqrt{1/P}$, где μ — средняя квадратическая погрешность измеренной стороны (она принималась равной 1 см); $1/P$ — обратный вес оцениваемой функции, полученный из вычислений. Результаты исследований приведены в табл. 1 и 2.

Из таблиц видно, что дополнительно измеренные длинные стороны существенно повышают точность сети. Особенно значительно уменьшаются поперечные сдвиги пунктов диагоналей AB и EF , т. е. тех, которые состоят из коротких и длинных сторон. Начиная со второго пункта этих диагоналей, поперечные

сдвиги уменьшаются в среднем на 50%. Поперечные сдвиги пунктов диагонали *CD*, состоящей только из коротких сторон, уменьшаются на 5...20%. Намного меньше влияние дополнительно измеренных сторон на продольные сдвиги пунктов. Но поскольку они в сетях трилатерации меньше поперечных, то это нельзя считать недостатком предлагаемой схемы построения трилатерации.

Таблица 1
Продольные и поперечные сдвиги пунктов первой сети
(рис. 1)

Диагональ	Пункт	Обычная сеть		Двойная сеть	
		продоль- ный	попереч- ный	продоль- ный	попереч- ный
<i>AB</i>	1	0,9	1,3	0,8	1,2
	2	1,2	2,6	0,8	1,0
	3	1,4	3,9	1,0	2,6
	4	1,5	5,3	1,0	2,0
<i>CD</i>	1	0,9	1,9	0,9	1,8
	2	1,2	3,3	1,1	3,0
	3	1,4	4,0	1,3	3,5
<i>EF</i>	1	0,9	2,0	0,9	1,7
	2	1,3	3,3	1,2	1,6

При создании «двойных» сетей необходимо учитывать увеличение объема полевых измерений. Так, в первой сети, кроме 42 коротких сторон, нужно измерить дополнительно 12 длинных, а во второй сети, кроме 68 коротких, — 19 длинных. Следовательно, объем линейных измерений увеличивается почти на 30%. Так как дополнительные измерения предусмотрено выполнить теми же приборами, что и основные, то это не вызовет больших затруднений. Следует отметить, что пункты основной сети не должны располагаться очень строго в створе пунктов сети из больших треугольников. Например, в сетях, показанных на рис. 1 и 2, при длине короткой стороны 100 м нестворность 45 см вызовет погрешность суммы сторон, равную 2 мм. При большей длине сторон влияние нестворности еще меньше.

Уравнивание «двойной» сети несколько сложнее обычной сети, особенно если оно выполняется с применением ЭВМ. При коррелятном методе уравнивания в «двойной» сети возникают дополнительно условия сумм сторон, вид которых очень прост. При параметрическом способе уравнивания в предлагаемой сети увеличивается число уравнений поправок сторон. При этом вид их для длинных и коротких сторон одинаков.

Предлагаемые «двойные» сети трилатерации могут найти применение в инженерной практике, особенно при создании плановых опорных сетей на строительных площадках.

Идея повышения точности сетей трилатерации путем дополнительно измеренных сторон не новая. В работе [1] предложе-

но линии, находящиеся на одной прямой, измерять по способу во всех комбинациях, что приводит к повышению точности. Для повышения точности плановой сети из геодезических четырехугольников, создаваемой методом трилатерации, измеряют дополнительно стороны, образующие периметр сети, и две диагонали четырехугольника, ограничивающего сеть [7]. Приведенные в работе [7] результаты показывают, что эти дополнитель-

Таблица 2
Продольные и поперечные сдвиги пунктов второй сети
(рис. 2)

Диагональ	Пункт	Обычная сеть		«Двойная» сеть	
		продоль- ный	попереч- ный	продоль- ный	попереч- ный
<i>AB</i>	1	0,9	1,3	0,8	1,2
	2	1,2	2,6	0,7	1,0
	3	1,3	3,9	1,0	2,6
	4	1,4	5,3	0,9	2,0
	5	1,5	6,7	1,1	3,2
	6	1,7	8,2	1,1	3,2
<i>CD</i>	1	0,9	1,9	0,9	1,8
	2	1,2	3,3	1,1	3,0
	3	1,3	4,7	1,2	4,1
	4	1,4	6,1	1,3	5,3
	5	1,5	7,5	1,4	6,4
<i>EF</i>	1	0,9	1,9	0,9	1,7
	2	1,2	3,4	1,2	1,6
	3	1,4	5,3	1,3	2,6
	4	1,6	6,6	1,4	2,6

ные измерения повышают точность положения пунктов на 11...16%. Создание «двойных» сетей, как показали данные наших исследований, приводят к более существенному повышению точности положения пунктов.

Список литературы: 1. Бронштейн Г. С., Хенкин Л. И. Разбивка мостовых сооружений с использованием электронно-оптического дальномера. — Трансп. стр.-во, 1975, № 8. 2. Костецкая Я. М. Исследования закономерностей накопления погрешностей положения пунктов в сплошных сетях трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1974, вып. 19. 3. Костецкая Я. М. Поперечный сдвиг пунктов в сетях трилатерации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 28. 4. Описание светодальномера ЕОК-2000. — Иена: Народное предприятие Карл Цейсс (ГДР), 1974. 5. Прохоров К. Л. Точность элементов сети линейной трилатерации. — Тр. Новосибир. ин-та инж. геод., аэрофотосъемки и картогр., 1958, т. 11. 6. Светодальномер СМ-3. — Техническое описание. 7. Beluch J. Badania nad możliwością zakładania liniowych sieci realizacyjnych mierzonych dalmierzami elektromagnetycznymi. — Zesz. nauk. AGH, 1971, № 307.

Статья поступила 2 апреля 1980 г.