

СРЕДНЯЯ ВЫСОТА ПОВЕРХНОСТИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАНИРОВКЕ И ВЫЧИСЛЕНИИ ОБЪЕМОВ

Вычисление объемов по топографическому плану в горизонталях при составлении проектов вертикальной планировки и учете выполненных работ на строительстве обычно производят по сетке квадратов, применяя формулы:

$$V = v_1 + v_2 + \dots + v_n, \quad (1)$$

$$v_i = a^2 \cdot h_{\text{ср} \cdot i}, \quad (2)$$

где V — общий объем по участку;
 v_1, v_2, \dots, v_n — объемы в пределах одного квадрата;
 a — сторона квадрата;
 $h_{\text{ср} \cdot i}$ — средняя отметка квадрата, полученная по рабочим отметкам его вершин.

Затрату времени на вычисление общего объема выемки или насыпи можно сократить, если отказаться от вычислений объемов по каждому квадрату и применить следующую формулу:

$$V = S \cdot h_0, \quad (3)$$

где S — общая площадь участка (выемка или насыпи — отдельно),

h_0 — средневзвешенная рабочая отметка.

Площадь S участка определяется как сумма площадей квадратов. Средневзвешенная рабочая отметка h_0 получается непосредственно по рабочим отметкам вершин квадратов.

$$h_0 = \frac{h_1 \cdot p_1 + h_2 \cdot p_2 + \dots + h_m \cdot p_m}{p_1 + p_2 + \dots + p_m} = \frac{[h \cdot p]}{[p]}, \quad (4)$$

где h_1, h_2, \dots, h_m — рабочие отметки вершин сетки квадратов, полученные с плана в горизонталях;

p_1, p_2, \dots, p_m — веса рабочих отметок;

M — число всех вершин квадратов.

Для вычисления h_0 по формуле (4) нужно найти веса p_1, p_2, \dots, p_m .

Рассмотрим сначала простой случай, когда все квадраты (или прямоугольники) равны между собой и составляют кую-то, пусть даже ступенчатую, фигуру (рис. 1).

Тогда

$$h_0 = \left(\frac{h_1+h_2+h_3+h_6}{4} + \frac{h_2+h_3+h_6+h_7}{4} + \dots + \frac{h_{10}+h_{11}+h_{14}+h_{15}}{4} \right) \cdot \frac{1}{N}$$

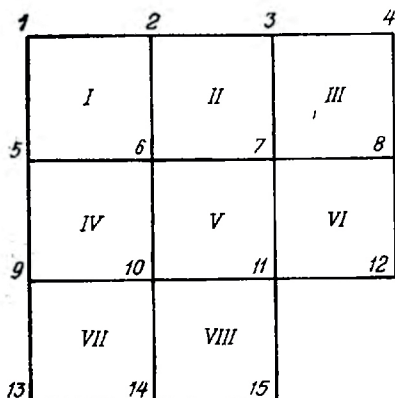


Рис. 1. Схема разбивки площадки на квадраты.

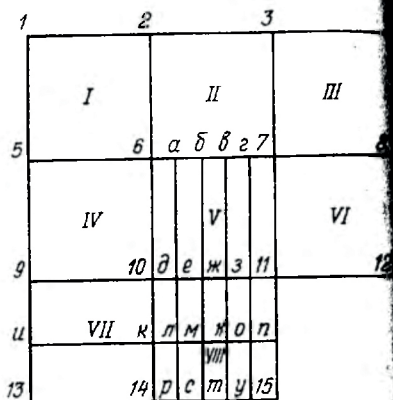


Рис. 2. Схема деления основных квадратов сетки на более мелкие части.

Сложив и приведя подобные члены, получим:

$$h_0 = \frac{h_1+2h_2+2h_3+h_4+2h_5+4h_6+4h_7+2h_8+2h_9+4h_{10}+3h_{11}+h_{12}+h_{13}+2h_{14}+h_{15}}{4N}$$

Отсюда

$$h_0 = \frac{1 \cdot [h]_k + 2 \cdot [h]_l + 3 \cdot [h]_m + 4[h]_n}{4N} \quad (5)$$

где $[h]_k = h_1 + h_4 + h_2 + h_{13} + h_{15}$ — сумма рабочих отметок вершин, каждая из которых принадлежит лишь одному квадрату; k — число таких вершин; $[h]_l$ — сумма рабочих отметок вершин, принадлежащих двум смежным квадратам (вершины № 2, 3, 8 и т. д.); l — число таких вершин; $[h]_m$ и $[h]_n$ — суммы рабочих отметок вершин, принадлежащих соответственно трем или четырем смежным квадратам; m, n — число таких вершин.

Выражение (5) представляет собой общую арифметическую среднюю величин h , необходимую для вычисления объе-

ма по формуле (3). В нем раскрыты значения весов; весами отметок являются числа 1, или 2, или 3, или 4 — в зависимости от того, скольким квадратам принадлежит данная точка (вершина). Знаменатель $4N = k + 2l + 3m + 4n$ является суммой этих весов. В нашем примере (рис. 1) имеем:

$$k=5; l=6; m=1; n=3; N=8,$$

$$k + 2l + 3m + 4n = 32; 4N = 32.$$

Таков конкретный вид формулы (4) и значения входящих в нее весов p для случая равных квадратов (прямоугольников). Заметим, что веса отметок точек пропорциональны суммам площадей фигур, лежащих вокруг данной точки (вершины).

Перейдем к рассмотрению выражения (4) при неравных квадратах. В практике могут встретиться случаи, когда в пределах квадрата (прямоугольника) встречается резкий перегиб местности или уступ. Такие квадраты приходится дробить на более мелкие части. Обобщим на этот случай порядок получения весов отметок для вычисления средневзвешенного значения отметки h_0 по формуле (4). Рассмотрим конкретный пример, представленный на рис. 2, где квадраты V, VII и VIII разделены на более мелкие части. Как в этом случае получаются веса точек?

Принимая за единицу веса площадь основного квадрата и выражая площади его частей в долях целого, получим вес p любой точки как сумму площадей фигур целых и дробных.

В таблице 1 показано вычисление весов точек, применительно к рис. 2.

Вычисленная сумма контролируется по формуле:

$$[p] = 4N,$$

где N — число основных квадратов.

В нашем примере $N=8$ и $[p]=32$.

Как видно из примера, порядок получения весов точек достаточно прост, благодаря чему для определения объемов целесообразнее применять формулы (3) и (4). Это дает возможность значительно уменьшить ошибку обобщения рельефа путем дробления (в необходимых местах) основных квадратов на более мелкие части. Размеры же основных квадратов в таких случаях можно принимать более крупными, что значительно сократит время на набор отметок и вычисление объема.

По формуле (4) h_0 подсчитывается отдельно для положительных и отрицательных значений рабочих отметок, т. е. отдельно для насыпей и отдельно для выемок. При совместном

№ точек	Площади основных квадратов и их частей (в долях основного), которые примыкают к данной точке	Вес отметки точки
1	1	1
2	1+1	2
3	1+1	2
4	1	1
5	1+1	2
6	1+1+1+0,2	3,2
а	0,2+0,2	0,4
б	0,2+0,2	0,4
г	0,2+0,2 и т.д.	0,4
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
14	0,5+0,1	0,6
р	0,1+0,1	0,2
с	0,1+0,1	0,2
т	0,1+0,1	0,2
у	0,1+0,1	0,2
15	0,1	0,1
		[p]=32,0

подсчете h_0 из положительных и отрицательных рабочих отметок формула (3) даст разность объемов выемки и насыпи. Поэтому квадраты (прямоугольники), в которых рабочие отметки меняют знак, должны разбиваться на части по линиям нулевых работ.

На рис. 2. представлена схема деления элементарных квадратов на более мелкие, но равные между собой части. Последнее не является обязательным условием. Можно ограничиться делением квадрата на две, хотя бы и не равные части по линии перегиба местности. В этом случае для определения весов точек необходимо найти величину таких час-

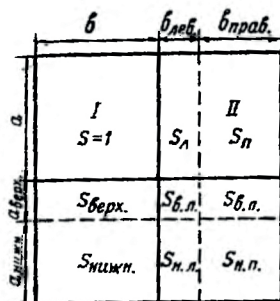


Рис. 3. Схема деления основного квадрата по линиям перегиба рельефа местности.

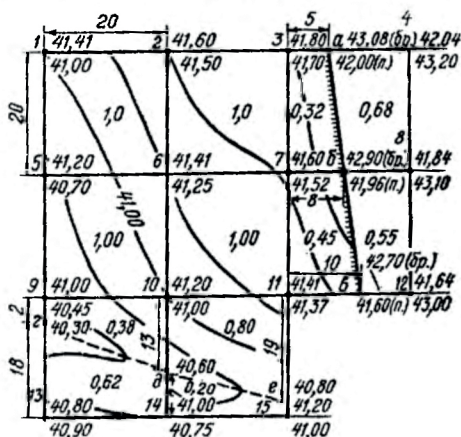


Рис. 4. Пример использования средней высоты поверхности для подсчета выполнения объемов земляных работ при вертикальной планировке участка.

тей в долях целого квадрата, площадь которого принята за единицу. Поясним это на примере (рис. 3).

Имеем

$$a = b = 20 \text{ м};$$

$$a_{\text{верх.}} = 9 \text{ м}; \quad b_{\text{лев.}} = 8 \text{ м};$$

$$a_{\text{нижн.}} = 11 \text{ м}; \quad b_{\text{прав.}} = 12 \text{ м}.$$

Получаем:

$$\begin{array}{r}
 + \quad s_{\text{верх.}} = 9 : 20 = 0,45; \quad + \quad s_{\text{лев.}} = 8 : 20 = 0,40; \\
 + \quad s_{\text{нижн.}} = 11 : 20 = 0,55; \quad + \quad s_{\text{прав.}} = 12 : 20 = 0,60; \\
 \hline
 \text{Контроль} \quad 1,00 \quad \text{Контроль} \quad 1,00
 \end{array}$$

$$s_{\text{в. л}} = 0,45 \times 0,40 = 0,18;$$

$$s_{\text{в. п}} = 0,45 \times 0,60 = 0,27;$$

+

$$s_{\text{н. л}} = 0,55 \times 0,40 = 0,22;$$

$$s_{\text{н. п}} = 0,55 \times 0,60 = 0,33;$$

$$\text{Контроль } 1,00$$

Выписав полученные площади частей квадратов в долях единицы, подсчитаем далее веса вершин согласно указанному выше правилу — суммируя площади фигур, расположенных вокруг данной вершины.

Для точек, расположенных на уступах, веса подсчитываются отдельно для бровки и подошвы.

Части квадратов, занятые зданиями и сооружениями, подлежат исключению из площадей квадратов, для чего площади исключаемых частей квадратов вычисляются в долях основного квадрата.

Переходим к рассмотрению вопроса об использовании средней высоты поверхности при составлении проектов вертикальной планировки. В формуле (4) значения рабочих отметок могут быть заменены абсолютными или условными отметками. Тогда вычисленное значение H_0 будет представлять среднюю отметку массива. Это свойство формулы (4) позволяет при проектировании заменить баланс объемов выемок и насыпей равенством средних отметок — черной и красной. Подсчитывается средняя черная отметка земли на массиве, в пределах которого балансируются выемки и насыпи. Затем, пользуясь теми же весами вершин квадратов, подсчитывается средняя красная отметка по предварительно назначенным проектным отметкам. Получившаяся разница в средних отметках устраняется изменением проектных отметок точек. Изменение средней отметки по заданному изменению красной отметки той или иной вершины определяется легко.

Рассмотрим это на конкретном примере, представленном на рис. 4. На нем обозначены: номера вершин квадратов порядковыми числами от 1 до 15; их отметки — в числителе красные, а в знаменателе — черные; литерами *a, б... д, е* — промежуточные точки на перегибах и уступах с их черными отметками, причем на уступах даны черные отметки бровки и подошвы. В центре квадратов и их частей показаны площади элементов (в долях целого квадрата), по которым определяются веса отметок точек; эти площади для неполных элементов вычислены по линейным размерам, указанным вдоль сторон квадратов. Например, в квадрате 3—4—7—8 левая часть составляет $\frac{5+8}{2 \cdot 20} = 0,32$ целого квадрата.

Дальнейшие вычисления представлены в ведомости (таблица 2).

Первые четыре графы таблицы 2 предназначены для вычисления $H_{0(\text{черн})}$, т. е. средневзвешенной отметки существующей поверхности. Она получилась равной 41,41 м. Условие равенства объемов выемок и насыпей в пределах данного участка будет удовлетворено полностью, если $H_{0(\text{красн})}$, т. е.

Таблица 2

№ точек	Черные от-метки $H_{ч}$	Их веса p	$(H_{ч}-40) \cdot p = H_{ч}' \cdot p$	Первое приближение			Поправки к красным от-меткам $dH_{к}$	$dH_{к} \cdot p_2$	Исправленные красные от-метки
				красные от-метки $H_{к}$	их веса p	$(H_{к}-40) \cdot p = H_{к}' \cdot p$			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	41,00	1,00	1,00	41,41	1	1,41			41,41
2	41,50	2,00	3,00	41,60	2	3,20			41,60
3	41,70	1,32	2,25	41,80	2	3,60			41,80
	42,00	0,32	0,64						
	43,08	0,68	2,09						
4	43,20	0,68	2,17	43,00	1	3,00	-0,96	-0,96	42,04
5	40,70	2,00	1,40	41,20	2	2,40			41,20
6	41,25	4,00	5,00	41,41	4	5,64			41,41
7	41,52	2,77	4,22	41,60	4	6,40			41,60
	41,96	0,77	1,51						
	42,90	1,23	3,57						
8	43,10	1,23	3,81	42,80	2	5,60	-0,96	-1,92	41,84
9	40,45	1,38	0,62	41,00	2	2,00			41,00
10	41,00	3,18	3,18	41,20	4	4,80			41,20
11	41,37	2,25	3,08	41,41	3	4,23			41,41
	41,60	0,45	0,72						
	42,70	0,55	1,48						
12	43,00	0,55	1,65	42,60	1	2,60	0,96	-0,96	41,64
	40,30	1,00	0,30						
	40,60	2,00	1,20						
	40,80	1,00	0,80						
13	40,90	0,62	0,56	40,80	1	0,80			40,80
14	40,75	0,82	0,62	41,00	2	2,00			41,00
15	41,00	0,20	0,20	41,20	1	1,20			41,20
		32,00	45,07		32	48,88		-3,84	

$$H_{0(\text{черн})} = \frac{450,7}{32,00} + 40,00 = 41,41 \text{ м.}$$

$$H_{1-(\text{красн})} = \frac{48,88}{32,00} + 40,00 = 41,53 \text{ м.}$$

средневзвешенная отметка проектируемой поверхности, та же получится равной 41,41 м.

Назначив красные отметки вершин квадратов, вычисляя $H_{1(\text{красн})}$, т. е. средневзвешенную красную отметку в первом приближении (табл. 2, графы 5, 6, 7). Красные отметки назначаются в соответствии с требованиями к проектируемой поверхности, которые определяются будущим назначением участка и могут быть весьма различными. Рассмотрение этих требований не является предметом данной работы. Отметим лишь, что значение средней высоты облегчает ориентировочное назначение проектных отметок. Очевидно, если нам нужно спроектировать горизонтальную площадку, то ее высота в данном примере нужно принять равной 41,41 м. Если площадка должна быть плоской, но иметь заданный уклон, то по срединной линии, перпендикулярной к линии ската, красные отметки должны быть также равны $H_{1(\text{красн})}$, т. е. в данном случае 41,41 м.

В нашем примере получилась $H_{1(\text{красн})}=41,53$ м. Разность $41,41-41,53=-0,12$ м свидетельствует о том, что объемы выемок и насыпей неодинаковы.

Указанной выше разности соответствует объем $0,12 \times 3200=384$ м³.

Необходимо исправить красные отметки некоторых точек так, чтобы уничтожить эту разность. Это требование приводит к следующему условию:

$$[dH_k \cdot p] = (H_{0(\text{красн})} - H_{1(\text{красн})}) \cdot [p],$$

где dH_k — поправки к красным отметкам, принятым в первом приближении.

В нашем числовом примере $[dH_p] = -0,12 \times 32 = -3,84$.

В таблице 2 внесены равные поправки в отметки трех точек (4, 8, 12), сумма весов которых равна 4, откуда

$$dH = -\frac{3,84}{4} = -0,96.$$

Мы привели простейший пример сбалансирования объемов выемок и насыпей. В практике составления проектов вертикальной планировки учету подлежат выемки земли из котлованов под фундаменты сооружений, от прокладки подземных коммуникаций, при подготовке дорожных оснований и другие. Эти объемы, подсчитанные отдельно в кубометрах, должны быть учтены при определении средней красной отметки в виде поправки, которая равна объему Q , деленному на площадь участка S :

$$H_{0(\text{красн})} = H_{0(\text{черн})} + \frac{Q}{S}.$$

Если в нашем примере принять $Q=200 \text{ м}^3$, то отношение $\frac{Q}{S}=0,06$, откуда $H_{0(\text{красн})}=41,41+0,06=41,47 \text{ м}$.

Процесс вычисления средневзвешенной высоты, как видно из приведенного примера, не сложен; можно ограничиться применением счет и логарифмической линейки.

Львовский политехнический
институт

Работа поступила
21 мая 1964 г.