

ИСТОРИЧЕСКОЕ РАЗВИТИЕ ПОСРЕДСТВЕННЫХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЯ

К посредственным методам измерения расстояний относятся: триангуляция, трилатерация, аэрофототрилатерация, параллактическая полигонометрия, тахиметрия, тригонометрический метод измерения высот, наземная фотограмметрия, аэрофотосъемка, аэрофотограмметрия и т. д. При применении посредственных методов измерения расстояний на практике используются различные схемы, в которых параллактические и непараллактические углы измеряются оптическими или оптико-электронными инструментами, а короткие параллактические базисы определяются непосредственными или посредственными способами, инварными проволоками, оптическими или оптико-электронными дальномерами. При посредственном определении расстояний используются формулы, полученные разными авторами, согласно принятым параллактическим схемам и их практическим назначениям.

Начиная с 1910 г., т. е. со времени голландского ученого В. Снелиуса, многие исследователи искали для своих методов посредственного измерения расстояний такое математическое обоснование, которое было бы наиболее точным, общим и практическим, а также стремились улучшить конструкцию используемых на практике оптических и оптико-электронных инструментов.

Факторами, которые повлияли на быстрое развитие и применение в геодезической практике посредственных методов измерения расстояния, являются: изобретение оптического инструмента французским геодезистом Пикардом для измерения углов, развитие оптики в конце XIX и в начале XX столетий, изобретение оптического принципа двойного изображения американским ученым Ричардом в 1890 г., автоматизация оптических, геодезических и универсальных фотограмметрических инструментов, совершенствование оптико-электронных методов измерения расстояний и т. д.

Идея триангуляции тесно связана с развитием посредственных методов измерения расстояния. Триангуляцию впер-

вые применил на практике еще Тихо Браге в 1578 г., однако ее основоположником считают голландского ученого В. Снелиуса [1, 2], который указал на тот факт, что ромбическая сеть является наиболее целесообразной при развитии базисной сети. В 1617 г. В. Снелиус математическим путем нашел решение проблемы обратной засечки, в 1624 г. подтвержденное Коллинсом с помощью так называемой вспомогательной точки. Г. Шверд в 1819 г. установил, что базис в триангуляции может быть в 20 раз короче и что это не оказывает от-

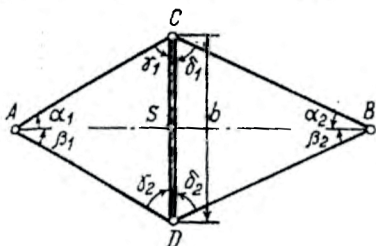


Рис. 1.

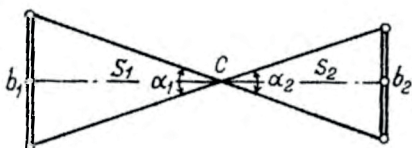


Рис. 2.

рицательного влияния на точность базисного развития [3]. Эти авторы также доказали, что параллактические углы необходимо измерять с наибольшей точностью. Эти три момента, принятые В. Снелиусом и Г. Швердом в геодезической практике, легли в основу теоретического обоснования посредственных методов измерения расстояния.

В. Я. Струве в 1836 г. предложил метод замены триангуляции параллактической точной полигонометрией. Он непосредственно измерял восемь углов и параллактический базис в геодезическом четырехугольнике (рис. 1). С помощью этих наблюдений автор вычислил длину $S = AB$ [4].

Бюрх в 1873 г. применил другой параллактический способ с целью посредственного определения длины от 100 до 160 м, используя для этой цели параллактическую схему (рис. 2).

Параллактические углы α_1 и α_2 Бюрх измерял теодолитом, а параллактические базисы b_1 и b_2 пятиметровой рейкой и высчитал длину S с помощью следующей формулы:

$$S = s_1 + s_2 = \frac{b_1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \frac{b_2}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2}, \quad (1)$$

Этот способ посредственного определения расстояния использовали в геодезической практике многие ученые и инженеры при конструировании дальномеров двойного изображения [5].

В 1890 г. американец Ричард изобрел дальномер двойного изображения, идею которого применили конструкторы Вильд, Цайс, Босгард, Арегер, Фенель, Брайтвайт, фирмы Аскания, Керн и другие, начиная с 1921 года. Этот оптический

принцип также нашел применение в современных односторонних дальномерах.

В 1892 г. В. Йордан опубликовал свою параллактическую схему и вывел формулы, с помощью которых он посредством известного способом определил длину $S=CP$ (рис. 3). Для выведения своих формул автор принял метод обратной засечки.

Этот метод применялся в триангуляции при определении элементов центрировки [6] и оказал влияние на развитие данных методов, так называемых «Messbalkenverfahren», раз-

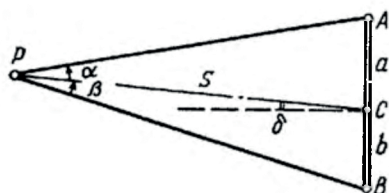


Рис. 3.

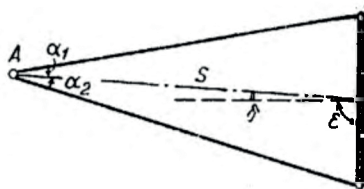


Рис. 4.

ботанных в Германии Лявигардом в 1915 г. [46], Гигасом [23], Вольфом [26] и Кульманом в 1936 г. [24].

В. Йордан с высокой точностью непосредственно измерял длины a и b , и два параллактических угла α и β . Общая формула, которую получил В. Йордан, следующая:

$$S = a \operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2} \left[1 - \frac{d^2 \cos 2\alpha}{8\rho^2 \sin^4 \alpha} \right], \quad (2)$$

в которой $\alpha - \beta = d$.

Для случая, когда точка C лежит по середине базиса AB , а искомое расстояние CP отдалено от прямолинейного положения линии CP на малый угол δ , В. Йордан применил следующую приближительную формулу:

$$S = a \operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2}. \quad (3)$$

Идею В. Йордана разработал в 1895 г. Крюгер, который упростил формулу и схему Йордана, принимая точку E в середине базиса $BC = 2a = 2m$, и измерял углы α_1 и α_2 (рис. 4). Общая формула Крюгера имеет следующий вид:

$$\operatorname{tg} S = \operatorname{tg} (a \operatorname{ctg} \alpha \sec \delta) - \mu \frac{\delta^2}{2\rho^2} \operatorname{ctg}^4 \alpha. \quad (4)$$

Для специального случая, когда $S \perp BC$ и для $\alpha_1 = \alpha_2$, Крюгер пользовался упрощенной формулой:

$$S = a \operatorname{ctg} \alpha \quad (5)$$

На основании своих исследований Крюгер пришел к заключению, что средняя квадратическая ошибка μ_s быстро растет с увеличением угла δ ; точность измерения углов α_1 и α_2 имеет большое влияние на измерение направления линии $S=AE$; угол ε можно измерять с меньшей точностью, чем параллактические углы α_1 и α_2 ; среднюю точку E и оба конца базиса необходимо определять с большой точностью.

Результаты В. Йордана [6] и Л. Крюгера [8] имели большое влияние на дальнейшее развитие посредственных методов измерения расстояния.

Г. Бюлер применил в восточной Африке симметрическую и перпендикулярную параллактическую схему, т. е. ромб Бюлера, и использовал ее не только для определения длины триангуляционного базиса, но и для точной параллактической полигонометрии [9]. Он применил на практике в 1905 г. 4-метровую деревянную рейку, а углы α_i и β_i измерял теодолитом Гильдебранда с точностью $\mu = \pm 1''$. С помощью этой ромбовой сети Г. Бюлер определял 40-метровые расстояния, применяя для их вычисления способ Ганзена. С целью повышения точности измерения углов он применил полигонометрические сигналы, визирные шпильки на концах реек и оптическое центрирование. Этим посредственным методом Бюлер определял тоже 200-метровые полигонометрические стороны со средней квадратической ошибкой $\mu_s = \pm 3,2$ мм.

Идею Бюлера продолжали и далее развили В. В. Данилов и Курц. Курц продолжал применять идею Бюлера в 1905 г., используя для измерения побережья двойной ромб, чтобы увеличить определяемую длину с 40 до 400 м [10].

П. Гаст, который был руководителем тригонометрического отделения аргентинского генерального штаба, получил задание в возможно короткое время подготовить сеть контрольных точек, т. е. геодезическое обоснование, для топографических карт. Триангуляционную сеть закладывают от большого к малому, чтобы равномерно покрыть всю территорию. Однако в аргентинских условиях этот метод был слишком дорог и требовал много времени на полевые и камеральные работы. Все это заставило П. Гаста искать другие пути и методы, чтобы в короткий срок добиться своей цели [11]. В самом начале теоретических анализов и полевых работ П. Гаст принял во внимание триангуляционную цепь треугольников и определил для всей длины $S=sn$ (рис. 5) относительную ошибку $\frac{\mu_s}{S}$.

На рис. 5. $S=sn$ — вся длина триангуляционной цепи треугольников; $s_1=b_1=b_2$ — сторона треугольника и два непо-

средственно измеренных базиса; $1, 2, \dots, 6_{n-3}$ — измеренные в треугольнике; 6_{n-1} — число всех наблюдений вместе с связкой к непосредственно измеренным двум базисам.

Длину триангуляционных цепей треугольников, а также длины базисов и сторон отдельных треугольников П. Гаст ставил в зависимость от локальных аргентинских условий работы. Он принял для всей триангуляционной цепи треугольников $S = sn = 50$ км, а для отдельных равносторонних треугольников и для двух измеренных базисов длину $s_1 = b_1 = b_2 = 5$ км. Принимая базисы за исходные данные в три-

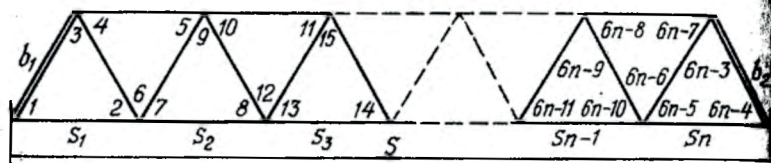


Рис. 5.

гуляционных цепях треугольников, П. Гаст рассматривает два случая. Первый случай — это закладка и непосредственное измерение двух базисов b_1 и b_2 .

Второй случай — закладка и непосредственное измерение одного базиса b . В результате теоретических рассуждений он пришел к выводу, что применение двух базисов в цепи треугольников является самым быстрым решением, если принять один базис в начале, а второй в конце цепной сети. Это позволило автору строить большие треугольники длиной 50 км, которые Гаст объединил в одну систему треугольников. В дальнейших рассуждениях он пришел к выводу, что предлагаемый им метод построения геодезического обоснования путем перехода от малых равносторонних треугольников к большим является наиболее рациональным при построении аргентинской триангуляции. Стороны больших треугольников первого ряда были равны 50 км, малых треугольников второго ряда — 5 км, а заполняющие контрольные точки третьего ряда были отделены друг от друга расстоянием в 1—5 км. Гаст подчеркнул, что при определении относительной продольной ошибки закон перенесения ошибок полезно влияет на определение положения главных точек триангуляционной сети, а бесполезное азимутальное перенесение ошибок в малых треугольниках не переходит в большие треугольники. Он утверждал также, что для точного определения сторон больших треугольников вполне достаточно непосредственного измерения азимута одной из сторон большого треугольника в каждой сети. Точность результатов, полученных методом П. Гаста, т. е. перехода от малых к большим треугольникам,

не ниже, чем при методе обыкновенной триангуляции. Следует отметить, что идею П. Гаста и сейчас используют на практике и что она имеет много сторонников.

Во время дальнейших наблюдений и поисков новых методов П. Гаст перешел на параллактическую точную полигонометрию. Этот метод он считал также точным и практическим в аргентинских условиях, как и предыдущий. В 1908 г. Гаст построил в Буэнос-Айресе триангуляционную сеть и измерил все стороны этой сети с помощью параллактической точной

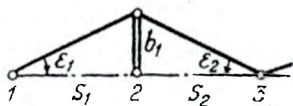


Рис. 6.

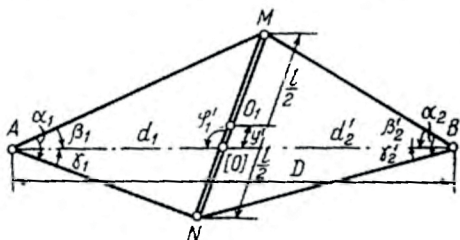


Рис. 7.

полигонометрии. Автор применял специальную параллактическую схему (рис. 6), в которой каждые две полигонометрические стороны, лежащие по обе стороны базиса, имеют один общий базис b_i . Длина этих сторон была равна 5 км, а длины базисов $b_i = 24-96$ м.

Длину S_i Гаст вычислял с помощью следующей формулы:

$$S_i = b_i \operatorname{ctg} \varepsilon_i. \quad (6)$$

Наблюдаемыми величинами были угол ε_i и базис b_i . Точно измеренные полигонометрические ходы вдоль сторон больших треугольников связывают вместе две конечные точки упомянутых сторон. Это первый ряд его параллактической точной полигонометрии. Вершины полигонометрических станций образовали второй ряд, а точки, определенные с полигонометрических станций прямой засечкой, — третий ряд параллактической точной полигонометрии.

В 1909 г. геодезист А. Тихи применил в своем методе параллактический принцип с целью замены триангуляции посредственным методом измерения расстояния. Однако большое влияние систематических ошибок не позволило ему применить этот метод на практике [12].

Отдельную группу посредственных методов измерения расстояния создают методы, базирующиеся на оптическом принципе двойного изображения в оптических дальномерах. Уже в 1881 г. И. Кравзе сконструировал соответствующий инструмент для измерения параллактических углов. Он ис-

пользовал на практике горизонтальную рейку и посредством этого способом определял искомую длину [13].

В 1890 г. Ричард в США изобрел и применил в инструментальной технике оптический принцип двойного изображения, используя вместо горизонтальной вертикальную рейку. Этот принцип, как упомянуто выше, был применен позже во всех дальномерах двойного изображения. Современные оптические дальномеры можно разделить на два вида. К первой группе дальномеров принадлежат инструменты типа Енги, в которых рейка находится на месте инструмента, а постоянный параллактический угол — в визирной точке. К второй группе оптических дальномеров относятся такие дальномеры, для которых рейка устанавливается в визирной точке. Этого рода дальномеры и посредственные методы применяют на практике, начиная с 1912 года. С развитием новых односторонних оптических дальномеров и двуметровых инварных реек фирм Вильда, Цейсса, Аскании и других, эти методы нашли более широкое применение. Относительная точность этих методов $1 : 5000$ — $1 : 10\,000$, а сейчас даже больше [14].

К. Вайгель занимался в 1932 г. триангуляцией без измерения углов. В то время, когда этот вопрос возник, разные авторы занимались только вопросами плоской трилатерации и никто не думал о возможностях применения геодезическо-астрономических трилатерационных сетей 1-го класса. К. Вайгель занимался не только вопросами замены соответствующих плоских формул сферическими или сфероидическими, но и разрабатывал методику измерения триангуляционной сети 1-го класса. Используя известные уже тогда теоретические размышления, связанные с трилатерацией, он заложил большие треугольники с более длинными сторонами в триангуляционных сетях 1-го класса. Для этого он предлагал использовать параллактическую точную полигонометрию, измеряя малые базисы и параллактические углы, с помощью которых он посредственным путем вычислял длинные стороны полигона, т. е. стороны больших треугольников трилатерации. Его полигонометрические ходы связывают постоянные триангуляционные точки 1-го класса, отдаленные друг от друга расстоянием от 120 до 130 км. Он утверждал, что в таких трилатерационных сетях ошибки будут меньше по сравнению с триангуляцией, а сгущение трилатерационной сети контрольными точками будет выполнено дешевле и быстрее [15].

В 1925 г. Д. Дренов применил в Средней Азии для определения главных контрольных точек параллактическую точную полигонометрию [16]. В своей параллактической схеме он измерял шесть углов. Длина стороны полигона $S=AB$ колеблется в диапазоне от 300 до 3000 м, а параллактические уг-

ды от 2° до 10° . Относительная точность определения длины $S=AB$ составляла 1:4000—1:75 000.

Аналогичными работами занимался в 1920 г. К. Исаков [17] и в 1930 г. в Средней Азии В. Ф. Дейнека. Работы этих геодезистов заслуживают высокой оценки.

Начиная с 1927 г. параллактической точной полигонометрией и ее применением на практике занимался также В. В. Данилов [4, 18, 19]. Он создал частную параллактическую схему (рис. 7) и при ее помощи получил частную формулу (7).

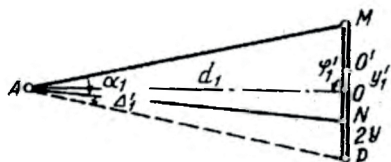


Рис. 8.

Объяснения к рисунку (7):

$AB=D$ — искомая длина; l — параллактический базис; α_1 и α_2 — параллактические углы;

l_1 и l_2 — независимо измеренные базисы с двух позиций инструментов A и B ; d_1' и d_2' — определяемые расстояния с левой и правой сторон параллактической схемы; β_1' и γ_2' — углы, необходимые при выводе формулы (7); y_1' — асимметрия положения базиса; Δ_1' — двойной параллактический угол асимметрии, принятый в уравнениях (7) и (8); φ_1' — угол между направлением параллактического базиса и линией $D=AB$, в левой стороне параллактической схемы.

Основная формула В. В. Данилова имеет следующий вид:

$$D = \frac{\sum \frac{l_i \sin \varphi_1' \cos \alpha_i \pm \cos \varphi_1' \sin \Delta_i' + \sqrt{1 - (\cos \varphi_1' \cos \alpha_i \mp \sin \varphi_1' \sin \Delta_i')^2}}{\sin \alpha_i}}{2} \quad (7)$$

причем

$$\sin \Delta_i' = \frac{2y_i'}{l_i} \sin \alpha_i, \quad \text{а углы } \gamma_i = \gamma_i'' \text{ (рис. 16)}. \quad (8)$$

В своих работах В. В. Данилов рассмотрел три рода параллактических схем, а именно: параллактические схемы с параллактическим базисом в конце параллактической схемы, параллактические схемы с параллактическим базисом в середине параллактической схемы и двойные параллактические схемы.

В основной параллактической схеме В. В. Данилова инструмент $[O]$ находится на линии $D=AB$, а параллактический базис l_i имеет ограниченное положение, обусловленное равенством углов $\gamma_i = \gamma_i''$, показанное в уравнении (8). Угол φ_1' В. Данилов наблюдал непосредственно, а угол φ_2' определял при помощи уравнения $\varphi_2' = 180^\circ - \varphi_1'$. Точность определения установки инструмента в точке $[O]$ на линии $D=AB$ В. В. Данилов принял в пределах $\mu_y' = \pm 1$ м, а точность определения

связующего угла φ_1' — в пределах $\mu\varphi_1' = \pm 10'$. Точность определения угла $\varphi_2' = 180^\circ - \varphi_1'$ зависит от точности установления инструмента в точке [O], от точности определения и измерения связующего угла φ_1' , а также от точности определения асимметрии y_i' .

Эти условия не создают возможности точного определения весов для сторон параллактического полигона и точного определения двойного параллактического угла асимметрии Δ' , который В. В. Данилов вычислял с помощью формулы (8). Неточное определение инструмента в точке [O] на линии $D = AB$ и неточное определение начала асимметрии y_i' , обуславливают неточное определение связующих углов φ_1' , φ_2' , неточное определение двойного параллактического угла асимметрии Δ' , что в результате будет влиять на определение расстояния $D = AB$. Эти неточности будут переноситься также на другие параллактические схемы и формулы, полученные В. В. Даниловым с его основной параллактической схемы (рис. 7) и с его основных формул (7) и (8), [4, 18, 19]. Принимая во внимание теоретические положения В. В. Данилова в его основной параллактической схеме (рис. 7) видим, что его схема и выведенные из нее основные формулы (7) и (8) не являются общими, а частными случаями основной теории обобщения параллактической точной полигонометрии [14].

Главное государственное геодезическое управление в Германии тоже занималось разными параллактическими методами. В 1933—1937 гг. оно поручило А. Ланге исследовать возможности применения на практике параллактические методы Вильда, Гаста, Данилова и других [21]. На основании многочисленных опытов А. Ланге пришел к следующим выводам: потерянные триангуляционные пункты 2-го, 3-го и 4-го классов можно найти при помощи параллактической точной полигонометрии, с достаточной точностью; координаты необходимо определять методом узловых точек, применяя три или четыре параллактических хода; применение метода строгого уравнивания узловых точек необходимо только для определения триангуляционных пунктов 3-го и 2-го классов, а для триангуляции 4-го класса можно использовать обыкновенный способ вычисления и уравнивания, применяемый обычно для полигонометрических узловых точек.

Посредственные методы, так называемые «Messbalkenverfahren», являются продолжением развития посредственных методов Йордана, Крюгера и Бюлера, о которых мы уже упоминали выше.

Посредственный метод измерения расстояния Р. Лявнгагарда базируется на измерении отрезков $P_2P_3 = a$ и $P_2P_1 = b$, определяемых на балках с помощью подвижных знаков и изме-

рений параллактических углов $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ точным теодолитом. С помощью измерения отрезков и параллактических углов Р. Лявнгард определял посредственным способом расстояние $S=AB$ (рис. 9), [46].

Е. Гигас опубликовал в 1936 г. свой новый посредственный метод определения расстояния. Он измерял теодолитом параллактические углы $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, а отрезки a и b — с помощью балки Лявнгарда, и определял длину $S=AB$ [23]. (рис. 10).

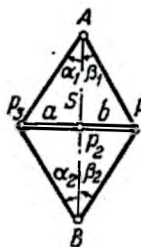


Рис. 9.

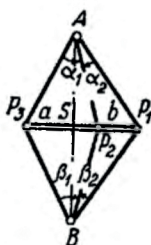


Рис. 10.

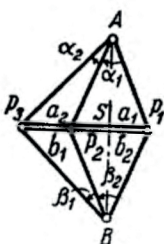


Рис. 11.

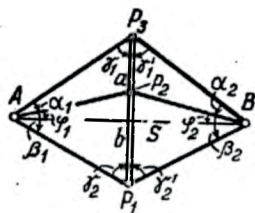


Рис. 12.

Третьим геодезистом, который также занимался посредственным методом определения расстояния с помощью балки был Г. Вольф. Он предложил несколько способов решения своей параллактической схемы и сопоставил их результаты (рис. 11), [26].

Г. Кульман применял балку при посредственном определении расстояния, используя на практике параллактическую схему, показанную на рис. 12. Для определения расстояния $S=AB$ посредственным методом он измерял с помощью балки отрезки a и b и точным теодолитом наблюдал параллактические углы $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \varphi_1, \varphi_2$, [24].

Варкмайстер [25] сопоставил методы Гигаса, Вольфа и Кульмана и определил их точность, принимая среднюю квадратическую ошибку измерения угла $\mu = \pm 1'$. Для метода Гигаса он получил эту ошибку $M_{AB} = \pm 0,3$ мм, для метода Вольфа $M_{AB} = \pm 0,390$ мм, а для метода Кульмана $M_{AB} = \pm 0,418$ мм.

Посредственные методы «Mezsbalkenverfahren» применялись при центрировке эксцентрических триангуляционных измерений. Наиболее длинные посредственно определяемые расстояния составляли 100 метров. Длина измерительной балки была равна 4—8 метров.

В 1836 г. Г. Пешель провел дальнейшие исследования по применению на практике разных параллактических схем и следующих посредственных методов измерения расстояния: тахиметрического метода определения положения контрольных точек, которые лежат в горизонтальном поле зрения ин-

струмента, тахиметрического метода определения положения контрольных точек, которые не лежат в горизонтальном поле зрения инструмента, посредственного пространственного метода определения положения контрольных точек с помощью горизонтальной рейки, которая находится в горизонтальном поле зрения инструмента и метода параллактической точной полигонометрии. Этот последний метод Г. Пешель считал наиболее полезным. Г. Пешель исследовал разные параллактические схемы (рис. 13 а, в, с, d, e, f, g) и показал, что параллактические схемы, которые имеют перпендикуляр

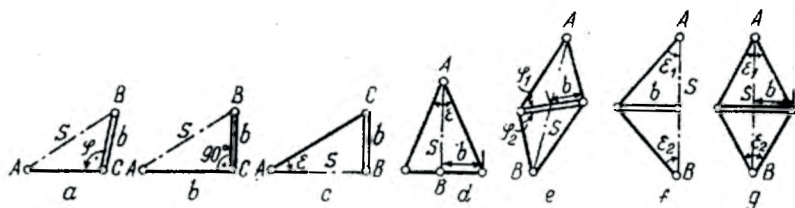


Рис. 13.

лярные базисы до полигонометрической стороны $S=AB$, являются менее точными по сравнению с параллактическими методами, которые имеют перпендикулярные базисы. Г. Пешель различал три рода точностей, которые можно получить разными инструментами и с помощью различных параллактических схем, а именно: малую точность, т. е. с относительной ошибкой $1:5000$ — $1:10\,000$, среднюю точность, т. е. с относительной ошибкой $1:10\,000$ — $1:30\,000$, и высокую точность, — с относительной ошибкой менее $1:30\,000$ [29].

А. С. Филоненко применил в 1934—1936 гг. параллактическую точную полигонометрию в северных залесенных районах СССР [30, 31]. Двойная параллактическая схема оказалась на практике очень полезной и ее использовали для картографо-геодезического обоснования при составлении мелкомасштабных карт в северных необжитых районах СССР вместо триангуляции 3-го класса. Двойные параллактические схемы А. С. Филоненко прокладывал вдоль больших рек и с их помощью посредственным способом измерял стороны полигонов.

Параллактической полигонометрией занимались также А. С. Чеботарев и А. С. Юркевич [32, 33].

К интересным методам измерения расстояния относятся также такие посредственные методы, которые базируются на принципе прямой засечки и опираются в своей основе на триангуляцию или на обыкновенную, либо параллактическую полигонометрию. К этим методам следует отнести метод пря-

мой засечки, примененный П. Гастом в 1908 г. в Аргентине, и посредственные методы прямых засечек Ричарда, Вильда, Цейсса, Босгарда и других. Начиная с 1912 г. они были применены сначала в Швейцарии, а затем в Германии, СССР и США. Последнее время фирмы Вильда, Цейсса, Аскании и другие изготовили целый ряд точных дальномеров и инварных реек, что имело влияние на широкое применение этого рода посредственных методов в геодезической практике. Методы прямых засечек, применяемые в США, Англии и Ка-

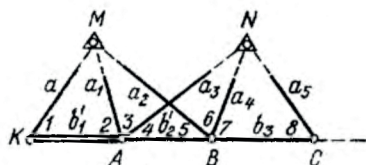


Рис. 14.

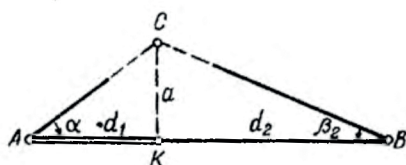


Рис. 15.

наде, используют как дополнение к триангуляции вдоль берегов моря, включая острова, близко расположенные к главной триангуляционной сети морского побережья [34, 35, 36]. Основанием для прямых засечек являются триангуляция и полигонометрия. Метод так называемой быстрой триангуляции был применен в Англии и английских колониях [34, 35, 36, 37, 38], а метод прямой засечки, который базируется на пунктах, определенных параллактической точной полигонометрией, применил В. В. Данилов. Методы прямой засечки использованы также в Швейцарии при наземной фотограмметрии [37, 38].

Метод прямых засечек, которые связывают полигонометрический ход с ориентирами, применил в своей работе А. И. Дурнев, который измерял один или два базиса в начале и в конце полигонометрического хода, два или один азимуты в начале или в конце полигонометрического хода и координаты начальной и конечной точки. Он принял ориентирные точки односторонне или двусторонне и связал их с полигонометрическими точками, с помощью соответствующих углов (рис. 14). Этот метод использовал А. И. Дурнев при сгущении триангуляции или при построении отдельной геодезической сети. Точность этого метода составляет 1:3000—1:5000 [39]. Основная формула А. И. Дурнева следующая:

$$S_i = KB = b_1' + b_1' \frac{\sin(1) \sin(3+4+5)}{\sin(1+2) \sin 5} \text{ и т. д.} \quad (9)$$

Посредственный метод определения расстояния с помощью прямой засечки применил на практике также А. Д. Моторный. Основная его схема показана на рис 15 [40]. В этой

стояния; S_i — непосредственно вычисленное расстояние; ε_i — независимо измеренные параллактические углы; $b_i = M_i N_i$ — независимо измеренный малый параллактический базис; $B_i = M_i P_i$ — независимо измеренный удлиненный большой параллактический базис; y_i — независимо измеренная асимметрия от установки инструмента O_i до O' ; O' — центр малого параллактического базиса ε_i ; O_i — центр удлиненного большого параллактического базиса B_i и установка инструмента; $[O]$ — точка пересечения параллактического базиса ε_i или B_i и определяемой линии $S_i = A_i B_i$ и отдельное положение установки инструмента O_i ; α_i и β_i — независимо измеренные углы, применяемые только в некоторых случаях частных параллактических схем и необходимые для вывода общей редукционной формулы (13); γ_i — вычисленные или независимо измеренные углы в точке M_i ; γ_i' — вычисленные или независимо измеренные углы в точке P_i ; δ_i — независимо измеренные углы, используемые в некоторых случаях параллактических схем; Δ_i — независимо измеренный или вычисленный произвольный двойной параллактический угол асимметрии, выраженный общей параллактической функцией (11); dy_i — отклонение точки O_i , т. е. установки инструмента от линии $S_i = A_i B_i$; φ_i — независимо измеряемые связующие углы.

На рис. 16 показано с помощью окружности $\gamma_{[O]}$ $= dy_i$, что точка O_i может занимать произвольное положение. Положение точки O_i можно определять на практике, а асимметрию y_i вычислить с помощью следующей формулы:

$$y_i = \left(\frac{b_i}{2} + y_i \right) - \frac{b_i}{2}.$$

Принятие автором для установки инструмента произвольной точки O_i и произвольных величин для связующих углов φ_i имеет большое практическое значение и создает общие возможности для широкого использования этой схемы на практике. На основании общей параллактической схемы (рис. 16) автор вывел общие формулы (11—14), которые вместе с общей параллактической схемой создают основную теорию обобщения параллактической точной полигонометрии.

Общая параллактическая функция для вычисления двойного параллактического угла асимметрии Δ_i :

$$\sin \Delta_i = \frac{2y_i}{b_i} \sin \varepsilon_i \frac{\sin \gamma_i'}{\sin \gamma_i}. \quad (11)$$

Общая формула для вычисления параллактического угла ε_i :

$$\sin \varepsilon_i = \frac{b_i}{2y_i} \sin \Delta_i \frac{\sin \gamma_i}{\sin \gamma_i'}. \quad (12)$$

Общая редуccionная формула для вычисления расстояния s_i :

$$s_i = \frac{b_i}{2} \frac{\sin \varphi_i \cos \varepsilon_i + \cos \varphi_i \sin \Delta_i \frac{\sin \gamma_i}{\sin \gamma_i'}}{\sin \varepsilon_i} + \sqrt{1 - \left[\cos \varphi_i \cos \varepsilon_i - \sin \varphi_i \sin \Delta_i \frac{\sin \gamma_i}{\sin \gamma_i'} \right]^2} \frac{1}{\sin \varepsilon_i} \quad (13)$$

Общая формула для вычисления всего расстояния $S_i = A_i B_i$:

$$S_i = \sqrt{s_{1i}^2 + s_{2i}^2 - 2s_{1i}s_{2i}\cos\varphi_{3i}} \quad (14)$$

Из созданной автором основной теории обобщения параллактической точной полигонометрии можно вывести все известные в литературе частные параллактические схемы и выведенные на их основании частные формулы, используемые в параллактической точной полигонометрии [14, 20, 44] и других посредственных методах измерения расстояния, применяемых в геодезии и фотограмметрии [51, 52, 53, 54].

ЛИТЕРАТУРА

1. Nörlund, Bulletin Geodesique, 55, 1937.
2. Eratosthenes Batavus, de terrae ambitus vera quantitate, a Willebrordus Snellio, Lugduni Batavorum 1617 an.
3. H. Swerd, Die kleine Speyerer Basis oder Beweis dass man einen geringen Aufwand an Zeit, Mühe und Kosten durch eine genau gemessene Linie, Grundlage einer grossen Triangulation bestimmen kann, Speuer, 1822.
4. В. В. Данилов, Точная полигонометрия, докт. дисс., М., 1946.
5. Börsch, Z. f. V. (1892).
6. W. Jordan, Z. f. V. (1892).
7. Jordan-Eggert, Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart, 1948 u. 1950.
8. L. Krüger, Über die Bestimmung von Entfernungen aus einer kleinen Basis, Z. f. V. (1895).
9. H. Böhrer, Mitt. aus den deutschen Schutzgebieten, Berlin (1905).
10. Kurtz, Mitt. aus den deutschen Schutzgebieten, Berlin (1905).
11. P. Gast, Z. f. V. (1910).
12. A. Tichy, Trigonometrische Längenbestimmung geodetischer Grundlinien, Wien, 1909.
13. J. Krause, Zentralzeitung f. Optik u. Mechanik (1881) u. Besprechung in der Z. f. V. (1882).
14. O. Makar, Die Verallgemeinerung der neuen parallaktischen Präzisionspolygonometrie, Dokt.-Dissert., München, 1949.
15. K. Weigel, Triangulacja bez pomiarów katowych, Lwów, 1932.
16. Д. Дренов, Определение опорных точек в закрытых местностях, Геодезиздат, 1927.
17. К. Исаков, Горизонтальная рейка и тангенциальный винт при полигоновых ходах, Геодезиздат, 1928.
18. В. В. Данилов, К вопросу о схеме параллактического звена в точной полигонометрии, Геодезиздат, 1935.
19. V. W. Daniloff, Mitt. d.R.f.L.A., I (1936).
20. O. S. Makar, Append. to the Int. Archives of Photogram., Commission IV, 2, Vol. XII: 4 (1956).

21. A. Lange, Mitt. d.R.f.L.A., 3, Jahrg. (1933/34); 1, Jahrg. (1934/35); 1, Jahrg. (1935); 4, Jahrg. (1936); 3, Jahrg. (1937); 5, Jahrg. (1937).
22. G. Förstner, Ausgleichung u. Genauigkeit von Polygonzügen in weitmaschigen Dreiecksnetz, Stuttgart, 1933.
23. E. Gigas, Mitt. d.R.f.L.A., Jahrg. (1936).
24. H. Kuhlman, Mitt. d.R.f.L.A., Jahrg. (1936).
25. P. Werkmeister, Z. f. Instr., Jahrg. (1937).
26. H. Wolf, Mitt. d.R.f.L.A., Jahrg. (1936).
27. O. V. Gruber, Optische Streckenmessung u. Polygonierung mit besonderer Berücksichtigung von Zeiss-Instrumenten, mit Beiträgen von G. Förstner, W. Schneider, K. Schwidewsky, Wichman, Berlin-Grünwald 1942, 1955.
28. G. Förstner, Genauigkeit der optischen Streckenmessung mit Theodolit u. Basislatte, Veröffentlichung der D.G.K., Reihe B, H. 20, München, 1955.
29. H. Peschel, Untersuchungen der mittelbaren Streckenmessung mit der Anwendung von Theodoliten u. Tangentenschraubeninstrumenten zur mikrometrischen Winkelmessung, Dokt.-Dissert., Dresden, 1936.
30. А. С. Филоненко, Теория и практика применения особой конструкции параллактического звена с базисной сетью, Геодезиздат, 2, 1937.
31. А. С. Филоненко, Труды ЦНИИГАиК, вып. 28 (1939).
32. А. С. Чеботарев, Дальномерная полигонометрия, М., 1933.
33. А. С. Юркевич, Параллактическая полигонометрия, М., 1935.
34. C. H. Durgin a. W. D. Sutcliffe, Manual of first order traverse, Washington, 1927.
35. D. Clark a. J. Clendinning, Plane and Geodetic Surveying for Engineers, London, 1953.
36. R. E. Davis a. Foote F. S. Surveying Theory and Practice, London—New-York, 1953.
37. M. Zeller, Lehrbuch der Photogrammetrie, Zürich, 1947.
38. M. Zeller, Text Book of Photogrammetry, London, 1952.
39. А. И. Дурнев, Новые системы построения геодезических сетей, Геодезиздат, М., 1952.
40. А. Д. Моторный, Новые системы звеньев полигонометрии, докт. диссерт. Львов, 1960.
41. A. Bjerhammer, A contribution to the methods of optical distance measuring specialty with regard to the problems of automatic plotting, Doct.-Dissert., Stockholm, Kungl. Tekniska Högskolan, 1948.
42. F. Simmerding, Möglichkeiten u. Grenzen der optischen Distanzmessung Doktor.-Dissert., Technische Hochschule, München, 1951.
43. M. Kneissl, Internationale Streckenmesskurse in München, Ausgewählte Vorträge über neuere Entwicklungen geodetischer Instrumente u. Fortschritte in der optischen Streckenmessung, Goslar, 1955.
44. O. S. Makar, Die neue parallaktische Feinpolygonometrie, VIII Internationaler Kongress der Photogrammetrie, Stockholm, 1956.
45. E. Gigas u. Ebeling, Elektrisches Auge, Deutsche Geodetische Kommission, Reihe B, Heft 51, Frankfurt a. M., 1957.
46. R. Launhardt, Die Triangulation I. Ordnung, Berlin, 1915.
47. R. Burkhardt, Z. f. V. (1957).
48. W. Ham, Z. f. V. (1959).
49. Boyle J., Australian Surveyor, Vol. 18, 1 (1960).
50. A. Paroll, Riv. del. Cat., XV (1960).
51. О. С. Мака́р, ДАН УРСР, 4 (1964).
52. О. С. Мака́р, ДАН УРСР, 6 (1964).
53. О. С. Мака́р, ДАН УРСР, 8 (1964).
54. О. С. Мака́р, ДАН УРСР, 10 (1964).