

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СХЕМ ИЗМЕРЕНИЙ В ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Одним из наиболее распространенных видов инженерно-геодезических сетей являются строительные сетки. Действующее руководство по строительным геодезическим сеткам [3] рекомендует их разработку поэтапным методом. Первый этап — развитие сети триангуляции. Затем между пунктами триангуляции прокладываются полигонометрические ходы, которые образуют каркас сетки в виде замкнутых полигонов. Пункты внутри полигонов определяют одним из пяти методов (хордовые и геодезические засечки, микротриангуляция, четырехугольники без диагоналей, комбинированный способ, трилатерация).

Возможно построение сетки двухэтапным методом, т. е. создается каркас из полигонометрических замкнутых ходов, которые заполняются одним из предложенных пяти методов.

Построение сети обоями рекомендуемыми методами имеет ряд недостатков: необходимость уравнивания сети на каждом этапе; учет погрешностей представляющих этапов; совместное использование различной измерительной техники (угломерные и дальномерные приборы с различными точностями характеристик); производство высокоточных угловых измерений при сравнительно коротких сторонах сетки; привязка выбираемой типовой схемы измерений к рельефу местности; невозможность использования дальномерных измерений, по точности меньших или равных требуемым относительным погрешностям длин линий.

Кроме того, методика не распространяется на специальные сети с повышенными точностями характеристиками, предъявляемыми к отдельным элементам сети (линии, направления, углы).

В предлагаемой статье поставлена задача разработать алгоритм построения схем измерений с целью автоматизации процесса проектирования с использованием ЭВМ. Разработанный алгоритм должен быть лишен указанных недостатков, а также иметь свойство минимизации числа измерений в сети.

Для решения поставленной задачи мы отказываемся от поэтапного метода проектирования и будем использовать только равноточные линейные измерения.

Определение группы возможных измерений. Проектируемая схема имеет смысл лишь в том случае, если она планируется с учетом условий местности. Отбор линий в проектируемую модель производится на основании наличия видимости между пунктами и минимальной заданной высоты луча над земной поверхностью. В связи с этим возникает необходимость хранения структуры рельефа в памяти ЭВМ в виде цифровой модели местности (ЦММ), которая представляет собой группу координат X, Y, H

определенного количества опорных точек местности, набор которых осуществляют из имеющихся топографических съемок.

Наиболее удачное распределение опорных точек — их совпадение с локальными экстремумами рельефа. Такое размещение точек называется структурным [6] и дает наиболее полное отображение рельефа, что, в свою очередь, позволяет производить качественней отбор линий.

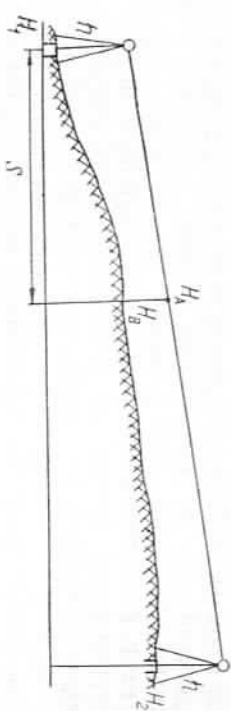


Рис. 1. Схема профиля и визирного луча между пунктами.

Для решения задачи определения видимости между пунктами и минимальной высоты визирного луча необходимо знать профиль между центрами пунктов и уравнение линии визирного луча. Координаты центров двух пунктов обозначим X, Y, H, X_2, Y_2, H_2 , высоту инструмента и отражателя примем одинаковой и равной h (рис. 1).

Уравнение координаты H визирного луча имеет вид

$$H_A = \frac{H_2 - H_1}{V(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \cdot S + H_1 + h, \quad (1)$$

где S — переменное расстояние от первой точки до проекции точки A , в которой определяется высота визирного луча.

Уравнения плановых координат текущих точек профиля можно записать

$$X_n = \frac{X_2 - X_1}{V(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \cdot S + X_1, \quad (2)$$

$$Y_n = \frac{Y_2 - Y_1}{V(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \cdot S + Y_1. \quad (3)$$

Высоты текущих точек профиля определяют как среднеарифметические высоты окружающих опорных точек местности, где вес — величина обратная расстоянию от определяемой точки до опорной. Высоты точек профиля находят по зависимости

$$H_b = \frac{\sum_{i=1}^n H_i}{\sum_{i=1}^n P_i}, \quad (4)$$

где i — номер опорной точки; n — количество опорных точек; P_i — расстояние от определяемой точки до i — опорной. Зависимость (4) обеспечивает прохождение аппроксимирующей поверхности через опорные точки, что весьма важно для построения профилей.

Определяя высоты текущих точек профиля с достаточным масштабом ΔS , получают полный вид профиля. С тем же шагом вычисляют соответствующие высоты визирного луча и их разницы с высотами профиля. Если найденная минимальная разность больше допустимой, то данную линию можно зачислить в группу допустимых измерений. Для решения задачи целесообразно составить не цифровую модель рельефа, а цифровую модель физической поверхности местности, т. е. поверхность ситуации местности, включая рельеф местности, растительный покров, искусственные сооружения. Вследствие этого опорные точки необходимо размещать на экстремумах поверхности местности. На застроенных территориях создание цифровой модели местности усложняется и требует значительного увеличения числа опорных точек. Однако в этом случае аппроксимирующая поверхность может иметь значительные расхождения с реальной поверхностью, особенно вблизи различных сооружений.

Для устранения этого недостатка предложено моделировать искусственные сооружения с помощью системы ограничений. Наиболее часто встречаются сооружения прямоугольной и круглой формы. Зная плановые координаты углов прямоугольного сооружения $ABCD$, можно определить уравнения линий AB , BC , CD , AD

$$\begin{aligned} Y &= a_{AB}X + b_{AB}; \\ Y &= a_{BC}X + b_{BC}; \\ Y &= a_{CD}X + b_{CD}; \\ Y &= a_{AD}X + b_{AD}, \end{aligned} \quad (5)$$

где a и b — коэффициенты линейного уравнения.

В результате замены в (5) X и Y координатами одной из произвольно лежащих точек (для линии AB точка C или D) мы получим систему неравенств

$$\begin{aligned} a_{AB}X_C + b_{AB} - Y_C &\geq 0; \\ a_{BC}X_A + b_{BC} - Y_A &\geq 0; \\ a_{CD}X_B + b_{CD} - Y_B &\geq 0; \\ a_{AD}X_B + b_{AD} - Y_B &\geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае удовлетворения систем неравенств (6) при замене X_k , Y_k значениями координат текущей точки профиля, можно утверждать, что текущая точка находится в пределах сооружения и ее высота будет равна высоте сооружения.

Для сооружений круглой формы предложено следующее равенство

$$(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 \leq R^2,$$

где X и Y — координаты текущей точки профиля; X_0 — координаты центра сооружения; R — радиус сооружения.

При наличии сооружений для каждой текущей точки проверяется выполнение систем неравенств (6) и (7). Их удовлетворения отпадает необходимость по (4).

Методика проектирования схем измерений. Проектирование схем измерений выполняется в два этапа: проектирование нулевого порядка (необходимые измерения); проектирование избыточных измерений.

Для сетей с двумя и более определяемыми пунктами составлены определенные множества схем нулевого порядка, которых следует выбрать наиболее эффективную. Можно допустить, что нужной схемой будет та, которая получила наименьшим условием, зависящим от точности построения измерений. Основным критерием построения измерительных схем является взаимное положение пунктов, которые нулевого порядка будет функцией погрешностей построения. Следовательно, решение выбора схемы нулевого порядка наиболее благоприятно при условии $\min \sum_{i=1}^n M_i$, где M_i —

индекс квадратической погрешности положения пунктов в i -м порядке; n — количество определяемых пунктов в схеме. Решение поставленной задачи используем видоизмененный алгоритм Минти для решения задач о «нахождении кратчайшего пути» описанного в [1].

Суть метода состоит в целенаправленном переборе исходных на определяемые пункты и выборе пункта, который дает $\min M_i$. Среднюю квадратическую погрешность M_i дадим по следующей формуле:

$$M_i = \frac{1}{\sin \gamma} \sqrt{\frac{M_{\text{исх}}^2 + M_{\text{исх}}^2}{2} + 2\mu^2},$$

где $M_{\text{исх}}$, $M_{\text{исх}}$ — средние квадратические погрешности измерения исходных пунктов; μ — средняя квадратическая погрешность измерения расстояния; γ — угол засечки.

В следующем цикле определенный i -й пункт используется как исходный, а перебор засечек выполняем из каждой комбинации пар исходных пунктов на оставшиеся определяемые. Цикл продолжается определенном новом исходного пункта, а проектирование схем нулевого порядка — нахождением следующего определяемого пункта.

Найденная схема нулевого порядка позволяет выполнять ввод избыточных измерений. Следовательно, возникает необходимость определения критерия отбора наиболее эффективных измерений. Для этого оценим точность взаимного положения двух пунктов с известными эллипсами погрешностей (рис. 2) (дирекционный угол направления 1—2 равен 90° по известной формуле

$$V = \mu \sqrt{G^T Q G}, \quad (9)$$

где G — матрица весовых функций взаимного положения; Q — корреляционная матрица измерений на пунктах 1 и 2.



Рис. 2. Два пункта с известными эллипсами погрешностей.

Корреляционная матрица имеет вид

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{X_1 X_1} & Q_{X_1 Y_1} & Q_{X_1 X_2} & Q_{X_1 Y_2} \\ Q_{Y_1 X_1} & Q_{Y_1 Y_1} & Q_{Y_1 X_2} & Q_{Y_1 Y_2} \\ Q_{X_2 X_1} & Q_{X_2 Y_1} & Q_{X_2 X_2} & Q_{X_2 Y_2} \\ Q_{Y_2 X_1} & Q_{Y_2 Y_1} & Q_{Y_2 X_2} & Q_{Y_2 Y_2} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

а матрица весовых функций для оценки расстояния и азимута направления

$$G^T = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{S} & 0 & \frac{1}{S} \\ -\frac{1}{S} & 0 & \frac{1}{S} & 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где S — расстояние между пунктами.

Подставляя (10) и (11) в (9), получаем ковариационную матрицу взаимного положения двух пунктов, диагональные элементы которой являются относительной погрешностью расстояния

$$m'_{1-2} = \frac{\mu \sqrt{Q_{Y_1 Y_1} - 2Q_{Y_1 Y_2} + Q_{Y_2 Y_2}}}{S_{1-2}} \quad (12)$$

и погрешностью азимута направления

$$m_a = \frac{\mu \sqrt{Q_{X_1 X_1} - 2Q_{X_1 X_2} + Q_{X_2 X_2}}}{S_{1-2}}, \quad (13)$$

или

$$m_a = \frac{\mu \sqrt{Q_{X_1 X_1} - 2Q_{X_1 X_2} + Q_{X_2 X_2}}}{S_{1-2}}. \quad (14)$$

Из (12) и (14) видно, что минимизация $Q_{Y_1 Y_1}$, $Q_{Y_1 Y_2}$, $Q_{X_1 X_1}$, $Q_{X_1 X_2}$ и соответственно m_{11} , m_{12} , m_{21} , m_{22} приводит к повышению точности взаимного положения пунктов 1 и 2.

Следовательно, критерием отбора избыточных линий, согласно выражению (12), является минимизация векторов эллипсов погрешностей, совпадающих с направлением оцениваемой линии, и, согласно (14), перпендикулярных к оцениваемому направлению. Мы исследовали влияние измеренной линии между двумя пунктами с известными эллипсами погрешностей, не связанных корреляционной зависимостью, на изменение их параметров. Получено, что изменение параметров эллипса одного пункта является функцией его же параметров и величинной вектора эллипса погрешностей на втором пункте, совпадающего с направлением измеренной линии*.

Сжатие эллипса погрешностей по вектору, совпадающему с направлением измеренной линии, максимальное, а в перпендикулярном ему — остается практически без изменений. По мере удаления от направления линии сжатие уменьшается. Согласно изложенному, критерии эффективности каждой линии можно представить следующими зависимостями:

$$r_{nm}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k A_{mi} \cos \alpha_{mi}}{A_n} + \frac{\sum_{j=1}^l A_{nj} \cos \alpha_{nj}}{A_m}; \quad (15)$$

по оценке точности азимута направлений

$$r_{nm}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k A_{mi} \sin \alpha_{mi}}{A_n} + \frac{\sum_{j=1}^l A_{nj} \sin \alpha_{nj}}{A_m}, \quad (16)$$

где A_n , A_m — векторы эллипсов погрешностей n , m , совпадающих с измеренной линией; A_{mi} , A_{nj} — векторы эллипсов погрешностей на пунктах n , m , совпадающих с направлением оцениваемых линий, не удовлетворяющих заданному взаимному положению; α_{mi} , α_{nj} — углы между вектором A_m и векторами A_{mi} и соответственно A_n и A_{nj} (рис. 3).

Линия, обладающая максимальной величиной суммы r^s и r^a , будет наиболее эффективной.

Одно из дополнительных требований, предъявляемых к сети, — заданная точность планового положения пунктов. В работе [5] эмпирическим путем получен эффективный критерий введения дополнительных измерений. Это линии между пунктами, погрешность положения которых не удовлетворяет заданной, а большие погрешности эллипсов погрешностей — максимальны.

* Ввиду сжатости изложения, вывод опускается.

Опираясь на ранее изложенное, критерий эффективности измерений представим зависимость

$$r_{mn}^A = \frac{A_m^A \cos \alpha_{mA}}{A_n} + \frac{A_n^A \cos \alpha_{nA}}{A_m}, \quad (17)$$

где A_n^A , A_m^A — большие полуоси эллипсов погрешностей пунктов, которые не удовлетворяют заданным погрешностям положений; α_{nA} , α_{mA} — углы между большими полуосями A_n^A , A_m^A и соответствующими векторами A_n и A_m .

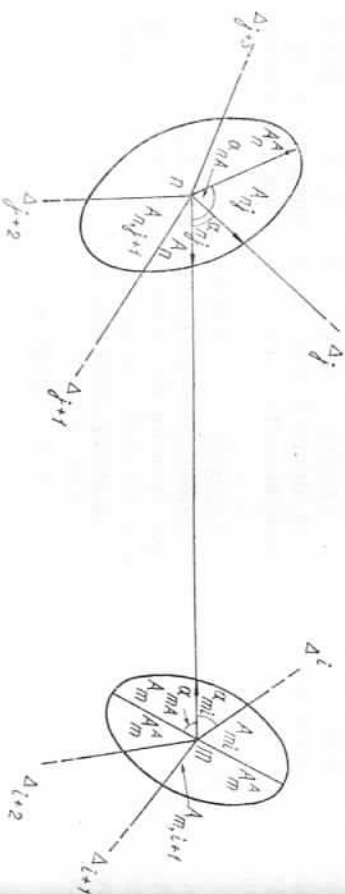


Рис. 3. Элементы эллипсов погрешностей.

Линия, обладающая максимальной величиной r_{mn}^A , более полезна по оценке точности положения пунктов.

Целенаправленный ввод измерений по максимальной значении $r = r^* + r^a + r^d$ позволяет достичь необходимой точности взаимного положения между пунктами и допустимых погрешностей положения пунктов.

Алгоритм проектирования схемы измерений. На основании разработанной методики была создана на языке Фортран-IV программа для ЭВМ ЕС, формирующая схему линейных измерений, удовлетворяющая заданной точности.

Исходными данными для ввода в программу служат следующие параметры:

- количество пунктов проектируемой сети;
- номера исходных пунктов сети;
- координаты пунктов (X , Y);
- допустимые средние квадратические погрешности азимута каждого направления;
- допустимые средние квадратические погрешности длин каждой линии;

число опорных точек ЦММ;

координаты X , Y , H опорных точек ЦММ;

высоты инструмента и отражателя;

шаг текущих точек профиля;

количество сооружений прямоугольной формы;

плановые координаты углов сооружений прямоугольной формы;

высоты сооружений прямоугольной формы;

количество центров сооружений круглой формы;

радиусы сооружений круглой формы (X , Y);

допустимая высота визирного луча над земной поверхностью.

Второй блок программы выполняет вычисление высот пунктов сети, согласно (4), используя плановые координаты пунктов сети и координаты опорных точек ЦММ.

Следующий блок программы формирует системы неравенств для моделирования сооружений прямоугольной и круглой формы, используя соответственно плановые координаты углов и центров зданий и их радиусы. Каждому прямоугольному сооружению соответствует система неравенств (6), а сооружению круглой формы — (7).

Четвертый блок программы составляет каталог линий, по которым можно производить измерения. Для этого на каждой линии определяются пространственные координаты текущих точек визирного луча с заданным шагом по (1), (2), (3). Затем поочередно выполняется проверка плановых координат текущих точек профиля в (6), (7). В случае удовлетворения одной из систем неравенств высота точки профиля равна высоте сооружения, моделируемого этим неравенством. В противном случае высоту определяю по (4). Затем находят разницу соответствующих высот визирного луча и профиля. Если значение всех разностей больше допустимой высоты визирного луча над земной поверхностью, то эта линия вводится в каталог возможных измерений. Описанная подпрограмма заканчивается формированием каталога всех линий, по которым можно производить измерения.

Следующий блок программы определяет сеть нулевого порядка. Для этого по (8) с двух исходных пунктов поочередно предвычисляются точность линейных засечек на все определяемые пункты, за исключением пунктов, линий засечек которых нет в каталоге возможных измерений. Пункт, имеющий минимальное значение M , заносится в группу исходных пунктов. Линии, участвующие в засечке этого пункта, удаляются из каталога возможных измерений. Затем процесс повторяется. С каждой комбинацией пар исходных пунктов, с учетом каталога возможных измерений, вычисляют засечки на все оставшиеся определяемые пункты. Пункт с минимальной величиной заносится в группу исходных пунктов, а линии, определяющие его засечку, удаляются из каталога возможных измерений.

Формирование схемы нулевого порядка заканчивается занесением последнего пункта в группу исходных пунктов и составлением каталога линий, участвующих в линейных засечках.

Следующий блок программы выполняет отбор избыточных измерений. Для этого, согласно схеме нулевого порядка, выполняются расчет точности сети, который заканчивается вычисле-

ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ В СТРОИТЕЛЬНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ И НЕКОТОРЫЕ ПУТИ ИХ АВТОМАТИЗАЦИИ

В настоящее время в строительстве наиболее распространены оптические геодезические приборы — теодолиты, нивелиры, а также мерные ленты, рулетки и т. п., т. е. классические приборы топографо-геодезического назначения. Эти приборы создавались без учета их применения в современном строительном производстве, и поэтому они часто не отвечают уровню организации и технологии строительно-монтажных работ (СМР) вследствие ряда недостатков конструктивного и функционального характера [3]. Кроме того, классические приборы не могут обеспечить необходимую скорость и оперативность геодезических измерений, так как технологические процессы измерений выполняются вручную.

В практику геодезических измерений в строительстве сейчас начинают внедрять лазерные геодезические приборы (ЛГП), такие, как ЛВ-5М, ПЛ-1, УНЛЗ-У5, ПЛ1 и другие [1, 2]. Они более приспособлены для измерений в процессе СМР, чем оптические приборы. Однако применение существующих ЛГП не в состоянии полностью устранить несоответствие уровня технологичности СМР уровню организации геодезических измерений. Путь решения проблемы, как нам представляется, лежит в комплексной автоматизации измерений при производстве СМР. Поэтому при разработке перспективных геодезических приборов и систем для строительного производства в числе прочих необходимо решить вопрос о том, какие этапы геодезических измерений следует автоматизировать и каким образом.

Вне зависимости от того, какие геометрические параметры измеряются, процесс геодезических измерений при производстве СМР заключается в выполнении отдельных относительно независимых операций — своего рода технологических этапов измерений. К их числу в первую очередь следует отнести:

установку (перустановку) прибора;
приведение прибора в рабочее положение;
контроль за соблюдением рабочего положения и правильностью функционирования прибора;

снятие отсчетов и фиксацию измеряемых геодезических данных;

передачу данных в узел обработки или в место ведения СМР, анализ данных и принятие решений о ходе СМР, передачу принятых решений на исполнение;

установку (перустановку) марок и реек.
Каждая из названных операций, являясь составной частью всего измерительного процесса, представляет собой некоторую последовательность действий, которые могут выполняться вру-

чим обратной матрицы и относительных погрешностей длин линий, средних квадратических погрешностей азимутов направлений и больших полусей эллипсов погрешностей. Затем составляется каталог линий, относительные погрешности длин которых не удовлетворяют заданным, каталог направлений, средние квадратические погрешности азимутов которых не удовлетворяют заданным, и каталог пунктов, большие полусей эллипсов погрешностей которых не удовлетворяют заданным.

В случае обнаружения таких линий выполняется отбор из точных измерений. Для этого по каждой линии, входящей в каталог возможных измерений, вычисляются значения r . Векторы эллипсов погрешностей, совпадающих с направлением оцениваемых линий, которые не удовлетворяют заданным погрешностям (см. (15) и (16)), а также совпадающих с направлением измеренной линии (выражение (17)), вычисляются по зависимости

$$A = \mu \sqrt{\frac{1}{2}(Q_{xx} + Q_{yy}) + \frac{1}{2}(Q_{xx} - Q_{yy}) \cos 2\theta + Q_{xy} \sin 2\theta} \quad (19)$$

где θ — прямой азимут направления; Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{xy} — элементы обратной матрицы; μ — средняя квадратическая ошибка расстояний.

Линия, обладающая максимальным значением r , вводится в сеть как избыточная, а из каталога возможных измерений удаляется. Новая корреляционная матрица вычисляется по рекуррентной формуле [7]

$$Q_{i+1} = Q_i - \frac{Q_i a^T a Q_i}{1 + a^T Q_i a},$$

где a — вектор уравнения поправок очередной избыточной линии. Затем подсчитывается точности сети повторяется и по необходимости определяется новая избыточная линия. Процесс ввода избыточных измерений заканчивается при удовлетворении точностных характеристик полученной сети измерений заданным.

Последний блок программы осуществляет вывод на печать схемы измерений в сети и полный подсчет ее точности.

Разработанный алгоритм позволяет автоматизировать процесс проектирования и оптимизировать схему измерений.

Список литературы: 1. Ермолов Ю. М., Дашко Н. И., Михайлов В. С., Топля В. И. Математические методы исследования операций. — Киев: Вища школа, 1979. 2. Маркузе Ю. И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. — М.: Недра, 1982. 3. Руководство по расчету точности геодезических работ в промышленном строительстве. — М.: Недра, 1979. 4. Талитский З. П. Оптимальные методы проектирования геодезических сетей триангляции с помощью ЭВМ. — Геодезия, картография и аэрофотогеодезия, 1982, вып. 36. 6. Цифровое моделирование местности в топографо-геодезических целях. Обзорная информация ГИТК, 1980, вып. 44. 7. Gazdriki J. Analiza dokladnosci rozlozonym sieci geodezyjnych. — Prace instytutu Geodezji i kartografii, 1976, t. 23, № 3 (56).

Статья поступила в редакцию 11.05.85