

В. Л. ГУТКИН

**О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТМЕТОК
ПРИ КОРОТКОДИСТАНЦИОННОЙ
СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКЕ
НЕМЕТРИЧЕСКИМИ ФОТОКАМЕРАМИ**

Эффективным методом исследования процессов эрозии и потерь почвы на естественных стоковых площадках и в лабораторных условиях, изучения гидравлических характеристик водных потоков на моделях гидротехнических сооружений, а также в других исследованиях является короткодистанционная стереофотограмметрическая съемка (КСС) с высот $H=1,5-3,5$ м.

При использовании любительских, неметрических фотокамер обоснованием съемки может служить горизонтальная сетка квадратов или прямоугольников, устанавливаемая над объектом на высоте 10...30 см. Координаты и отметки точек изучаемой поверхности вычисляют относительно углов сетки [1, 2].

Применение такого вида съемочного обоснования позволило избежать калибровки неметрических камер и их реконструкции.

Превышения h точки объекта относительно сетки находят по формуле

$$h = \frac{H\Delta\rho}{\rho_c + \Delta\rho}, \quad (1)$$

где $\Delta\rho = \rho_{отеч.д} - \rho_{отеч.к}$ — разность горизонтальных параллаксов i -й точки исследуемого объекта и ближайшей стороны квадрата сетки; ρ_c — параллакс сетки, вычисляемый по формуле

$$\rho_c = \frac{l}{L} B, \quad (2)$$

в которой B — горизонтальная проекция базиса фотографирования; L — сторона квадрата сетки в натуре; l — соответствующий ей отрезок на снимке.

Анализ (1) показывает, что на точность определения превышений точек над сеткой наиболее существенно влияет погрешность измерения разностей горизонтальных параллаксов $\Delta\rho$.

Влияние погрешности измерения высоты фотографирования тем больше, чем больше разность параллаксов Δp , так как

$$m_{h_H} \approx \frac{\Delta p}{p_c} m_H. \quad (3)$$

Значение Δp обусловлено превышением точки над начальной плоскостью горизонтальной сеткой квадратов. Поэтому с учетом (1)

$$m_{h_H} \approx \frac{h}{H} m_H. \quad (3')$$

Влияние погрешности вычисления параллакса сетки m_{p_c} также увеличивается с ростом превышения h :

$$m_{h_{p_c}} \approx \frac{h}{p_c} m_{p_c}. \quad (4)$$

Следовательно, для повышения точности определения отметок точек исследуемого объекта и уменьшения влияния погрешностей m_H и m_{p_c} целесообразно использовать технологию, при которой превышения этих точек относительно условной поверхности были бы минимальными.

Пусть превышение одной выбранной точки относительно начальной плоскости $h_1 = \frac{H\Delta p_1}{p_{c_1} + \Delta p_1}$, а другой $h_2 = \frac{H\Delta p_2}{p_{c_2} + \Delta p_2}$. Точки находятся в разных квадратах сетки. Поэтому из-за погрешностей элементов ориентирования снимков, построения и измерения сторон сетки в натуре и на снимках, деформации фотопленки и дисторсии объектива в общем случае $p_{c_1} \neq p_{c_2}$.

Найдем превышение между выбранными точками

$$\Delta h = h_2 - h_1 = H \frac{\Delta p_2 p_{c_1} - \Delta p_1 p_{c_2}}{(p_{c_1} + \Delta p_1)(p_{c_2} + \Delta p_2)}.$$

Обозначив $p_{c_2} = p_{c_1} + \delta p_c$, получим

$$\Delta h = H \frac{\Delta p_2 - \Delta p_1 - \frac{\delta p_c \Delta p_1}{p_{c_1}}}{p_{c_1} + \Delta p_1 + \Delta p_2 + \frac{\delta p_c \Delta p_1}{p_{c_1}} + \frac{\Delta p_1 \Delta p_2}{p_{c_1}}}. \quad (5)$$

Анализ (5) показал, что для реальных условий при $\Delta p_2 \approx \Delta p_1 = 2$ мм, $\delta p_{c_{\max}} = 0,1$ мм в числителе формулы дробным членом пренебречь нельзя, а в знаменателе первым дробным членом можно пренебречь, а второй следует учитывать при $H \leq 2500$ мм.

Окончательно запишем

$$\Delta h = H \frac{\Delta p_2 - \Delta p_1 - \frac{\delta p_c \Delta p_1}{p_c}}{p_c + \Delta p_1 + \Delta p_2 + \frac{\Delta p_1 \Delta p_2}{p_c}} \quad (6)$$

Для определения ожидаемой точности получения превышения воспользуемся приближенной зависимостью

$$\Delta h \approx \frac{H \delta \Delta p}{p_c + \Delta p_1 + \Delta p_2} \quad (6')$$

Если превышение начальной плоскости над местностью 10...30 см, разности параллакс не превышают 1...2 мм. В связи с тем, что сетка находится выше объекта, превышения и разности Δp имеют отрицательный знак и, следовательно, уменьшают значение p_c . Поэтому для всех расчетов будем использовать значение p_c , уменьшенное на 1...2 мм.

На основании (6')

$$m_{\Delta h}^2 \approx \left(\frac{H}{p_c}\right)^2 m^2 \delta_{\Delta p} + \left(\frac{\Delta h}{H}\right)^2 m_{II}^2 + \left(\frac{\Delta h}{p_c}\right)^2 m_{p_c}^2 \quad (7)$$

При измерении снимков КСС соседние точки выбирают обычно так, что превышения между ними Δh не превосходят 20 мм. Поэтому, приняв $m_{\Delta h} = \pm 0,5$ мм, найдем допустимую величину m_{II} для таких значений H :

H , мм	m_{II} , мм
1500	37,5
2500	62,0
3500	87,0

Практически же высота фотографирования известна с погрешностью не более 10 мм, поэтому погрешность m_H не будет сказываться на точности определения превышения между точками исследуемого объекта.

На основании (2) найдем среднюю квадратическую погрешность вычисления параллакса сетки

$$m_{p_c}^2 = p_c^2 \left[\left(\frac{m_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{m_L}{L}\right)^2 \right] \quad (8)$$

При измерении сторон квадратов сетки металлической линейкой средняя квадратическая погрешность, полученная по 90 отрезкам, составила $m_L \approx 0,17$ мм, а соответствующие отрезки на снимках измерены со средней квадратической погрешностью примерно 0,007 мм.

Базис фотографирования определяли контрольной линейкой с погрешностью не более 0,5 мм. Учитывая указанные погреш-

остн, найдем: для $H=3500$ мм, $p_{\min}=17,5$ мм, $B=815$ мм, $1:m=1:17$, $L=200$ мм $m_{p_c}=0,036$ мм, а при $L=100$ мм $m_{p_c}=0,069$ мм;

при той же H , но $B_{\max}=875$ мм, $p_{\max}=18,7$ мм $m_{p_c}\approx 0,073$ мм; для $H=1500$ мм, $p_{\min}=7,5$ мм, $B=150$ мм, $1:m=1:20$, $L=200$ мм, $m_{p_c}\approx 0,02$ мм, а при $L=100$ мм $m_{p_c}=0,03$ мм;

при той же H , но $B_{\max}=375$ мм, $p_{\max}=18,7$ мм $m_{p_c}\approx 0,048$ мм.

Как следует из (7), если $\Delta h=20$ мм, полученные значения m_{p_c} практически не влияют на точность определения превышений между точками объекта, так как $m_{\Delta h p_c}\leq 0,1$ мм.

В то же время указанные погрешности высоты фотографирования и параллакса сетки ощутимо влияют на превышения определяемых точек относительно начальной плоскости, когда $h\geq 100$ мм. Например, при $h=100$ мм, $m_H=10$ мм, $m_{p_c}=0,02$ мм и $H=1500$ мм получим $m_{h_c}\approx 0,7$ мм и $m_{h_p}\approx 0,3$ мм.

Наибольшее влияние на точность определения превышений между точками исследуемого объекта, как и на превышения относительно начальной плоскости, оказывает погрешность измерения разностей продольных параллакс, поэтому на основании (7)

$$m_{\Delta h} \approx \frac{H}{p_c} m_{\Delta p} \quad (9)$$

Значение $m_{\Delta h}$ можно уменьшить повышением точности измерений снимков, увеличением значения параллакса сетки, т. е. увеличением базиса фотографирования, а также уравниванием вышесказанных превышений.

Точность измерений разностей параллакс зависит не только от погрешностей собственно измерений, но и от погрешностей тронения изображения на снимках КСС. Влияние последнего фактора можно уменьшить, сокращая размеры сторон квадратов ки, относительно которой определяются отметки точек объекта. Хотя, как следует из ранее приведенных расчетов, уменьшение ведет к некоторому увеличению погрешности m_{p_c} значение все же не будет достаточно, чтобы повлиять на точность превышений между точками исследуемого объекта.

Числитель [6] можно представить в виде

$$\Delta p_2 - \Delta p_1 = \frac{\delta p_c \Delta p_i}{p_{c_i}} = (p_{отсч_2} - p_{отсч_{c_2}}) - (p_{отсч_1} - p_{отсч_{c_1}}) - \frac{\delta p_c \Delta p_i}{p_{c_i}} = (p_{отсч_2} - p_{отсч_{c_2}}) - (p_{отсч_{c_2}} - p_{отсч_{c_1}}) - \frac{\delta p_c \Delta p_i}{p_{c_i}}$$

тому среднюю квадратическую погрешность разностей параллакс в числителе (6) выражаем зависимостью

$$m^2 \approx m_{\Delta p_{i+1,i}}^2 + m_{\delta p_{c_{i+1,i}}}^2 + m^2 \delta p_c$$

где $m_{\Delta p_{i+1,i}}$ — средняя квадратическая погрешность разности отсчетов по параллактическому винту при наблюдении двух смежных контурных точек исследуемого объекта; $m_{\Delta p_{c_{i+1,i}}}$ — средняя квадратическая погрешность разности отсчетов по параллактическому винту при наведении на вертикальные нити сетки — начальной плоскости; $m_{\delta p_c}$ — средняя квадратическая погрешность определения разности параллаксов сетки.

По нашим исследованиям при трехкратных измерениях разных стереоспар получены $m_{\Delta p_{i+1,i}} \leq 5,6$ мкм, а $m_{\Delta p_{c_{i+1,i}}} \leq 5,4$ мкм. Погрешность $m_{\delta p_c}$ с учетом коэффициента $\frac{\Delta p_i}{p_{c_i}}$, стоящего перед δp_c в (6), составляет не более 3...4 мкм. Поэтому суммарная погрешность разностей параллаксов в числителе (6) составляет примерно 8...9 мкм.

Если определяемые точки находятся в одном квадрате сетки, то $\delta \Delta p = p_{отсч_i} - p_{отсч_{i+1}}$, и средняя квадратическая погрешность вычисления этой величины составляет $m_{\delta \Delta p} \approx \pm 5,6$ мкм.

При ранее применявшейся технологии нахождения превышений между контурными точками объекта и начальной плоскостью по (1) $\Delta p = p_{отсч_i} - p_{отсч_c}$, а средняя квадратическая погрешность $m_{\Delta p}$ по анализу на более 200 точках в случае трехкратных измерений составила около 7 мкм.

Сравним ожидаемые средние квадратические погрешности превышений определяемых точек относительно начальной плоскости и превышений между определяемыми точками. Расчеты, приведенные в таблице, показывают, что технология вычисления отметок точек исследуемого объекта через превышения между ними, а не относительно начальной плоскости, в значительной степени исключает влияние погрешности измерения высоты фотографирования. Средняя квадратическая погрешность определения превышений между соседними точками $m_{\Delta h}$ не зависит также от высоты начальной плоскости над исследуемым объектом, хотя остается такой же, как и m_h .

Проведенные нами исследования на макетном объекте при $H = 2100$ мм, базисе, близком к минимальному [1], $H : B = 6,4$ дали по 22 точкам $m_h = 1,48$ мм, а $m_{\Delta h} = 1,40$ мм. Искусственно введенная погрешность в высоте фотографирования, равная 30 мм, изменила только m_h , которая достигла 1,76 мм, а погрешность $m_{\Delta h}$ осталась прежней.

Существенное влияние на точность определения превышений оказывает параллакс сетки, т. е. значение базиса фотографирования в масштабе изображения начальной плоскости.

$$p_{c_{\max}} = \frac{f B_{\max}}{H} \quad (10)$$

Но $B_{\max} = H : 4$, тогда при $f = 75$ мм параллакс сетки будет около 20 мм. В этом случае, как видно из таблицы, значение средней

Ожидаемые средние квадратические погрешности определения m_h и $m_{\Delta h}$

Элементы формул	$h = \frac{H \Delta p}{p_c + \Delta p}$		$\Delta h = \frac{H \delta \Delta p}{p_c + \Delta p_1 + \Delta p_2}$	
	B_{\min}	B_{\max}	B_{\min}	B_{\max}
1. $H = 3500$ мм, $m_H = \pm 10$ мм, $\Delta p \approx \Delta p_1 \approx \Delta p_2 \approx 1$ мм				
	$P_{c\min} = -17,5$ мм,	$P_{c\max} = 18,7$ мм	$P_{c\min} = -17,5$ мм	$P_{c\max} = 18,7$ мм
	$m_{p_c} = 0,069$ мм	$m_{p_c} = 0,073$ мм	$m_{p_c} = -0,069$	$m_{p_c} = -0,073$ мм
$\frac{H m_{\Delta p} (\delta \Delta p)}{p_c + \Delta p}$	1,5 мм	1,4 мм	1,9 мм	1,5 мм
$\frac{h}{H} m_H$	0,6	0,6	0,1	0,1
$\frac{h}{p_c + \Delta p} m_{p_c}$	0,8	0,8	0,1	0,1
$m_h(\Delta h)$, мм	1,8	1,7	1,9	1,5
2. $H = 1500$ мм, $m_H = \pm 10$ мм, $\Delta p \approx \Delta p_1 \approx \Delta p_2 \approx 0,8$ мм				
	$P_{c\min} = -7,5$ мм	$P_{c\max} = -18,7$ мм	$P_{c\min} = -7,5$ мм	$P_{c\max} = -18,7$ мм
	$m_{p_c} = -0,030$ мм	$m_{p_c} = -0,048$ мм	$m_{p_c} = -0,030$ мм	$m_{p_c} = -0,018$ мм
$\frac{H m_{\Delta p} (\delta \Delta p)}{p_c + \Delta p}$	1,6 мм	0,6 мм	2,1 мм	0,8 мм
$\frac{h}{H} m_H$	1,3	1,3	0,1	0,1
$\frac{h}{p_c + \Delta p} m_{p_c}$	0,6	0,5	0,1	0,1
$m_h(\Delta h)$, мм	2,1	1,5	2,1	0,8

Примечание: $h = 200$ мм, $m_{\Delta p} = \pm 7$ мкм, $\Delta h = 20$ мм, $m_{\delta \Delta p} = \pm 8,5$ мкм.

квадратической погрешности разности превышений значительно уменьшается, что особенно заметно для малых высот фотографирования, например для $H = 1500$ мм $m_h = 1,5$ мм, а $m_{\Delta h} = 0,8$ мм.

Учитывая сказанное, ожидаемую среднюю квадратическую погрешность нахождения разности превышений между двумя определяемыми точками для конкретных условий съёмки следует вычислять по (9) с учетом (10), т. е.

$$m_{\Delta h} \approx \frac{H^2}{fB} m_{\Delta p}. \quad (11)$$

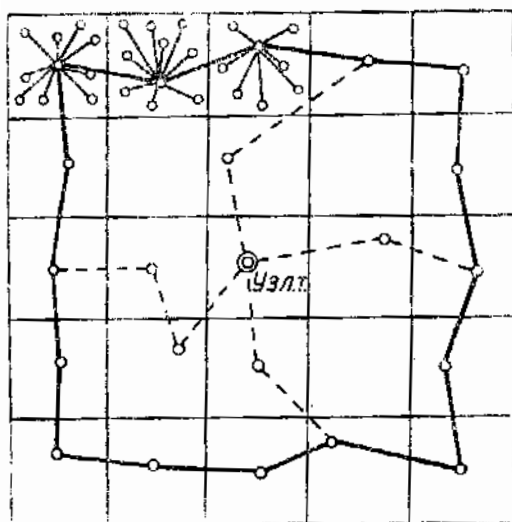
При $f = 75$ мм, $m_{\Delta p} \approx 8,5$ мкм

$$m_{\Delta h} = \frac{H^2}{9000 B} \quad (11')$$

В связи с тем что при использовании КСС исследуемые объекты обычно не имеют больших превышений, съемку можно выполнять с базиса, близкого к максимальной величине. Тогда

$$m_{\Delta h} \approx \frac{H}{2200} \quad (11'')$$

Повышение точности и контроль вычисления отметок точек можно получить уравниванием превышений по высотным ходам,



К построению высотных ходов на снимках КСС:

— основной (замкнутый) ход; - - - - - раз-
ломанные ходы; О — «срезные» точки.

построенным на снимке (см. рисунок). Ходы могут быть замкнутыми, разомкнутыми (диагональными) или образовывать систему с узловыми точками.

В конце замкнутого высотного хода невязка обусловлена средними квадратическими погрешностями каждого превышения, поэтому, имея в виду равноточный характер измерений, найдем

$$f_h = m_{\Delta h} \sqrt{n}, \quad (12)$$

где n — число превышений по ходу.

Учитывая (11'), получаем

$$f_h = \frac{H^2 \sqrt{n}}{9000 B} \quad (12')$$

Если предположить, что прокладывается ход от начальной точки к середине в обе стороны, то в каждом ходе число превышений будет $n/2$, а превышение в середине хода будет получено дважды. Поэтому среднюю квадратическую погрешность уравниваемого значения превышения в наиболее слабом месте хода, его середине, найдем по формуле

$$m_{\Delta h_{\text{ср}}} = \frac{m_{\Delta h} \sqrt{\frac{n}{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{m_{\Delta h} \sqrt{n}}{2}, \quad (13)$$

а предельную погрешность определяем по (12).

Погрешности отметок точек будут такими же.

Отметка узловой точки вычисляется из ходов с разным числом сторон, поэтому результаты будут неравноточными. Тогда

$$H_{y,\tau} = \frac{H_1 p_1 + H_2 p_2 + \dots + H_k p_k}{p_1 + p_2 + \dots + p_k}, \quad (14)$$

где H_1, H_2, \dots, H_k — отметки узловой точки, вычисленные по первому, второму и k -му ходам, а p_1, p_2, \dots, p_k — веса каждого хода; $p_k = \frac{C}{n_k}$, C — постоянное число, n_k — количество превышений по данному ходу.

Среднюю квадратическую погрешность результата с несом, равным единице, найдем по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv_k^2]}{k-1}}, \quad (15)$$

в которой $v_k = H_k - H_{y,\tau}$, а k — число ходов, участвующих в вычислении отметки узловой точки.

Полагая для k -го хода $v_k = m_{\Delta h} \sqrt{n_k}$, найдем $p_k v_k^2 = \frac{C}{n_k} m_{\Delta h}^2 n_k = C m_{\Delta h}^2$, тогда $[pv_k^2] = C m_{\Delta h}^2 k$. Подставив полученное значение в (15) определим погрешность единицы веса

$$\mu = m_{\Delta h} \sqrt{\frac{Ck}{k-1}}. \quad (15')$$

Средняя квадратическая погрешность среднего весового значения отметки узловой точки

$$M_{y,\tau} = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}. \quad (16)$$

Учитывая (15'), найдем

$$M_{y,\tau} = \frac{m_{\Delta h} = \sqrt{\frac{Ck}{k-1}}}{\sqrt{\frac{C}{n_1} + \frac{C}{n_2} + \dots + \frac{C}{n_k}}} = m_{\Delta h} \frac{\sqrt{\frac{k}{k-1}}}{\sqrt{[n]}}. \quad (16')$$

При $k=3, n=3$ $M_{y,\tau} = 1,23 m_{\Delta h}$, а при $k=4, n=3$ $M_{y,\tau} = 1,0 m_{\Delta h}$, т. е. приближенно для реальных условий среднюю квадратическую погрешность весового значения высоты узловой точки можно принять

$$M_{y,\tau} \approx 1,0 m_{\Delta h}. \quad (17)$$

При съемке с максимального базиса, когда $H=4B$, учитывая (16'), получаем

$$M_{y,\tau} = \frac{H}{2000}. \quad (18)$$

Определив уравненные значения отметок точек съемочного обоснования в каждом квадрате, вычисляем превышения «речных» точек над ними так же, как это делается в тахеометрии. С учетом того, что точки паходятся в пределах одного квадрата сетки, превышения находим по формуле

$$\Delta h' = H - \frac{\delta \Delta p}{\rho_c + \Delta p_1 + \Delta p_2 + \frac{\Delta p_1 \Delta p_2}{\rho_c}}, \quad (19)$$

где $\delta \Delta p = \Delta p_2 - \Delta p_1 - \rho_{отсч_2} \cdot \rho_c - \rho_{отсч_1} + \rho_c = \rho_{отсч_2} - \rho_{отсч_1}$, а средняя квадратическая погрешность этого значения, как указано выше, составляет около 5,6 мкм. Поэтому с учетом средней квадратической погрешности отметки точки съемочного обоснования принимаются в виду (11) и (13), получаем

$$m_{H'}^2 = m_{H_{исх}}^2 + m_{\Delta h \delta \Delta p}^2 \quad \text{и} \quad m_{H'}^2 = \left(\frac{m_{\Delta h} \sqrt{n}}{2} \right)^2 + \left(\frac{H^2}{fB} m_{\delta \Delta p} \right)^2.$$

Для $f = 75$ мм, $m_{\delta \Delta p} = \pm 5,6$ мкм, $n = 9$ имеем

$$m_{H'} \approx \frac{H^2}{5500 B}. \quad (20)$$

При $H : B = 4$

$$m_{H'} \approx \frac{H}{1400}.$$

Таким образом, предложенная технология обработки снимков, полученных при короткодистанционной стереофотограмметрической съемке несимметричными фотокамерами, позволяет определять отметки точек исследуемой поверхности с погрешностями $H : 1400 - H : 2200$. При этом погрешности измерения высоты фотографиярования и положение начальной плоскости над объектом не оказывают существенного влияния на точность определения отметок.

Приведенные погрешности отметок удовлетворяют большинству исследований, которые предполагают моделирование природных явлений. Однако, если задача исследований потребует более высокой точности, то ее можно достигнуть улучшением метрических характеристик снимков, повышением точности самих измерений, применением более длиннофокусных объективов и другими мерами.

Данная методика не требует использования сложного оборудования для съемки и обработки снимков и может найти применение в стереофотограмметрических исследовательских лабораториях.

Список литературы: 1. Гуткин В. Л. Определение координат точек водной поверхности при короткодистанционной стереофотограмметрической съемке любительскими фотокамерами. — Геодезия и фотограмметрия в горном деле, 1979, вып. 6. 2. Гуткин В. Л., Еремин В. В. Составление рельефного плана свободной поверхности потока по стереопарам любительских фотоснимков. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1977, вып. 25.