

Б. М. ДЖУМАН, А. И. ТЕРЕЩУК

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТНЫХ УГЛОВ
И КОЭФФИЦИЕНТОВ РЕФРАКЦИИ
ПО КОЛЕБАНИЯМ ИЗОБРАЖЕНИЙ
ИЗ ДВУХСТОРОННИХ НАБЛЮДЕНИЙ**

Частный угол рефракции можно определить по колебаниям изображений из односторонних наблюдений, используя формулу [1]

$$r = r_n + a\sigma'' L^{1/2} h_0^{-b} D^{1/6}, \quad (1)$$

где a — постоянная; σ — размах колебаний изображений; h_0 — эквивалентная высота; b — постоянная, зависящая от температурной стратификации; D — диаметр объектива; r_n — угол рефракции при нейтральной стратификации; L — длина трассы.

Принимая коэффициент вертикальной рефракции для нейтральной стратификации в приземном слое $K_n=0,15$, угол рефракции r определяем по формуле

$$r'' = kL\rho''/2R. \quad (2)$$

Здесь R — средний радиус Земли, равный 6371 км.

Результаты экспериментальных исследований показывают, что точность определения углов рефракции по формуле (1) для неустойчивой стратификации соответствует точности собственно измерений зенитных расстояний.

При устойчивой стратификации, когда колебания изображений вызваны динамической турбулентностью, точность определения угла рефракции при среднем значении степени эквивалентной высоты b может значительно понижаться. Установление зависимости b от скорости ветра и других метеорологических элементов в данный физический момент требует дополнительных измерений.

Для повышения точности определения углов рефракции по колебаниям изображений, особенно при устойчивой стратификации, можно использовать двухсторонние наблюдения.

Выведем формулы для частных углов и коэффициентов рефракции из двухсторонних измерений. Формулу для частного угла рефракции записываем в таком виде

$$r = r_n + 16,24 \frac{1}{L} \int_0^L \frac{P}{T^2} \frac{\gamma^0}{h^b} (L-l) dl, \quad (3)$$

где P — давление воздуха, мбар; T — абсолютная температура, °С. В приземном слое атмосферы величину σ можно определить по формуле [2, 3]

$$\sigma = AD^{-1/6} L^{1/6} \frac{P}{T^2} h^{2/3} \frac{dT}{dh}, \quad (4)$$

где $\frac{dT}{dh}$ — аномальный градиент температуры; A — функция, зависящая от числа Ричардсона.

Формулу (4) переписываем в виде

$$\sigma = AD^{-1/6} L^{1/2} \frac{P}{T^2} h^{-b+2/3} \gamma^0, \quad (5)$$

где γ^0 — аномальный градиент температуры на высоте 1 м; b — параметр, зависящий от распределения температуры с высотой, равный 4/3, 1 и 2/3 соответственно для неустойчивой, нейтральной и устойчивой стратификации.

Из (5) следует, что зависимость σ от высоты изменяется от $h^{-2/3}$ для сильно неустойчивой до h^0 при сильно устойчивой стратификации.

Подставляя (5) в (3), имеем

$$r = r_n + 16,24 D^{1/6} A^{-1} \sigma L^{-3/2} \int_0^L \frac{1}{h^{2/3}} (L-l) dl. \quad (6)$$

Если обозначить $\frac{1}{h_s^{2/3}} = \frac{2}{L^2} \int_0^L \frac{1}{h^{2/3}} (L-l) dl$, то формулу (6) переписываем в окончательном виде:

$$r = r_n + 8,12 D^{1/6} A^{-1} \sigma L^{1/2} h_s^{-2/3}. \quad (7)$$

На основании (3) и (7) составляем равенства

$$\frac{r_1 - r_n}{r_2 - r_n} = \frac{A_2 \sigma_1 h_{s2}^{2/3}}{A_1 \sigma_2 h_{s1}^{2/3}}, \quad (8)$$

$$\frac{r_1 - r_n}{r_2 - r_n} = \frac{\gamma_1^0 h_{s2}^{b-2/3}}{\gamma_2^0 h_{s1}^{b-2/3}}. \quad (8')$$

Из равенств (8) и (8') имеем

$$\frac{r_1 - r_n}{r_2 - r_n} = \left(\frac{A_1 \sigma_1}{A_2 \sigma_2} \right)^{\frac{3b}{3b-2}} \left(\frac{\gamma_2^0}{\gamma_1^0} \right)^{\frac{2}{3b-2}}. \quad (9)$$

Подставляя в (9) $b=4/3$ и учитывая, что $r_1 + r_2 = 2\bar{r}$, получаем формулу для частного угла рефракции при неустойчивой стратификации для неодновременных двухсторонних измерений:

$$r_1 = \frac{2\bar{r} A_2^2 \gamma_2^0 \sigma_1^2 + r_n (A_1^2 \gamma_1^0 \sigma_2^2 - A_2^2 \gamma_2^0 \sigma_1^2)}{A_2^2 \gamma_2^0 \sigma_1^2 + A_1^2 \gamma_1^0 \sigma_2^2}. \quad (10)$$

Для взаимных двухсторонних (одновременных) измерений имеем

$$r_1 = \frac{2\bar{r} \sigma_1^2 + r_n (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2},$$

$$r_2 = \frac{2\bar{r} \sigma_2^2 + r_n (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (11)$$

Аналогично запишем формулы (11) для частных коэффициентов рефракции:

$$k_1 = \frac{2\bar{k} \sigma_1^2 + k_n (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2},$$

$$k_2 = \frac{2\bar{k} \sigma_2^2 + k_n (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (12)$$

Для взаимных измерений при стратификации, близкой к нейтральной ($b=1$), формулы для частных коэффициентов рефракции записываем в виде

$$k_1 = \frac{2\bar{k}\sigma_1^3 + k_H(\sigma_2^3 - \sigma_1^3)}{\sigma_1^3 + \sigma_2^3},$$

$$k_2 = \frac{2\bar{R}\sigma_2^3 + k_H(\sigma_1^3 - \sigma_2^3)}{\sigma_1^3 + \sigma_2^3}. \quad (13)$$

При устойчивой стратификации степень σ изменяется от 3 до ∞ .

Для исследования точности определения коэффициентов и углов рефракции по колебаниям изображений из двухсторонних наблюдений выполнены экспериментальные исследования на учебном геодезическом полигоне. Наблюдения производили на шести трассах с различными длинами и эквивалентными высотами. Зенитные расстояния и колебания изображений измеряли 6—8 приемами инструментом ОТ-02.

В таблице приведены длины трасс; теоретические и средние коэффициенты рефракции, полученные по измеренным зенит-

Значения коэффициентов рефракции

Название трассы	Длина трассы L , км	Теоретические		\bar{k}	σ_1''	σ_2''	Вычисленные k_1	$\Delta r_1''$	$\Delta r_1^{0''}$
		k_1^0	k_2^0						
10—7	2,2	-0,266	-0,081	-0,174	9,4	8,8	-0,196	2,5	3,3
Л—0	3,0	-0,033	-0,158	-0,095	5,8	9,0	0,002	1,7	-3,0
Л—0	3,0	0,016	-0,164	-0,074	6,0	11,2	0,051	1,7	-4,4
Л—0	3,0	0,057	-0,107	-0,050	3,2	4,0	0,014	-2,1	-4,2
Бер—Г	2,7	-0,070	0,040	-0,015	3,6	2,5	-0,076	-0,3	2,4
Л—0	3,0	0,102	-0,105	-0,002	2,2	5,0	0,100	-0,1	-5,1
Г—А	6,1	0,114	0,083	0,098	3,6	5,0	0,114	0	-1,6
С—Б	4,7	0,030	0,170	0,100	4,4	0,3	0,051	1,6	5,3
Г—А	6,1	0,102	0,137	0,120	7,2	2,0	0,094	-0,8	1,8
А—Б	5,5	0,120	0,130	0,125	3,2	1,4	0,108	-1,1	0,4
Г—А	6,1	0,101	0,154	0,127	7,2	3,0	0,111	1,0	2,6
Г—А	6,1	0,149	0,135	0,142	1,8	3,0	0,145	-0,4	-0,7
Г—А	6,1	0,205	0,188	0,196	3,6	1,5	0,210	0,5	-0,9
Л—0	3,0	0,182	0,230	0,206	4,5	5,2	0,198	0,8	1,2
Л—0	3,0	0,258	0,293	0,276	4,9	5,2	0,271	0,6	0,9
Л—0	3,0	0,316	0,490	0,403	7,1	8,8	0,348	1,6	4,2

ным расстояниям и высотам из геометрического нивелирования II класса, а также коэффициент рефракции k_1 , вычисленный по формулам (12) и (13). В двух последних столбцах даны разности теоретических и вычисленных по колебаниям изображений углов рефракции $\Delta r_1''$ и величины $\Delta r_1^{0''}$, характеризующие точность одновременных двухсторонних измерений зенитных расстояний без использования колебаний изображений.

Сразу заметим, что формулы (12) и (13) дают практически одинаковые результаты как для устойчивой, так и для неустойчивой стратификации.

Из данных исследований видно, что для всех трасс длиной от 2 до 6 км и эквивалентными высотами от 6 до 40 м при наблюдении в различных условиях, характеризуемых средними коэффициентами рефракции от $-0,200$ до $0,400$, величины Δr_1^0 значительно меньше, чем Δr_1^0 . Средние квадратические

ошибки, вычисленные по формуле $m_r = \sqrt{\frac{[(\Delta r)^2]}{n}}$, соответственно равны $m_{r_1} = 1,28''$, $m_{r_0} = 3,30$.

Таким образом, точность определения углов рефракции из одновременных двухсторонних наблюдений по методу колебаний изображений в 2,5 раза выше, чем обычным методом. Предлагаемый метод дает возможность исключить ошибки рефракционного происхождения.

1. Джуман Б. М. Зависимость амплитуды колебаний изображений от высоты визирного луча // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1983. Вып. 38. С. 16—21. 2. Миронов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск, 1981. 3. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., 1967.

Статья поступила в редколлегию 24. 04. 87