

В. В. КИРИЧУК, А. А. ТАДЕЕВ

## ОБ ОДНОЙ МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕФОРМАЦИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ ПО ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Определение инвариантных характеристик деформации земной коры осуществляется в настоящее время на основе гипотезы кусочно-однородного деформирования изучаемой области [1, 4], при этом остается открытым вопрос выделения внутри этой области однородно-деформированных регионов. Поэтому целесообразно предварительно выделить внутри ее регионы с однородным характером деформаций, а затем уже вычислить деформации в пределах каждого региона. Поставленную задачу решают обычно путем привлечения геолого-геоморфологической и тектонической информации. Однако такой подход ввиду неоднозначности этой информации субъективен, обеспечивает лишь качественные характеристики регионов и не дает возможности четко устанавливать их границы. Вероятностно-статистические методы, основанные на представлении поля смещений точек земной поверхности как реализации некоторого случайного процесса, позволяют в определенной степени избежать указанных недостатков.

Обоснование и общие положения разработанной на такой основе методики вычисления инвариантов деформаций изложены в [3]. В соответствии с ней рассмотрим область, содержащую  $N$  пунктов, для каждого из которых определены компоненты горизонтального смещения по осям  $x$  и  $y$ . Таким образом, мы имеем дело с разложением случайного процесса, реализуемого на плоскости в виде векторного случайного поля, на две компоненты — два скалярных случайных поля [3]. Такое представление позволяет избежать сложностей формально-математического характера, возникающих при статистическом анализе векторных случайных полей. Методика анализа на стационарность по дисперсии каждого из составляющих полей (смещений  $\Delta x$  и смещений  $\Delta y$ ) следующая [2]:

вычисление поля дисперсий  $(\Delta x)^2$  и  $(\Delta y)^2$  с помощью алгоритма скользящей дисперсии. В обработку принимаются пункты, попадающие в окрестность скольжения, ограниченную радиусом скольжения  $R_0$ . Следует отметить, что  $R_0$  необходимо задавать, исходя из степени обеспеченности территории пунктами (густоты пунктов) и детальности исследования данной области;

выделение внутри области регионов, стационарных по дисперсиям  $(\Delta x)^2$  и  $(\Delta y)^2$ , при помощи критерия Фишера\*.

Выделенные регионы можно с достаточным основанием считать регионами с локально-однородным характером деформирования и, следовательно, все пункты, заключенные в том или ином регионе, обрабатывать совместно.

Определение характеристик деформации (дилатации, максимального и минимального растяжения, сдвига, поворота участков) осуществляется по общезвестным формулам (см., например, [1, 3, 4]) посредством вычисления компонент  $e_{ij}$  тензора деформаций. Поскольку смещения являются линейными функциями координат [1, 3], то для каждого отдельного пункта  $k$  будут иметь место соотношения

$$\Delta x_k = e_{11} x_k + e_{12} y_k + a, \quad \Delta y_k = e_{21} x_k + e_{22} y_k + b, \quad (1)$$

из которых определяются искомые компоненты  $e_{ij}$  тензора деформации (здесь  $\Delta x_k$  и  $\Delta y_k$  — составляющие деформаций вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно;  $x_k$  и  $y_k$  — плоские прямоугольные координаты пункта  $k$ ;  $a$  и  $b$  — свободные члены).

В нашем случае каждый из стационарных регионов содержит  $n$  пунктов. При  $n > 3$  система (1) будет переопределенной, значит компоненты  $e_{ij}$  следует находить при условии

$$\sum_{k=1}^n \{ [\Delta x_k - (e_{11} x_k + e_{12} y_k + a)]^2 + \\ + [\Delta y_k - (e_{21} x_k + e_{22} y_k + b)]^2 \} = \min. \quad (2)$$

\* Количество таких стационарных регионов, соответствующее каждому из составляющих реализации векторного поля смещений, может различаться, что следует из природы самого изучаемого явления.

Это условие приводит от уравнений (1) к нормальным уравнениям [3]

$$A^T \cdot A \cdot E - A^T \cdot L = 0, \quad (3)$$

где  $A$  — матрица известных коэффициентов уравнений (1) размером  $2n \times 6$ ;  $E$  — матрица искомых компонент  $e_{ij}$  тензора деформаций размером  $6 \times 1$ ;  $L$  — матрица свободных членов размером  $2n \times 1$ .

После простых преобразований (3) получим систему уравнений вида

$$\begin{aligned} e_{11} \sum_{i=1}^n x_i^2 + e_{12} \sum_{i=1}^n x_i y_i + a \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \Delta x_i x_i &= 0, \\ e_{11} \sum_{i=1}^n x_i y_i + e_{12} \sum_{i=1}^n y_i^2 + a \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \Delta x_i y_i &= 0, \quad \text{I группа} \\ e_{11} \sum_{i=1}^n x_i + e_{12} \sum_{i=1}^n y_i + a \cdot n - \sum_{i=1}^n \Delta x_i &= 0, \\ \dots & \\ e_{21} \sum_{i=1}^n x_i^2 + e_{22} \sum_{i=1}^n x_i y_i + b \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \Delta y_i x_i &= 0, \\ e_{21} \sum_{i=1}^n x_i y_i + e_{22} \sum_{i=1}^n y_i^2 + b \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \Delta y_i y_i &= 0, \quad \text{II группа} \\ e_{21} \sum_{i=1}^n x_i + e_{22} \sum_{i=1}^n y_i + b \cdot n - \sum_{i=1}^n \Delta y_i &= 0, \end{aligned}$$

которая разделяется на две независимые группы уравнений. Решая уравнения каждой группы, можно, используя для I группы значения  $\Delta x_i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$ , получить компоненты  $e_{11}$  и  $e_{12}$  для каждого из выделенных стационарных по дисперсиям ( $\Delta x$ )<sup>2</sup> регионов по  $n$  пунктам, входящим в соответствующий регион. Для II группы уравнений, используя  $\Delta y_i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$  для всех  $n$  пунктов каждого отдельного региона, стационарного по дисперсиям значений  $\Delta y$ , можно получить компоненты  $e_{21}$  и  $e_{22}$  тензора деформаций. Искомые неизвестные получаем из решения эквивалентных систем I и II групп уравнений системы (4):

$$e_{11} \sum_{i=1}^n x_i^2 + e_{12} \sum_{i=1}^n x_i y_i + a \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \Delta x_i x_i = 0, \quad (4)$$

$$e_{12} K_1 + a K_2 - K_3 = 0, \quad \text{I группа}$$

$$a \left( K_4 - \frac{K_2}{K_1} \right) - \left( K_5 - K_2 \frac{K_3}{K_1} \right) = 0,$$

$\dots$

$$e_{21} \sum_{i=1}^n x_i^2 + e_{22} \sum_{i=1}^n x_i y_i + b \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \Delta y_i x_i = 0,$$

$$e_{22} K_1 + b K_2 - K_6 = 0, \quad \text{II группа}$$

$$b \left( K_4 - \frac{K_2}{K_1} \right) - \left( K_7 - K_2 \frac{K_6}{K_1} \right) = 0, \quad (5)$$

где

$$K_1 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad K_2 = \sum_{i=1}^n y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2};$$

$$K_3 = \sum_{i=1}^n \Delta x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad K_4 = n - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2};$$

$$K_5 = \sum_{i=1}^n \Delta x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n \Delta x_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad K_6 = \sum_{i=1}^n \Delta y_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i \cdot \sum_{i=1}^n \Delta y_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2};$$

$$K_7 = \sum_{i=1}^n \Delta y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n \Delta y_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}.$$

Определенные таким образом значения  $e_{11}$  и  $e_{12}$  постоянны для всех  $n$  пунктов в пределах каждого региона, стационарного по дисперсиям значений смещений  $\Delta x$ , а значения  $e_{21}$  и  $e_{22}$  соответственно постоянны для всех  $n$  пунктов каждого региона, стационарного по дисперсиям значений смещений  $\Delta y$ .

Таким образом, каждый из  $N$  пунктов изучаемой области получает присущие ему значения компонент  $e_{ij}$  тензора деформации, которые служат затем исходной информацией для вычисления характеристик деформации. В итоге имеем довольно простой алгоритм, легко реализуемый на ЭВМ.

Апробация изложенной методики выполнена на материалах повторных измерений в сети триангуляции I и II класса, приуроченных к землетрясению в Канто, 1923 г. (Япония). Исходной информацией служили координаты и горизонтальные смещения

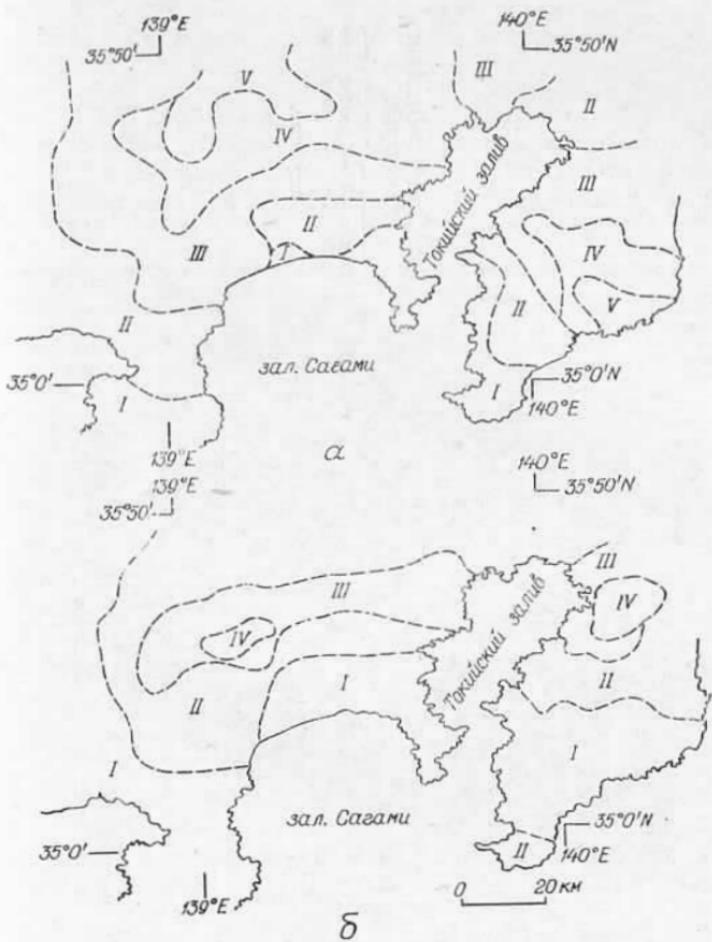


Рис. 1. Регионы, стационарные по дисперсиям значений смещений.

*a* — по оси  $x$ ; *b* — по оси  $y$ .  
— границы регионов; IV — номера регионов.

$N=172$  пунктов сети [4] \*. В процессе районирования предварительно был выделен тренд, в качестве которого использовалось среднее арифметическое из 172 значений смещений  $\Delta x$  и  $\Delta y$  соответственно для каждого из составляющих реализаций поля смещений. Задаваясь радиусом скольжения  $R_0=10'$ , вычисляли дисперсии  $(\Delta x)^2$  и  $(\Delta y)^2$  и при помощи критерия Фишера с уровнем

\* В [4] координаты пунктов приведены без оценки их точности. Автор отмечает, что точность определения векторов смещений достаточна для выявления движений земной поверхности в районе. Поэтому, хотя методика предусматривает использование неравноточных измерений, мы вынуждены принять в обработку цитированные данные как равноточные.



Рис. 2. Деформационные  
площадки.

— — — — — границы площадки.

— — — — — номера площадок.

• — — — — — пункты триангуляции.

значимости 10% выделяли стационарные регионы. В результате было выделено 5 регионов, стационарных по дисперсиям значений смещений  $\Delta x$  (рис. 1, а), и 4 региона — по  $\Delta y$  (рис. 1, б). Далее по описанной выше схеме вычисляли компоненты  $e_{ij}$  тензора деформации и, как конечный результат, характеристики деформаций для каждого из 172 пунктов сети. Значения дилатации, максимального и минимального растяжений, сдвига, поворота участков, направления действия максимального растяжения (главная ось деформации) приведены в таблице. Для удобства пользова-

Значения инвариантных характеристик деформации  
для выделенных площадок

Дефор- мационные пло- щадки	Дилатация $\theta (10^{-6})$	Максималь- ный сдвиг $\gamma_m (10^{-6})$	Максималь- ное растя- жение $E_1$ $(10^{-6})$	Минималь- ное растя- жение $E_2$ $(10^{-6})$	Направле- ние дейст- вия $E_1 \varphi \dots^\circ$	Поворот площадки $\omega (10^{-6})$
I	-26,7	+62,7	+18,0	-44,6	+25,93	+ 4,0
II	+25,1	+40,2	+32,6	- 7,6	-35,49	+ 9,6
III	+14,1	+27,3	+20,8	- 6,6	-42,79	+15,0
IV	+13,4	+23,4	+18,4	- 5,0	-43,30	+16,8
V	+21,9	+29,5	+25,8	- 3,8	-35,20	+14,7
VI	-29,2	+54,2	+12,5	-41,7	+24,07	- 0,5
VII	+22,6	+33,0	+27,8	- 5,2	-30,90	+ 5,2
VIII	+11,6	+18,9	+15,2	- 3,6	-37,95	+10,6
IX	+10,9	+15,1	+13,0	- 2,0	-37,52	+12,4
X	+19,4	+22,6	+21,0	- 1,6	-28,36	+10,2
XI	+19,3	+37,0	+28,1	- 8,9	-29,64	+ 6,5
XII	+ 8,3	+22,4	+15,4	- 7,0	-34,69	+11,9
XIII	+ 7,6	+18,7	+13,1	- 5,6	-33,70	+13,8
XIV	+16,1	+26,7	+21,3	- 5,4	-26,99	+11,6
XV	+18,2	+30,3	+24,2	- 6,0	-24,31	+ 2,0
XVI	+ 7,2	+14,9	+11,0	- 3,8	-26,45	+ 7,4
XVII	+ 6,5	+11,7	+ 9,1	- 2,6	-22,33	+ 9,2

ния одноименные характеристики сгруппированы по принципу равенства их значений. В итоге получено 17 так называемых деформационных площадок (участки, претерпевающие деформации однородного характера). Другими словами, деформационные площадки — это зоны перекрытия выделенных стационарных по дисперсиям значений  $\Delta x$  и  $\Delta y$  регионов, для которых деформации следует считать однородными.

Получение конечного результата исследований в виде подобных площадок, в совокупности с данными геологии и тектоники, упрощает интерпретацию изучаемого явления, дает возможность судить не только о его качественной стороне, но и существенно повышает степень информативности количественной. Учет погрешностей получения исходных данных приведет к уточнению границ выделенных однородно-деформированных регионов.

**Список литературы:** 1. Есиков Н. П. Тектонофизические аспекты анализа современных движений земной поверхности. — Новосибирск: Наука, 1979. — 173 с. 2. Лебедев С. В., Нейман Ю. М. Методика определения корреляционной функции аномального гравитационного поля Земли для локальных участков. — Межвузовский сб. науч. тр. по геодезии, 1977, т. 1(41), с. 87—91. 3. Таде-

са А. А., Киричук В. В. Об определении характеристик деформаций по данным о горизонтальных движениях земной коры. — К., 1984. — 11 с. — Рукопись деп. в УкрНИИТИ, № 1171 Ук-84. 4. Nakane K. Re-evaluation of Horizontal Displacements of Second Order Triangulation Stations associated with the 1923 Kanto, Japan, Earthquake. — Jour. Geod. Soc. Japan, 1978, v. 24, № 4, р. 214—225.

Статья поступила в редакцию 26. 10. 84