

Г. Ф. ЛАВРОВ

ПРИВЕДЕНИЕ К ГОРИЗОНТУ ЛИНИЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ, ЗАНИВЕЛИРОВАННЫХ НАКЛОННЫМИ ЛУЧАМИ

Полигонометрия, являющаяся главным геодезическим обоснованием крупномасштабных съемок, должна обеспечивать высокую точность результатов измерений. Требуемая точность ходов полигонометрии, проложенных между пунктами триангуляции или узловыми точками, характеризуется допустимыми относительными ошибками до 1 : 25 000.

В горной или всхолмленной местности полигонометрию целесообразно строить с применением параллактических звеньев, пучков засечек по методу проф. А. И. Дурнева или дальномеров. В силу различных обстоятельств нередко возникает необходимость непосредственных измерений длины линий подвесными мерными приборами. При этом, независимо от метода измерения наклонных пролетов линии, главным затруднением может явиться нивелирование и приведение линий к горизонту.

Нивелировку пролетов на крутых уклонах чаще осуществляют не геометрическим, а тригонометрическим способом, измеряя с одной станции углы наклонов на целики штативов. Приведение к горизонту выполняется вычислением превышений и горизонтальных проложений по способу последовательных приближений.

Более эффективным способом нивелирования в горной или всхолмленной местности является известный способ нивелирования, предложенный в 1939 г. Н. Г. Романовым [1]. К сожалению, этот способ позднее не освещался в литературе и не получил дальнейшего развития. Поэтому он очень мало применялся на практике. Между тем, с развитием методов линейных измерений назрела необходимость дальнейшей его разработки.

В настоящей статье выведены формулы приведения к горизонту и ошибок приведения для линий полигонометрии, занивелированных одним или двумя наклонными лучами, и даны некоторые предложения с целью более эффективного использования на практике способа Н. Г. Романова.

Напомним, что в этом способе при закрепленной трубе теодолита, установленного в створе линии, например, на ее конце, под измеренным углом наклона α берут отсчеты l по вертикальной рейке.

1. Принцип редуцирования любого измеренного пролета s_i (рис. 1) состоит в геометрической возможности спроектировать его по вертикальным отрезкам l_{i-1} и l_i на наклонный луч α .

$$AB = S_{i\alpha} = \sqrt{S_i^2 - \Delta l_i^2 \cos^2 \alpha} + \Delta l_i \sin \alpha$$

где

$$\Delta l_i = l_i - l_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Проложение всей линии $0-1-2-\dots-n$ на визирный луч α равно сумме отдельных проекций сторон:

$$[s_z] = JN = [s] + (l_n - l_0) \sin \alpha - \frac{\cos^2 \alpha}{2} \left[\frac{\Delta l^2}{s} \right] - \frac{\cos^4 \alpha}{8} \left[\frac{\Delta l^4}{s^3} \right] - \dots \quad (1)$$

В формуле (1) можно отбросить последний член, который обычно не превышает $1 : 100\,000$ от $[s_z]$.

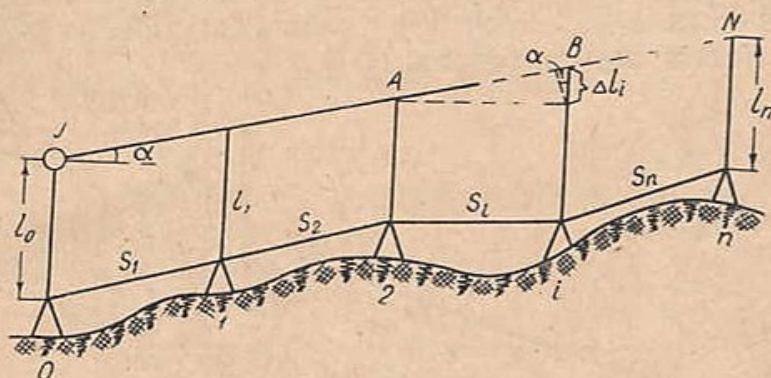


Рис. 1. Проектирование линии на наклонный луч.

Горизонтальное проложение всей линии IN равно

$$D = [s_z] \cos \alpha. \quad (2)$$

Среднеквадратическая ошибка редуцирования линии может быть подсчитана по приближенной формуле:

$$m_D^2 = [s]^2 \sin^2 \alpha \frac{m_a^2}{\rho^2} + \left(\frac{\sin 2\alpha}{2} m_{l_n-l_a} \right)^2 + \cos^6 \alpha \left[\left(\frac{\Delta l}{s} m_{\Delta l} \right)^2 \right] + \cos^2 \alpha [m_s^2]. \quad (3)$$

Ожидаемая ошибка в линии, состоящей из 12 пролетов по 24 м при угле наклона $\alpha = 20^\circ$, $m_a = \pm 6''$, $\Delta l_{cp} = 2,4$ м, $m_{\Delta l} = \pm 10$ мм, $m_{l_n-l_a} = \pm 10$ мм, $m_s = \pm 1,0$ мм, равна

$$m_D = \sqrt{8,2 + 10,2 + 8,2 + 10,6} = \pm 6,1 \text{ мм},$$

что составляет $1 : 44\,000$ от D . Указанную точность измерений выдержать вполне возможно, используя инструменты повышенной точности.

Учитывая, что общая относительная ошибка хода пропорциональна квадратному корню из числа факторов, влияющих на точность измерений и обратно пропорциональна корню из числа линий, полученную нами точность можно считать достаточной для полигонометрии 1-го разряда.

При измерениях особое внимание надо обращать на точность измерения вертикального угла α , высоты теодолита l_c и высоты визирования l_n .

2. Вдоль измеряемой линии с большим изменением уклонов направление IV может проходить выше реек, установленных в пониженных местах линии. В этом случае измеренные линии $s_1, s_2, \dots, s_n$, сначала следует проектировать на менее наклонный луч β , а затем с него на луч α (рис. 2). Пролеты $s'_1, s'_2, \dots, s'_n$ проектируем непосредственно на луч α . В сумме получим вертикальную проекцию всей линии onv' на один и тот же луч α :

$$IV = IR + RN + NV.$$

Из рис. 2 видно, что

$$IR = IS \cos (\alpha - \beta); \quad RN = (l'_0 - l_n) \sin \alpha$$

не представляет больших трудностей. При любых схемах измерения длин линий с нивелированием наклонным лучом имеется возможность спроектировать измеренные стороны на наклонный луч. Однако во избежание дополнительных вычислений и связанных с ними ошибок при полевых измерениях следует придерживаться следующих правил:

1. Проектирующий луч устанавливается на рейке в конечной точке линии не по произвольному ее отсчету, а по отсчету, равному высоте теодолита.

2. Отсчеты по рейке берутся при таком положении визирного луча, наклон которого к горизонту непосредственно измерен теодолитом.

При соблюдении первого требования в формулах для вычисления наклонных проложений коэффициенты при синусах углов наклона обращаются в нуль. Следовательно, эти члены не приходится вычислять.

При нарушении второго требования, то есть если вместо угла проектирующего луча α , которому соответствует известный отсчет l_n , непосредственно измерен вертикальный угол α^0 с отсчетом l^0 , то для угла $\alpha = \alpha^0 + \Delta\alpha$ необходимо вычислить поправку

$$\Delta\alpha = \frac{l_n - l^0}{[s_\alpha]} \cos \alpha^0$$

и проекцию $[s_\alpha]$ методом последовательного приближения. В первом приближении $[s_\alpha]$ можно заменить через $[s]$. Если линия полигонометрии достаточно вытянута, то поправка $\Delta\alpha$ по малости не изменится при вычислении во втором приближении. Поправку $\Delta\alpha$ можно не вычислять, а вычислить приращения тригонометрических функций угла α ($\sin \alpha$, $\cos^2 \alpha$), участвующие в формулах редуцирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романов Н. Г. Нивелировка наклонным лучом. «Геодезист», 1939, 2.

Работа поступила
1 ноября 1968 года