

Для $k=3$

$$0 \leq \lambda_j(M) \leq \lambda_j(\bar{M}_3)/4 \sin^2 \frac{\pi}{\max n_i}.$$

Последняя формула не позволяет найти оценку числа обусловленности. Аналогично коррелятному уравниванию, алгоритм стро- того уравнивания углов смежными направлениями с замы- каннем горизонта параметрическим способом оказывается нера- циональным и приводит лишь к увеличению объема вычислений.

Получено отмечим следующий факт: поскольку при формиро- вании матрицы $\bar{M}_3$ используются все углы, участвовавшие в формировании $\bar{M}_2$, то имеется равенство

$$\bar{M}_3 = \bar{M}_2 + D, \quad (21)$$

где D — симметричная неотрицательно определенная матрица. К (21) применимы известные теоремы о собственных значениях сум- мы матриц [3, 9]. Например, если имеется набор индексов, удов- летворяющий условиям

$$\begin{aligned} 1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_t \leq m, \\ 1 \leq j_1 \leq j_2 \leq \dots \leq j_t \leq m, \\ i_t + j_t \leq t + m, \end{aligned} \quad (22)$$

то

$$\sum_{s=1}^t \lambda_{i_s+j_s-s}(\bar{M}_3) \leq \sum_{s=1}^t \lambda_{i_s}(\bar{M}_2) + \sum_{s=1}^t \lambda_{j_s}(D). \quad (23)$$

Если выполняются условия (22) и неравенство $i_t + j_t \geq m + 2 - t$, то

$$\sum_{s=1}^t \lambda_{i_s+j_s-s-t-m}(\bar{M}_3) \geq \sum_{s=1}^t \lambda_{i_s}(\bar{M}_2) + \sum_{s=1}^t \lambda_{j_s}(D). \quad (24)$$

Из (23) и (24) следует целый ряд более простых выражений, например,

$$\lambda_j(\bar{M}_2) + \lambda_m(D) \leq \lambda_j(\bar{M}_3) \leq \lambda_j(\bar{M}_2) + \lambda_1(D),$$

$$j=1, 2, \dots, m.$$

Приведенные выражения для собственных значений и чисел обусловленности нормальных матриц могут быть полезны при ана- лизе различных способов уравнивания и в других случаях геоде- зической практики.

1. Беллин Р. Введение в теорию матриц. — М.: Наука, 1969. — 368 с.
2. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
3. Ланкастер П. Теория матриц. — М.: Наука, 1978. — 280 с.
4. Мар- кузе Ю. И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. — М.: Недра, 1982. — 191 с.
5. Треков И. Влияние на точности на наблюдении

та первую характеристичные числа на нормальные матрицы. — В кн.: 30 год Центр. лаб. по высш. геод.: Сб. докл. юбилейной науч. сессии. София, 1980, с. 59—68. 6. Уилкинсон Дж. Х. Аппроксимация проблемы собственных значений. — М.: Наука, 1970. — 564 с. 7. Ostrowski A. M. A quantitative formulation of Sylvester's law of inertia. — Proceedings of the National Academy of Science of USA, 1959, v. 45, № 5, p. 740—744. 8. Thompson R. C. Inertial properties of eigenvalues. — Journal of mathematical analysis and applications, 1973, v. 41, № 1, p. 192—198. 9. Thompson R. C., Freede L. J. On the eigenvalues of sums of Hermitian matrices. — Linear Algebra and its applications, 1971, v. 4, № 4, p. 369—376.

Статья поступила в редколлегию 15.04.85

УДК 528.28

А. В. ГОЖИИ

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЗИМУТА НАПРАВЛЕНИЯ НА ЗЕМНОЙ ПРЕДМЕТ С ПОМОЩЬЮ ИНСТРУМЕНТА С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ЗРИТЕЛЬНОЙ ТРУБОЙ

При построении Государственной геодезической сети азимуты направлений выходных сторон рекомендуются определять из мно- гократных наблюдений ярких звезд вблизи меридиана, из наблю- дений звезд в меридиане и по часовому углу Полярной [7]. Общим недостатком всех этих способов является необходимость измере- ния горизонтального угла между вертикалями звезд и земного предмета с помощью разделенного круга — процесса, в значи- тельной мере обремененного влиянием систематических погрешно- стей, что, естественно, снижает точность определений азимута.

Отмеченного недостатка лишены микрометрические способы азимутальных определений, которые основаны на измерении ма- лого угла между близко расположенными вертикалями звезд и земного предмета с помощью микрометра. Именно к микромет- рическим способам обращаются чаще всего в тех случаях, когда необходимо определить азимут с повышенной точностью [6].

Однако и микрометрические способы (в том виде, в каком они применялись до настоящего времени) не обеспечивают суще- ственного повышения точности азимутальных определений. На- пример, при микрометрических определениях азимута земного предмета по наблюдениям близкополосных звезд в элонгации на пасажном инструменте в Полтаве средняя квадратическая по- грешность одного определения составила $\pm 0,44''$ [10].

Слабой стороной существующих микрометрических способов азимутальных определений является то, что в процессе выполне- ния микрометрических измерений изменяется положение инстру- мента в пространстве при визировании на звезду и на земной пред- мет, т. е. микрометрические измерения непрямы, что служит источником дополнительных систематических погрешностей. Что- бы устранить этот недостаток и тем самым улучшить точность

определения азимута микрометрическими способами, в процессе наблюдений необходимо иметь возможность видеть земной предмет и изображение наблюдаемой звезды в поле зрения неподвижного микрометра и проводить прямое микрометрическое измерение малого угла между вертикалями звезд и земного предмета. Такую возможность обеспечивает инструмент с близгоризонтальной линией визирования, устройство которого сходно с устройством горизонтального меридианного круга.

Идея создания астрономического инструмента с неподвижной горизонтальной зрительной трубой была высказана еще в XVII веке. Детальная разработка ее применительно к созданию горизонтального меридианного инструмента (ГМИ), предназначенного для определения координат небесных светил по наблюдениям их в меридиане, выполнена в первой половине, а практическая реализация началась лишь во второй половине текущего столетия [1—5, 8, 9, 11].

В настоящее время известны ГМИ двух типов. ГМИ первого типа состоит из двух горизонтальных зрительных труб, расположенных в меридиане, и вращающегося относительно горизонтальной оси, перпендикулярной к плоскости меридиана, зеркала, с помощью которого лучи от наблюдаемых в меридиане небесных светил направляются в одну из зрительных труб. ГМИ второго типа состоит из горизонтальной зрительной трубы, расположенной в первом вертикале, с помощью которого изображены небесных светил, проходящих через меридиан, можно направить в поле зрения трубы. В СССР созданы ГМИ обоих типов. Их конструктивные особенности, инструментальные характеристики, основные достоинства и недостатки рассмотрены в [2—5, 9]. Не останавливаясь на всех достоинствах ГМИ, которые важны для меридианной астрометрии, отметим два из них, которые представляют интерес для геодезической астрономии:

возможность вести прямые микрометрические измерения между вертикалем наблюдаемой звезды и вертикалем земного предмета;

возможность полной автоматизации процесса наблюдений. Бюлде не понятно, что использование инструмента с такими возможностями для определения азимутов направлений в геодезических сетях предпочтительно даже в том случае, если он будет обеспечивать такую же точность определений азимута, какую обеспечивают применяемые в настоящее время инструменты и способы определений. Однако перспективы использования инструмента с горизонтальной зрительной трубой для определения азимута лучше. Есть основание полагать, что он не только позволит точнее определять азимут, но и обеспечит более высокую производительность труда.

В отличие от ГМИ, зрительные трубы которых находятся в горизонтальном положении постоянно, у инструмента для определения азимута зрительная труба должна перемещаться в вертикальной плоскости на небольшой угол. Это нужно для того, чтобы

трубу можно было направить вдоль линии «пункт определения — земной предмет», которая в большинстве случаев не горизонтальная, а близгоризонтальная. Кроме того, инструмент для определения азимута в геодезических сетях должен быть переносного типа. Схема устройства азимутального горизонтального инструмента (АГИ) с близгоризонтальной зрительной трубой показана на рисунке. Основными элементами его являются горизонтальная зрительная труба 5, расположенная в вертикале земного предмета v' , и плоское зеркало 2 с центральным отверстием 3 и отсчетными вертикальными кругами 1 и 4, вращающиеся вокруг горизонтальной оси NN' , которая перпендикулярна линии визирования vv' . Подобный инструмент позволяет видеть в поле зрения неподвижной трубы земной предмет (через центральное отверстие в зеркале), азимут направления, на который определяется, и изображение звезды, лучи от которой с помощью зеркала направляются в установившуюся вдоль линии «пункт определения — земной предмет» зрительную трубу.

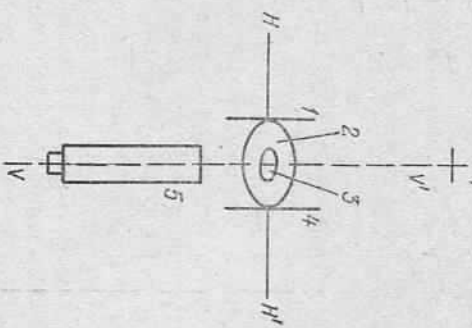


Схема инструмента с горизонтальной зрительной трубой для определения азимута.

В общем случае задача определения азимута направления на земной предмет по наблюдениям звезды в вертикале предмета с помощью АГИ, оснащенного контактными микрометром, сводится к выполнению совокупности следующих операций:

- 1) приведение инструмента в рабочее положение;
- 2) визирование трубой на земной предмет;
- 3) установка зеркала на заданное зенитное расстояние с таким расчетом, чтобы отраженное от зеркала изображение звезды было видно в поле зрения трубы;
- 4) регистрация прохождения звезды через поле зрения трубы с помощью контактного микрометра и определение среднего момента наблюдения звезды T_n ;
- 5) определение среднего отсчета m_* по барабану микрометра, соответствующего тому положению подвижной нити микрометра в поле зрения трубы, которое она занимала в момент T_n при регистрации прохождения звезды;
- 6) определение среднего отсчета m_n по барабану микрометра, соответствующего среднему положению подвижной нити в поле зрения трубы при визировании на земной предмет.

Кроме того, в процессе наблюдений необходимо контролировать положение основных осей и плоскостей инструмента в пространстве, определяя наклон оси вращения зеркала, его коллимацию и другие инструментальные параметры, характеризующие положение инструмента в пространстве.

В основу вычисления азимута земного предмета по данным наблюдений звезды в вертикале предмета можно взять следующие формулы:

$$\Delta m = m_n - m_* + \Sigma'_{\text{погр}}; \quad (1)$$

$$s = T_n + u + \Sigma'_{\text{погр}}; \quad (2)$$

$$t = s - a; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} a_* &= \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta}; \\ a_n &= a_* + \Delta m R. \end{aligned} \quad (4) \quad (5)$$

Здесь a, δ, t, a_* — соответственно прямое восхождение, склонение, часовой угол и азимут наблюдаемой звезды; φ — широта места наблюдения; u — поправка хронометра; R — цена оборота винта микрометра; s — звездное время наблюдений; $\Sigma'_{\text{погр}}$ — сумма поправок в разность отсчетов микрометра за влияние погрешностей винта микрометра; $\Sigma_{\text{погр}}$ — сумма поправок в наблюдаемый момент времени T_n за влияние наклона оси вращения зеркала, коллимации, ширины контакта и мертвого хода винта микрометра, неправомерности цапф, лично-инструментальной разности.

Как можно установить из анализа формул (1)–(5), погрешность определения азимута земного предмета по наблюдениям звезд в вертикале предмета с помощью АГИ в основном будет задаваться порядком значения погрешности определения азимута звезд. Если, например, обеспечить погрешность $\pm 1''$, то при делении прохождения одной звезды с погрешностью $\pm 1''$, то примерно такой же будет и погрешность определения азимута земного предмета a_n , поскольку вклад погрешности определения $\Delta m R$ в погрешность определения a_n будет существенно меньше (например, если R известно с погрешностью $\pm 0,01''$, Δm — с погрешностью $\pm 0,1$ деления барабана микрометра и при этом $\Delta m < 10$ оборотов винта, то погрешность $\Delta m R$ не превышает $0,1''$). Понятно, что обеспечив точность определения одного значения азимута земного предмета в пределах $\pm (1,0 \dots 1,2)''$, из наблюдений 15–20 звезд можно добиться точности определения азимута на протяжении $\pm (0,2 \dots 0,3)''$.

Таким образом, можно говорить о принципиальной возможности определения азимута земного предмета по наблюдениям звезд в вертикале предмета с помощью инструмента с горизонтальной зрительной трубой, конструктивное воплощение которого может иметь множество технических решений. Поиск таких решений весьма целесообразен.

1. Брилл Д. Оттавский зеркальный меридианный инструмент. — В кн.: Новые инструменты и методы в меридианной астрометрии. М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 24–34. 2. Пинигин Г. И. Предварительные результаты исследований системы горизонтального меридианного круга Л. А. Сухарева. — В кн.: Тр. 18-й астрометрической конференции СССР. Л.: Наука, 1972, с. 158–164. 3. Пинигин Г. И. К вопросу о меридианном инструменте оптимального ти-

па. — В кн.: Развитие методов астрономических исследований. М.: Л., 1979, с. 172–187. 4. Пинигин Г. И., Шорников О. Е. Аксиально-меридианный круг. — Астрометрия и астрофизика, 1983, вып. 49, с. 75–82. 5. Пинигин Г. И., Шорников О. Е. Аксиально-меридианный круг. — В кн.: Проблемы астрометрии. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984, с. 206–208. 6. Попов Н. А. Об организации азимутальных наблюдений в Полтаве. — В кн.: Тр. 14-й астрометрической конференции СССР. М.: Л.: Изд-во АН СССР, 1960, с. 301–311. 7. Руководство по астрономическим наблюдениям. — М.: Недра, 1984, — 382 с. 8. Сухарев Л. А. К вопросу о принципиальных преимуществах и конструктивных особенностях горизонтального меридианного круга. — Астрономический журнал, 1948, т. 25, вып. 1, с. 59–65. 9. Сухарев Л. А. Пулковский горизонтальный меридианный инструмент. — В кн.: Тр. 11-й астрометрической конференции СССР. Л.: Изд. ГАО в Пушкино, 1955, с. 161–167. 10. Ципова А. Л. Исследование ошибки определения азимута мира по наблюдениям близлежащих звезд в элонгации. — Астрометрия и астрофизика, 1969, вып. 2, с. 92–100. 11. Hoeg E. Design Study of a Glass Meridian Circle. — Mitteilungen der Gesellschaft, 1973, Nr 32, S. 120–125.

Статья поступила в редколлегию 28. 01. 85

УДК 523.024.187.4:522.92

Б. М. ДЖУМАН, А. Л. ОСТРОВСКИЙ, А. И. ТЕРЕШУК УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ НИВЕЛИРОВАНИИ ПРИ НЕУСТОЙЧИВОЙ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

Прецизионное геометрическое нивелирование проводят, как правило, в период неустойчивой температурной стратификации, которое характеризуется турбулентными перемещениями холодного и прогретого у почвы слоев воздуха, вызывая тем самым колебания изображений штрихов шкал ниварных реек. Уже давно замечено, что амплитуда колебаний изображений отражает степень влияния рефракции, а метод ее учета может найти применение в геометрическом нивелировании [1].

С целью дальнейшего изучения метода летом 1984 г. выполнены экспериментальные исследования на геодезическом полигоне в г. Бережаны Тернопольской области. Наблюдательная станция выбрана на северо-западной окраине города и расположена на обочине шоссе к дороге. Условия площадки близки к условиям проведения высокоточного нивелирования вдоль шоссе к дороге с асфальтированным покрытием.

При наблюдениях использовались нивелир Н-1 № 7107002 и штриховые ниварные рейки производства Народного предприятия Карл Цейс Йена, ГДР. Рейки при помощи держателей устанавливались на реперах, отстоящих от нивелира на 20, 30, 40, 50 и 60 м. Градиент температуры воздуха определяли при помощи аспирационных психрометров Асмана, закрепленных горизонтально в держателях метеорологической мачты на высотах 0,5 и 1,5 м. Мачта устанавливалась вблизи нивелира. Атмосферное давление