

С. С. ПЕРИИ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ ПО РАЗНОСТИ НАБЛЮДЕНИЙ НА ДВУХ ВЫСОТАХ

Вертикальный градиент температуры и высота луча — основные определяющие значения вертикальной рефракции. Экспериментально и теоретически давно уже доказана\* зависимость угла вертикальной рефракции от высоты оптического излучения над подстилающей поверхностью.

Рассмотрим систему уравнений вертикальной рефракции при наблюдениях с двух высот (см. рисунок)

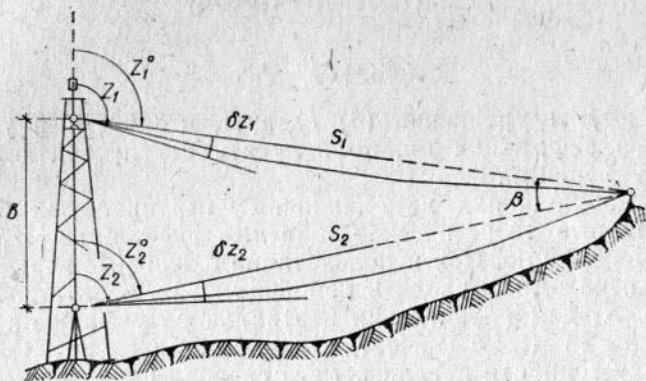
$$\delta_{z_1} = \delta_n + 334,35 \frac{P}{T^2} \cdot \frac{S}{R_3} \cdot \frac{c}{h_{э1}},$$

---

\* Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования // Тр. ЦНИИГАиК. 1955. Вып. 102. С. 112.

$$\delta_{z_2} = \delta_n + 334,35 \frac{P}{T^2} \cdot \frac{S}{R_3} \cdot \frac{c}{h_{a2}}, \quad (1)$$

где  $\delta_{z_1}$  и  $\delta_{z_2}$  — углы вертикальной рефракции соответственно на верхнем и нижнем пунктах наблюдения;  $P$  — давление, мм. рт. ст.;  $T$  — температура, К;  $S$  — расстояние к пункту наблюдения, км;  $c$  — аномальный градиент температуры на высоте 1 м, град/м;  $\delta_n = 198,13 \frac{P}{T^2} S_{\text{км}}$  — угол нормальной рефракции;  $h_{a1}$  и  $h_{a2}$  — соответствующие эквивалентные высоты для верхнего и нижнего пунктов наблюдений.



Определение вертикальной рефракции по разности наблюдений на двух высотах.

При одновременных наблюдениях с двух пунктов на одной вертикали аномальный градиент температуры  $c$  на высоте 1 м от подстилающей поверхности одинаков. При наблюдении зенитных расстояний на одну точку с двух высот (см. рисунок) можно определить разность вертикальных рефракций на пункте:

$$\Delta\delta = \delta_{z_1} - \delta_{z_2} = \beta - (Z_1^0 - Z_2^0). \quad (2)$$

Для этой цели необходимо измерить расстояния (наклонные)  $S_1$  и  $S_2$  до наблюдаемой цели и вертикальный базис  $b$  (превышение между высотами инструментов), после чего определяют угол  $\beta$ , являющийся разностью теоретических зенитных расстояний  $Z_1^0$  и  $Z_2^0$ . Его можно определить по известным формулам тригонометрии с большой точностью, зависящей от точности измерения расстояний до цели и вертикального базиса

$$\beta = Z_1^0 - Z_2^0,$$

$$\cos \beta = \frac{S_1^2 + S_2^2 - b^2}{2S_1S_2},$$

$$\sin \beta = \frac{b}{S_1} \sin Z_2 = \frac{b}{S_2} \sin Z_1, \quad (3)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$  — измеренные зенитные расстояния на соответствующих высотах.

Из совместного решения (1) и (2) находим частные углы рефракций

$$\begin{aligned} \delta_{Z_1} &= \delta_n + \Delta \delta \frac{h_{\text{э}2}}{h_{\text{э}2} - h_{\text{э}1}}, \\ \delta_{Z_2} &= \delta_n + \Delta \delta \frac{h_{\text{э}1}}{h_{\text{э}2} - h_{\text{э}1}}, \end{aligned} \quad (4)$$

или

$$\delta_{Z_2} = \delta_{Z_1} - \Delta \delta.$$

Из системы уравнений (4) следует, что частный угол вертикальной рефракции можно получить без проведения градиентных измерений.

При наблюдениях на одинаковый вертикальный базис на другом пункте теоретические зенитные расстояния  $Z_1^0 = Z_2^0$ , а угол  $\beta$  равен нулю. При использовании различных вертикальных базисов необходимо вводить поправки за их разность. Расстояния  $S_1$  и  $S_2$  для определения вертикальной рефракции при наблюдении на одинаковый базис можно не определять.

Оценку точности предлагаемого способа производим по формуле

$$m_{\delta_{Z_1}} = \sqrt{\frac{h_{\text{э}2}^2}{(h_{\text{э}2} - h_{\text{э}1})^2} m_{\Delta \delta}^2 + \Delta^2 \delta \left( \frac{h_{\text{э}1}^2 + h_{\text{э}2}^2}{(h_{\text{э}2} - h_{\text{э}1})^4} \right) m_{h_{\text{э}}}^2 + m_{\delta_n}^2}, \quad (5)$$

где  $m_{\delta_{Z_1}}$  — средняя квадратическая ошибка определения частного угла вертикальной рефракции;  $m_{\Delta \delta}$  — ошибка определения разностей рефракций;  $m_{h_{\text{э}}}$  — ошибка определения эквивалентных высот;  $m_{\delta_n}$  — ошибка определения нормальной рефракции.

Измерения предлагаемым способом производят с геодезического сигнала и со штатива, расположенных по возможности на одной вертикали. Для наблюдений также можно использовать специальные постройки, а иногда и крутые склоны местности.

Постановка высокоточных измерений позволяет учитывать влияние подстилающей поверхности на результаты тригонометрического нивелирования, так как значение аномального градиента температуры на высоте одного метра одинаково для двух высот. Для определения углов частной рефракции данным способом не требуется находить уклоны отвесных линий на пункте, но при проведении тригонометрического нивелирования эти измерения необходимы.

Предлагаемый способ можно использовать совместно со способом эталонного направления (рефракционного базиса) в целях создания таких направлений. Основное преимущество его заключается в измерениях с одного пункта и основная эффективность проявляется в тех случаях, когда нельзя применить геометрическое и двухстороннее тригонометрическое нивелирование. На способ получено авторское свидетельство № 1362927 (А. Л. Островский, С. С. Перий).

Способ апробирован при экспериментальных наблюдениях на геодезическом полигоне в г. Бережаны Тернопольской обла-

### Результаты вычислений первого периода наблюдений

Направление	Расстояние, км	Эквивалентные высоты		Измеренная рефракция		Вычисленная рефракция $\delta z_{2\text{выч}}$	Ошибки вычислений $\delta z_2 - \delta z_{2\text{выч}}$	Ср. кв. ошибки серии $m_{\delta z}$
		$h_{a_2}$	$h_{a_1}$	$\delta z_2$	$\delta z_1$			
С—М. С	4,44	10	19	33,68	24,68	35,58	1,90	8,27
С—М. С		10	23	30,30	21,48	32,12	1,82	4,83
С—М. С		19	23	24,18	22,76	24,73	0,55	11,45
С—К		9,4	14,0	28,36	22,54	27,87	— 0,49	8,74
С—К	7,25	9,4	19,0	27,51	18,77	27,47	— 0,04	6,77
С—К		14	19	22,63	19,30	22,85	0,21	10,44
С—П		5,1	13	48,25	47,82	27,83	—20,42	9,35
С—П	11,92	5,1	22	52,45	43,52	38,84	—13,61	6,03
С—П		13	22	47,62	42,15	40,53	— 7,09	7,04
С—Ж	14,00	11	17	48,87	49,19	31,00	—17,87	13,65
С—Б		14	26	65,29	52,75	65,23	— 0,06	6,83
С—Б	16,87	14	32	67,05	49,99	68,61	1,56	6,55
С—Б		26	32	57,87	50,89	75,37	17,50	13,37

сти. Результаты вычислений первого периода наблюдений, проведенные А. А. Изотовым и Л. П. Пеллиным, даны в таблице, где  $\delta z_{2\text{выч}}$  — вычисленное значение угла частной вертикальной рефракции по формуле (4);  $\delta z_2$  и  $\delta z_1$  — измеренные значения вертикальной рефракции;  $\delta z_2 - \delta z_{2\text{выч}}$  — ошибка вычислений и  $m_{\delta z}$  — средняя квадратическая ошибка вычислений из одной серии наблюдений (6—8 приемов).

Из анализа данных таблицы следует, что точность определения угла частной вертикальной рефракции предлагаемым способом находится в соизмерении с точностью двухстороннего тригонометрического нивелирования; определение вертикальной рефракции по наблюдениям с двух высот зависит от высоты вертикального базиса  $b$  и может быть предрасчитана по формуле (5); рекомендуется для повышения точности измерения производить сериями в 6—8 приемов измерений зенитных расстояний с двух высот одного пункта одновременно.

Статья поступила в редколлегию 23. 04. 87