

Г. А. МЕШЕРЯКОВ, Н. Ф. АЛЕЕВ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ ВАРИАНТ НЕРАДИЦИОННОЙ НОРМАЛЬНОЙ ЗЕМЛИ

Как известно, повышение точности наблюдений, выполняемых в настоящее время для целей геодезии, совершенствование методов их обработки и повышение требований со стороны смежных наук заострили актуальность построения Нормальной Земли (НЗ). Не останавливаясь на истории вопроса и ряде новых предложений, обсужденных в статье [8], отметим, что в [7, 8] предложено в качестве НЗ использовать поверхность обобщенного сфероидального и аппроксимирующего его эллипсоида. Вводимая Сфероидальная Нормальная Земля (СНЗ) позволяет уменьшить возмущающий потенциал и дать четкое определение как аномалий силы тяжести, так и аномалий плотности земных недр («плотностных неоднородностей»). Аппроксимация СНЗ эллипсоидом вращения приводит к Эллипсоидальной Нормальной Земле (ЭНЗ). Такой эллипсоид неуровненный. Обе Нормальные Земли (СНЗ и ЭНЗ) взаимосвязаны: они развивают во внешнем пространстве одно и то же триаксиальное поле, тождественное гравитационному полю гидростатически равновесной планеты. Если же рассмотреть эллипсоид, аппроксимирующий геоид, и приписать такому эллипсоиду постоянное значение потенциала, равное среднему значению геопотенциала на геоиде, то получим традиционную НЗ. Таким образом, численные методики построения как последней, так и ЭНЗ, едины, а предпосылки их различны: в первом случае под исходной областью — сфероид.

В настоящей статье на основании [8] дан предварительный вариант построения нетрадиционной НЗ.

В качестве исходной информации возьмем следующие значения нужных параметров:

$$a_e = 6378138,0 \text{ м}, \alpha = 1 : 298,257, \\ fM = 398600,44 \text{ км}^3 \cdot \text{с}^{-2}, \omega = 0,7292115147 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1} \quad (1)$$

(первые три из них использовали при выводе модели гравитационного поля Земли ГЕМ-10С [10]) и набор четных зональных стоксовых постоянных $I_{2n} = -C_{2n,0}$ этой модели ($n \leq 90$).

Для построения поверхности СНЗ, кроме вышеприведенных данных, необходимо еще задать значение потенциала U_0 на этой поверхности, которое берем согласно GRS-80 (Геодезический референтной системы 1980 г.) [11]:

$$U_0 = 62636860,85 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}.$$

Поверхность СНЗ в первом приближении вычислим методом итераций [3, 6] по формуле

$$\frac{fM}{r} \left[1 + \sum_{n=1}^N \left(\frac{a_e}{r} \right)^{2n} C_{2n,0} P_{2n}(\cos \vartheta) \right] + \frac{\omega^2 r^2}{3} [1 - P_2(\cos \vartheta)] = U_0, \quad (2)$$

где $r = F(\vartheta)$ — искомый радиус-вектор сфероид; ϑ — полярное расстояние; P_{2n} — символ полиномов Лежандра. Значения радиус-вектора r СНЗ определяем в точках дуги меридиана через 1° широты. Не приводя результатов счета, отметим, что экваториальный радиус сфероид составляет

$$r_{\vartheta=0} = a_{ef} = 6378135,6 \text{ м}. \quad (2)$$

Затем поверхность этого сфероида аппроксимируем эллипсоидом, наилучшим образом в смысле метода наименьших квадратов подходящим полученному сфероиду. Радиус-вектор эллипсоида выражается известной формулой

$$r = \frac{a(1-\alpha)}{\sqrt{\cos^2 \vartheta + (1-\alpha)^2 \sin^2 \vartheta}}. \quad (3)$$

В нашем случае искомыми являются параметры эллипсоида a и α . Составим согласно [2] уравнения погрешностей вида

$$-N(1 - e^2 \cos^2 \vartheta) \delta a + M(1 - e^2 \cos^2 \vartheta) \cos^2 \vartheta \delta \alpha + z = \xi. \quad (4)$$

Здесь величины $e^2 = a^2 - 2a$, M и N берут для исходного эллипсоида (1), свободные члены

$$z = r_1 - r_{12}, \quad (5)$$

где r_1 — радиус-вектор исходного эллипсоида; r_2 — радиус-вектор аппроксимируемого сфероид; δa и $\delta \alpha$ — искомые поправки соответственно в большую полуось и сжатие эллипсоида (1), необходимые для получения параметров эллипсоида, аппроксимирующего сфероид (в данном случае сфероид первого приближения).

Такие уравнения составлялись для точек меридиана $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$ через 1° . Полученная система из 91 уравнения погрешностей решена по методу наименьших квадратов:

$$[\xi \xi] = \min. \quad (6)$$

В результате уравнивания были получены большая полуось и сжатие ЭНЗ первого приближения:

$$a_e = 6378137,0 \text{ м} \quad \alpha = 1 : 298,207. \quad (7)$$

Следующий этап вычислений заключается в определении внешнего потенциала СНЗ. Так как поверхность СНЗ уровенная, то достаточно найти потенциал в какой-либо одной ее точке, например на экваторе, т. е. при $\vartheta = \pi/2$:

$$U_0^{ef} = \frac{fM}{a_{ef}} \left[1 - \sum_{n=1}^N \left(\frac{a_e}{a_{ef}} \right)^{2n} I_{2n} P_{2n}(0) \right] + \frac{\omega^2 a_{ef}^2}{2}, \quad (8)$$

что дает

$$U_0^{ef} = 62636860,87 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}.$$

Полученное значение U_0 практически не отличается от заданного согласно GRS-80.

Со значением U_0^{cf} просчитано второе приближение в определении НЗ, которое выполнено аналогично первому. Найденные поверхности сфероида и аппроксимирующего его эллипсоида во втором приближении в пределах точности вычислений полностью совпали с поверхностями первого приближения.

Совпадение двух выполненных приближений свидетельствует о том, что полученные здесь параметры СНЗ и ЭНЗ согласованы с принятой исходной информацией и полностью ей соответствуют. Таким образом, СНЗ 180-го порядка характеризуется следующими параметрами:

$$a_e^{(180)} = 6378\,135,6\text{ м}, \quad a_{cf}^{(180)} = 1:298,174, \quad U_0^{(180)} = 62\,636\,860,87\text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}, \quad (9)$$

а параметры аппроксимирующей ее ЭНЗ, т. е. эллипсоида, суть (7). Получена также СНЗ (и соответствующая ей ЭНЗ) 36-го порядка в двух вариантах при различной исходной информации.

В первом случае использованы параметры эллипсоида, соответствующие модели гравитационного поля Земли GEM-10B [10], и четные зональные коэффициенты $J_{2n} = -C_{2n,0}$ этой модели сжатия сфероида и эллипсоида были получены из третьего приближения:

$$a_e^{(36)} = 6378\,137,0\text{ м}, \quad a_{cf}^{(36)} = 1:298,208, \quad a_{cf}^{(36)} = 6378\,135,7\text{ м}, \quad \alpha_{cf}^{(36)} = 1:298,185, \quad U_0^{(36)} = 62\,636\,860,85\text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}. \quad (10)$$

При сравнении моделей НЗ различных порядков, а именно, 180-го, т. е. (9) и (7), и модели 36-го порядка, т. е. (10), следует иметь в виду, что они построены по одному и тому же исходному эллипсоиду с параметрами (1) и практически по одному и тому же набору зональных гармоник с различным числом усечения их (как известно, модель GEM-10B как модель геопотенциала 36-го порядка включена в модель 180-го порядка GEM-10C).

Таким образом, для подтверждения полученных суждений о не традиционной НЗ имеет смысл воспользоваться другой независимой исходной информацией. За такую во втором случае была принята модель гравитационного поля Земли GRIM-3B [13] с набором стоковых постоянных до 36-го порядка, использованный при ее построении эллипсоид с параметрами

$$a_e = 6378\,140\text{ м}, \quad a = 298,257, \quad fM = 398\,600,5\text{ км}^3 \cdot \text{с}^{-2}, \quad (11)$$

и U_0 в соответствии с GRS-80.

При таких исходных данных по вышеописанной методике была получена (также из трех итераций) следующая модель СНЗ и ЭНЗ:

$$a_e^{(36)} = 6378\,137,9\text{ м}, \quad a_{cf}^{(36)} = 298,210, \quad a_{cf}^{(36)} = 6378\,136,7\text{ м}, \quad \alpha_{cf}^{(36)} = 298,192, \quad U_0^{(36)} = 62\,636\,860,85\text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}. \quad (12)$$

Расхождения между тремя полученными моделями НЗ вполне естественны: они обусловлены различиями в численных значениях используемых при их построении параметров и разным усечением комплектов учитываемых четных зональных стоковых постоянных планет.

Наиболее отчетливо проявляется влияние масштабного фактора построения: расхождения в значениях больших полюсей исходных эллипсоидов модели GEM-10B ($a_e = 6378\,138\text{ м}$) и модели GRIM-3B ($a_e = 6378\,140\text{ м}$) привело к расхождениям значений больших полюсей сфероидов и соответствующих им эллипсоидов в 1 м, что полностью присуще неопределенности установления большой полюсы земного эллипсоида при независимых выводах ее определения разными методами [9].

Безусловно, из трех полученных здесь моделей СНЗ наиболее репрезентативным представляется данный в начале статьи предварительный вариант 180-го порядка, однако, приступая к общей характеристике, необходимо отметить следующее.

Полученные выше в рамках построения СНЗ три варианта ЭНЗ не являются вариантами нормального эллипсоида в общепринятом его понимании и приведенные выше их параметры (7), (9), (10), (12) не уточняют размеры и формы общеземного эллипсоида.

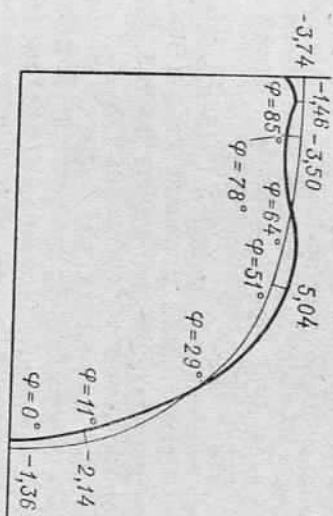
Дело в том, что последний обычно рассматривается как эллипсоид, наилучшим образом в смысле принципа наименьших квадратов аппроксимирующий *геоид*, а введенные здесь эллипсоиды в том же смысле наилучшим образом аппроксимируют *сфероид*. При выводе с указанных позиций общеземного эллипсоида даже по разным моделям гравитационного поля при учете всех его гармоник, т. е. зональных и тессеральных, устойчиво приходится [4, 5] значения его параметров, отвечающие рекомендации GRS-80. А параметры найденных здесь эллипсоидов получены при учете только четных зональных гармоник гравитационного поля, за счет чего они характеризуют, скажем, «гидростатический» эллипсоид, т. е. аппроксимацию сфероида как главную часть Земли в целом, а значит, и общеземного эллипсоида.

Переходя к характеристике СНЗ 180-го порядка, сравним сначала поверхность сфероида с аппроксимирующим его эллипсоидом (см. рисунок).

На рисунке отчетливо прослеживается волнообразный вид сфероида в широтном направлении. Область возвышения его над эллипсоидом простирается от $\varphi = 29^\circ$ до $\varphi = 64^\circ$, причем максимальное поднятие (5,04 м) приходится на широту $\varphi = 51^\circ$. В остальных широтных зонах $0^\circ < \varphi < 29^\circ$ и $64^\circ < \varphi < 90^\circ$ сфероид расположен также волнообразно, но с меньшими амплитудами, под эллипсоидом. Наименьшее понижение ($-3,74\text{ м}$) наблюдается на полюсах.

Так как при выводе сфероида учтены только четные зональные гармоник, то он описывает гидростатически равновесную Землю в целом. Его поверхность — эквипотенциальная поверхность, отвечающая именно гидростатически равновесной планете.

Известно, что из сравнения результатов обработки альтиметрических данных по Seasat и Geos-3 Р. Рапп [12] получил «улучшенное» (improved) значение экваториального радиуса $a = 6\,378\,135,6$ м. Мы берем на себя смелость сказать, что полученное им численное значение a можно строго трактовать как экваториальный радиусом гидростатически равновесной Земли (общеземного сфероида), а не просто Земли или, тем более, какого-либо аппроксимирующего эллипсоида.



Схематическое расположение сфероида (СНЗ) относительно аппроксимирующего его эллипсоида (ЭНЗ).

Устойчиво полученные нами значения сжатия СНЗ (1: 298,17) и ЭНЗ (1: 298,21) отличаются от принятого гидростатического сжатия Земли (1: 299,84, см. [1]). Не вдаваясь в обсуждение причин этого расхождения, отметим главное: последнее получено по теории Клеро с учетом только I_2 , а первые — на основании изощренной информации о внешнем гравитационном поле в виде большой последовательности I_{2n} . Это приводит к важному геофизическому выводу: сжатие обобщенной поверхности Земли, представляющей эллипсоидом GRS-80, с точностью до 0,03% совпадает в целом со сжатием гидростатически равновесной планеты (сфероид).

Таким образом, приведенные выше числовые данные сфероид и аппроксимирующего его эллипсоида накладывают концепцию НЗ, развитую в статье [8]. Здесь, кажется, впервые построена гидростатически равновесная фигура Земли — СНЗ и даны параметры аппроксимирующего ее неуровненного эллипсоида ЭНЗ. Этот эллипсоид незначительно (причем только сжатием) отличается от нормального эллипсоида GRS-80, и в силу соображений [8] он более приемлем для геофизики.

1. *Ефимов А. Б., Трубицын В. П.* Гравитационные аномалии и равновесная фигура Земли. — В кн.: Изучение Земли как планеты методами астрономии, геофизики и геодезии. К.: Наук. думка, 1982, с. 7—11. 2. *Закаев Д. С.* Курс высшей геодезии. — М.: Недра, 1976. — 386 с. 3. *Мещеряков Г. А.* Использование метода итераций при определении обобщенных фигур планет. — В кн.: Proc. Int. Symp. "Figure of the Earth, the Moon and Other Planets". Monographs Series of VUIGTK, Prague, 1983, s. 143—151. 4. *Мещеряков Г. А., Волжанин С. Д.* Использование метода L_2 -оценки при определении параметров общеземного эллипсоида. — Геодезия, картография и аэрофотогеодезия, 1983, вып. 38, с. 76—81. 5. *Мещеряков Г. А., Волжанин С. Д.* О выводе параметров общеземного эллипсоида по спутниковой информации с использованием метода L_2 -оценки. — Наблюдения ИСЗ, № 21 (1982). — М., 1984, с. 138—144. 6. *Мещеряков Г. А.* Об определении физической поверхности Земли с использованием параметров геоцентрической, определенных методами космической геодезии. — Наблюдения ИСЗ, № 21 (1982). — М., 1984, с. 131—137. 7. *Мещеряков Г. А.* Представление потенциала притяжения Земли суммой потенциалов плоских слоев. (Концепция правящих слоев). Тез. докл. Всесоюз. конф. «Исследование гравитационного поля и природных ресурсов Земли космическими средствами». — Львов, 1984, с. 8—9. 8. *Мещеряков Г. А.* О Нормальной Земле. — Геодезия, картография и аэрофотогеодезия, 1986, вып. 43, с. 64—71. 9. *Андерле Р. Ж.* Accuracy of Mean Earth Ellipsoid Based on Doppler, Laser and Altimeter Observations. — Bulletin géodésique. — Bureau Central de l'IAIG, 1980, v. 54, № 4, p. 521—527. 10. *Lorch F. J., Putney B. H., Wagner C. A., Klosko S. M.* Goodard Earth Models for Oceanographic Applications (GEM-10B and 10 C). Presented at the Marine Geodesy Symposium. — Miami, 1980, p. 18—20. 11. *Moritz H.* Geodetic Reference System 1980. In: The Geodesist's Handbook 1980. — Bulletin Geodesique, 1980, v. 54, № 3, p. 395—405. 12. *Karr R. H.* A Summary of the Results from the OSU Analysis of Seasat altimeter Data. — Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying. — Columbus: The Ohio State University, 1982, № 335, p. 19. 13. *Reiger C. H., Miller H., Rizzo Ch., Bosch W., Baltimore G., Mojot B.* AN Improved GRIM-3 Earth Gravity Model (GRIM-3 V). — Proceedings of the IAG Symposium, 1983, v. 1, p. 388—415.

УДК 528.16

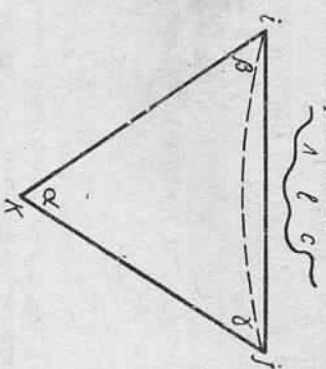
Ю. В. МОРКОТУН

О КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЯХ В ТРИАНГУЛЯЦИИ

В статье предпринята попытка изучить корреляционную зависимость взаимнообратных направлений в триангуляции, а также углов, имеющих общие взаимнообратные направления.

Значения взаимнообратных направлений соседних пунктов триангуляции (на рисунке направления ij и ji , ik и ki , jk и kj) не будут статистически независимыми.

Корреляционная зависимость взаимнообратных направлений обуславливается одинаковым воздействием аналогичной для них ситуации (см. рисунок). Причем ошибка за воздействие будет присутствовать во взаимнообратных направлениях с разным знаком, что свидетельствует об отрицательной корреляционной зависимости.



Треугольник триангуляции.

В [1] разработаны правила моделирования сетей триангуляции 2 класса с введением случайных ошибок в направлениях имен-