

Р. М. ТАРТАЧИНСКИЙ

ОБ ИСКАЖЕНИИ УГЛОВ БОКОВОЙ РЕФРАКЦИЕЙ В ПЕРИОДЫ ВИДИМОСТИ НАД ЗАЛЕСЕННОЙ МЕСТНОСТЬЮ

На современном этапе развития геодезического приборостроения и методов измерения горизонтальных углов в триангуляции и полигонометрии одним из основных источников ошибок, ограничивающих точность этих измерений, являются погрешности, вызываемые боковой рефракцией.

Измерения углов в течение суток выполняются в утренний и вечерний периоды видимости, при спокойных и слегка колеблющихся изображениях визирных целей. В эти периоды суток наблюдаются и минимальные значения градиентов показателя преломления воздуха.

В работе [1] показано, что время изотермии $\left(\frac{dT}{dh} \approx 0\right)$ примерно совпадает с началом промежутка времени минимальных колебаний визирных целей. В эти периоды и следует ожидать минимальных искажений измеренных углов.

Однако и утренний, и вечерний периоды видимости наступают не при $\frac{dT}{dh} = 0$, а несколько раньше.

В работе [1] было показано, что колебания изображений и вертикальные градиенты температуры во время наблюдений всегда находятся в чрезвычайно тесной связи.

Отмечено, что если разность температур ΔT на высотах 2,5 и 0,5 м вблизи точки наблюдения была более $\pm 0,3^\circ\text{C}$, то к инструменту можно не подходить — видимость отсутствует из-за сильных колебаний визирных целей. Так как периоды видимости наступают при некотором значении $\frac{dT}{dh} \neq 0$, то углы, измеренные в начале или конце видимости, должны быть обременены ошибками рефракционного происхождения.

Величины этих искажений могут быть определены, например, по формуле Т. И. Куккамьяки [7]:

$$\sigma = 0,20 \frac{dt}{dh} \Delta S \operatorname{tg} \gamma \cos \gamma \quad (1)$$

$$\delta'' = \sum_1^n \frac{S_i}{S} \sigma_i \quad (2)$$

В этих формулах

$\frac{dt}{dh}$ — вертикальный градиент температуры;

γ — угол между горизонтальной и изотермической плоскостями;

ν — угол (в точке преломления луча) между линией пересечения названных плоскостей и визирным лучом;

σ — полная рефракция на отдельной секции световой кривой — ΔS ;

δ'' — частный угол рефракции в направлении S , имеющем несколько точек преломления;

S_i — расстояния от точек преломления луча до визирной цели.

Как видим из формулы (1), величина боковой рефракции для некоторого направления изменяются только с изменением $\frac{dt}{dh}$.

В работах [2, 4, 5, 6.] на экспериментальном материале подтверждена хорошая корреляционная зависимость между искажениями результатов угловых измерений боковой рефракцией и разностью температур на одной вертикали. Известно также, что градиенты $\frac{dT}{dh}$ боль-

шие при ясной и незначительные при пасмурной погоде. В настоящей статье предпринимается попытка оценить величину искажений боковой рефракцией результатов угловых измерений не на экспериментальном, а на производственном материале.

Для этой цели использовались результаты измерения горизонтальных углов в триангуляции 2 класса над залесенной местностью.

Угловые наблюдения выполнялись в период с апреля по ноябрь месяцы. Углы измерялись во всех комбинациях.

Почти все измерения производились при вечерней видимости. Продолжительность видимости в отдельные месяцы характеризуется следующими усредненными данными (табл. 1).

Таблица 1

Продолжительности видимости (часы) в отдельные месяцы сезона при солнечной и пасмурной погоде

Погода \ Месяцы	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
Солнечная	1,0	1,3	1,6	1,4	1,3	1,4	1,3	—
Пасмурная и облачная	—	1,8	1,7	1,5	1,9	2,4	1,7	1,7

Наблюдения велись при хорошей видимости в периоды спокойных или слегка колеблющихся изображений при тихой погоде или при слабом ветре.

Все результаты угловых измерений были разделены на две группы: результаты угловых измерений, выполненные при солнечной погоде, и результаты угловых измерений, выполненные при пасмурной погоде.

Продолжительность каждого периода видимости принималась равной единице и делилась на пять равных интервалов. В результате все количество приемов, выполненных на данном пункте при одной видимости, разбивалось на пять равных групп, соответствующих пяти интервалам видимости.

Из каждой группы выбирались значения углов, измеренные во всех пяти интервалах видимости. При этом, если какой-то угол в данный

интервал видимости не был непосредственно измерен, он вычислялся как разность или сумма двух других углов, взятых из данного периода.

Таким образом, на каждом пункте были получены значения всех углов во всех пяти интервалах видимости.

Всего на 61 пункте сети было выбрано 250 углов во всех пяти интервалах видимости для солнечной погоды и такое же количество углов для пасмурной погоды, что составляет 2500 приемов.

Для каждого такого угла находилось среднее значение по пяти интервалам и, соответственно, пять уклонов от среднего. При этом вполне обоснованно можно полагать, что на каждом пункте в вечернюю видимость наблюдения начинались при отрицательных градиентах температуры, продолжались при нулевых и заканчивались при положительных градиентах температуры, что должно сказаться на знаках и величине уклонов V_{ij} от среднего за весь период видимости.

Результаты вычислений были сведены в таблицы отдельно для солнечной и пасмурной погоды, но, ввиду громоздкости таблицы, здесь не приводятся. Эти таблицы составлены по форме табл. 2.

Таблица 2

Порядок вычисления V_{ij}

№ п. п.	V_1	V_2	V_3	...	V_j	...	V_5
1	$V_{1,1}$	$V_{1,2}$	$V_{1,3}$	...	$V_{1,j}$	...	$V_{1,5}$
2	$V_{2,1}$	$V_{2,2}$	$V_{2,3}$	...	$V_{2,j}$	...	$V_{2,5}$
3	$V_{3,1}$	$V_{3,2}$	$V_{3,3}$	...	$V_{3,j}$	...	$V_{3,5}$
...	...	...	...	...	...	...	...
i	$V_{i,1}$	$V_{i,2}$	$V_{i,3}$	...	$V_{i,j}$	...	$V_{i,5}$
...	...	...	...	...	...	...	...
250	$V_{250,1}$	$V_{250,2}$	$V_{250,3}$	...	$V_{250,j}$	...	$V_{250,5}$

Отклонения от среднего V_{ij} будем считать некоторыми сечениями случайной функции времени $\varphi(t)$, заданной в небольшом интервале $t_1 - t_5$ с центром, совпадающим с серединой периода видимости.

На основании данных табл. 2 были построены корреляционные матрицы (см. также табл. 3, 4):

$$\|K_{ij}\| = \begin{vmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} & K_{1,5} \\ & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} & K_{2,5} \\ & & K_{3,3} & K_{3,4} & K_{3,5} \\ & & & K_{4,4} & K_{4,5} \\ & & & & K_{5,5} \end{vmatrix} \quad (3)$$

По главной диагонали корреляционных матриц расположены квадраты оценок дисперсий.

Извлекая из этих величин квадратные корни, найдем зависимость среднего квадратического отклонения σ_{φ} от времени.

Рассматривая данные табл. 5, замечаем, что минимальные средние квадратические отклонения при солнечной погоде появляются при-

Корреляционная матрица при солнечной погоде

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
+1,761	-0,033 +1,107	-0,398 -0,097 +1,139	-0,579 -0,368 -0,362 +1,139	-0,750 -0,609 -0,282 +0,170 +1,472

Таблица 4

Корреляционная матрица при пасмурной погоде

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
+1,522	-0,099 +1,588	-0,475 -0,300 +1,451	-0,474 -0,685 -0,327 +1,536	-0,474 -0,504 -0,349 -0,050 +1,377

Таблица 5

Зависимость среднего квадратического отклонения от времени
Солнечная погода

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
$\sigma_{\varphi}(t)$	$\pm 1,33$	$\pm 1,05$	$\pm 1,06$	$\pm 1,06$	$\pm 1,21$

Пасмурная погода

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
	$\pm 1,24$	$\pm 1,26$	$\pm 1,20$	$\pm 1,20$	$\pm 1,10$

близительно в середине периода видимости. В пасмурную погоду такой закономерности не наблюдается. Судить о количественной стороне рефракционных ошибок измеренных углов на протяжении видимости по σ_{φ} не представляется возможным, поскольку σ_{φ} содержит как случайные, так и систематические ошибки.

Так как ошибки, вызванные боковой рефракцией, должны иметь заметную зависимость от времени, а все остальные ошибки независимы от времени (изменение ошибок визирования здесь не принимается во внимание, так как измерения ведутся практически на неподвижные визирные цели), то в первом приближении V_{ij} можно представить функцией

$$V_{ij} = \alpha_{ij} + \beta t_j, \quad (4)$$

где α — составляющая часть уклонения, независимая от времени;

βt_j — составляющая часть, зависящая от времени.

В связи с этим корреляционный момент двух сечений функции будет иметь вид:

$$K_{1,1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n=250} V_{i1}^2 = \alpha^2 + \beta^2 t_1^2,$$

$$K_{1,2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n=250} V_{i1} \cdot V_{i2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n=250} \alpha_{i1} \alpha_{i2} + \alpha_{i1} \beta t_2 + \alpha_{i2} \beta t_1 + \beta^2 t_1 t_2. \quad (5)$$

Так как α — случайные величины, то

$$\begin{aligned}\alpha_{i1} \cdot \alpha_{i2} &= 0, \\ \alpha_{i1} \cdot \beta t_2 &= 0, \\ \alpha_{i2} \cdot \beta t_1 &= 0\end{aligned}\quad (6)$$

$$K_{1,2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n=250} \beta^2 t_1 t_2.$$

и

Аналогично можно представить все члены корреляционных матриц. В результате для определения неизвестных α^2 и β^2 получим 15 уравнений ошибок:

$$\begin{aligned}1. \quad \alpha^2 + t_1 t_1 \beta^2 - K_{1,1} &= v_1. & 9. \quad t_2 t_5 \beta^2 - K_{2,5} &= v_9. \\ 2. \quad t_1 t_2 \beta^2 - K_{1,2} &= v_2. & 10. \quad \alpha^2 + t_3 t_3 \beta^2 - K_{3,3} &= v_{10}. \\ 3. \quad t_1 t_3 \beta^2 - K_{1,3} &= v_4. & 11. \quad t_3 t_4 \beta^2 - K_{3,4} &= v_{11}. \\ 4. \quad t_1 t_4 \beta^2 - K_{1,4} &= v_5. & 12. \quad t_3 t_5 \beta^2 - K_{3,5} &= v_{12}. \\ 5. \quad t_1 t_5 \beta^2 - K_{1,5} &= v_6. & 13. \quad \alpha^2 + t_4 t_4 \beta^2 - K_{4,4} &= v_{13}. \\ 6. \quad \alpha^2 + t_2 t_2 \beta^2 - K_{2,2} &= v_6. & 14. \quad t_4 t_5 \beta^2 - K_{4,5} &= v_{14}. \\ 7. \quad t_2 t_3 \beta^2 - K_{2,3} &= v_7. & 15. \quad \alpha^2 + t_5 t_5 \beta^2 - K_{5,5} &= v_{15}. \\ 8. \quad t_2 t_4 \beta^2 - K_{2,4} &= v_8.\end{aligned}\quad (7)$$

Так как t_3 — середина периода видимости, принятого за единицу, то $t_1 = -0,5$, $t_2 = -0,25$, $t_3 = 0$, $t_4 = +0,25$, $t_5 = +0,5$.

В связи с этим из уравнений (7) выпадают все те уравнения, в которых имеются произведения с t_3 .

В численном виде получим:

Солнечно	Пасмурно
1. $\alpha^2 + 0,250 \beta^2 - 1,761 = v_1$.	1. $\alpha^2 + 0,250 \beta^2 - 1,522 = v_1$.
2. $+ 0,125 \beta^2 + 0,033 = v_2$.	2. $+ 0,125 \beta^2 + 0,099 = v_2$.
3. $- 0,125 \beta^2 + 0,579 = v_3$.	3. $- 0,125 \beta^2 + 0,474 = v_3$.
4. $- 0,250 \beta^2 + 0,750 = v_4$.	4. $- 0,250 \beta^2 + 0,474 = v_4$.
5. $\alpha^2 + 0,062 \beta^2 - 1,107 = v_5$.	5. $\alpha^2 + 0,062 \beta^2 - 1,588 = v_5$.
6. $- 0,062 \beta^2 + 0,368 = v_6$.	6. $- 0,062 \beta^2 + 0,685 = v_6$.
7. $- 0,125 \beta^2 + 0,609 = v_7$.	7. $- 0,125 \beta^2 + 0,504 = v_7$.
8. $\alpha^2 + 0 \quad 1,139 = v_8$.	8. $\alpha^2 + 0 \quad - 1,451 = v_8$.
9. $\alpha^2 + 0,062 \beta^2 - 1,139 = v_9$.	9. $\alpha^2 + 0,062 \beta^2 - 1,536 = v_9$.
10. $+ 0,125 \beta^2 - 0,170 = v_{10}$.	10. $+ 0,125 \beta^2 + 0,050 = v_{10}$.
11. $\alpha^2 + 0,250 \beta^2 - 1,472 = v_{11}$.	11. $\alpha^2 + 0,250 \beta^2 - 1,377 = v_{11}$.

На основании уравнений (8) составлены нормальные уравнения, в результате решения которых получены следующие данные:

Для солнечной погоды

$$\begin{aligned}\alpha^2 &= 0,9847, \\ \beta^2 &= 2,7158, \\ [vv] &= 0,412,\end{aligned}$$

Для пасмурной погоды

$$\begin{aligned}\alpha^2 &= 1,4854, \\ \beta^2 &= 0,0710, \\ [vv] &= 1,211,\end{aligned}$$

откуда

$$\alpha = \pm 0,99,$$

$$\beta = \pm 1,65,$$

$$m = \pm 0,21.$$

откуда

$$\alpha = \pm 1,22,$$

$$\beta = \pm 0,28,$$

$$m = \pm 0,37.$$

Как показывают вычисления, случайная часть ошибок α как при солнечной, так и при пасмурной погоде примерно одного порядка и почти равны требуемой точности измерения углов в триангуляции 2 класса. Несколько завышенные числовые значения α объясняются тем, что они получены не по полной программе, а по $1/5$ программы.

Одновременно с этим наблюдается значительная разница между систематическими составляющими βt при солнечной и пасмурной погоде.

Так, величина βt при солнечной погоде в шесть раз больше, чем при пасмурной погоде. Этого и следовало ожидать. Величины вертикальных температурных градиентов при солнечной погоде значительно больше, чем при пасмурной, и их изменение в период видимости происходит за более короткий промежуток времени, чем при пасмурной погоде.

Этот факт не может не сказаться на результатах угловых измерений.

В связи с более длительным периодом видимости при пасмурной погоде и меньшими значениями вертикальных градиентов температуры в начале и в конце видимости будет более длинным и период спокойных изображений, а это значит, что при пасмурной погоде большее

число приемов будет выполнено при $\frac{dT}{dh} \approx 0$, чем при солнечной погоде.

Принимая β за угловой коэффициент, найдем ожидаемую ошибку в начале (конце) видимости за боковую рефракцию. Даже при пасмурной погоде будет

$$m_{\beta} = \pm 0,28 \times 0,5 = \pm 0,14$$

Следовательно, расхождение углов в приемах в начале и конце видимости из-за действия боковой рефракции при пасмурной погоде может достигать $\pm 0,28$.

При солнечной погоде измеренные горизонтальные углы в начале (конце) видимости могут быть обременены ошибками $m_{\beta} = \pm 1,65 \times 0,5 = \pm 0,82$, а расхождение приемов в начале и конце видимости может достигать $\pm 0,28$.

Такие величины ошибок за боковую рефракцию будут вносить заметные искажения в результаты измерений горизонтальных углов, если они выполнены не по симметричной программе наблюдений.

Если учесть, что в соответствии с действующей инструкцией по построению государственной геодезической сети СССР расхождения между значениями, выведенными для одного и того же угла из разных приемов в триангуляции 2 класса, допускаются $4",0$ (оптические теодолиты), то на остальные погрешности наблюдений остается немного более одной секунды.

Отсюда становятся понятными причины недопустимых расхождений в значении одного и того же угла, выведенного из разных приемов. С такими расхождениями нередко встречаются наблюдатели.

Погрешности, вызванные боковой рефракцией, не могут быть исключены и при уравнивании углов на станции, если наблюдения выполнены асимметрично относительно моментов изотермии.

Покажем это на примере.

Пусть в какой-то момент видимости измерены углы (1, 2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4), которые обременены ошибками боковой рефракции — $\delta_{1,2} = +0''{,}5$, $\delta_{1,3} = -1''{,}9$, $\delta_{1,4} = +1''{,}2$, тогда

$$\begin{aligned}\delta_{2,3} &= \delta_{1,3} - \delta_{1,2} = -2''{,}4, \\ \delta_{2,4} &= \delta_{1,4} - \delta_{1,2} = +0''{,}7, \\ \delta_{3,4} &= \delta_{1,4} - \delta_{1,3} = +3''{,}1.\end{aligned}\tag{11}$$

При уравнивании углов на станции эти ошибки полностью войдут в уравниваемые углы.

Получить вероятнейшие значения углов при уравнивании станции возможно только в том случае, если в общем числе приемов $[\delta] = 0$ и одна половина программы выполнена до наступления, а вторая после наступления изотермии.

Применение программы симметричных наблюдений не требует «абсолютной» симметрии. Важно, чтобы на отдельном интервале видимости были измерены все углы, входящие в программу измерений, или была возможность получить эти углы как сумму или разность двух других углов, чтобы в общем программа была симметричной относительно моментов изотермии.

В процессе обработки производственного материала более $1/4$ всех измеренных углов пришлось отбросить, так как даже путем комбинаций было невозможно получить значения угла во всех пяти интервалах видимости.

Вместе с тем пришлось отбросить и часть пунктов, наблюдения на которых выполнялись в течение нескольких видимостей при различной погоде, но в одни и те же интервалы. Это подтверждает, что производственные наблюдения ведутся далеко не по симметричным программам.

Между тем, борьба с вредными воздействиями боковой рефракции должна идти по пути выбора наимыгоднейшего времени измерения углов, применения программы наблюдений, симметричной относительно моментов изотермии воздушных масс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Островский А. Л., Тартачинский Р. М. Опыт применения программы угловых измерений, симметричной относительно моментов изотермии воздушных масс, в южном степном районе. Межведомств. республ. научно-технич. сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 3. Изд-во Львовского ун-та, 1965.
2. Островский А. Л. О суточном ходе угловых невязок треугольников, вызванном боковой рефракцией. Научные записки ЛПИ, вып. 82. Исследования по земной рефракции, серия геодезическая, № 7, Львов, 1962.
3. Островский А. Л., Сидорик Р. С. Определение промежутков времени суток с минимальным действием земной рефракции по радиационному балансу. «Инженерная геодезия», вып. 3. Киев, 1966.
4. Островский А. Л. Геодезический метод построения симметричной программы наблюдений горизонтальных углов. Межведомств. республ. научно-техн. сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 6. Изд-во Львовского ун-та, 1967.
5. Хижак Л. С. Исследование влияния рефракционных полей, образующихся над залесенной равнинной местностью, на точность измерения углов в триангуляции. Сб. научных работ аспирантов Львовского политехнического института, № 2, Львов, 1963.
6. Хижак Л. С. Связь между колебаниями изображений и ошибками углов рефракционного происхождения. Межведомств. республ. научно-техн. сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 1. Изд-во Львовск. ун-та, 1964.
7. T. J. Kukkamäki. Verbesserung der Horizontalen Winkelmessungen Wegen der Seitenrefraktion. Des Finischen Geodätischen Institutes, Helsinki, 1939.