

Р. Г. ПИЛИПЮК, Е. Ю. ИЛЬКИВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕПЕРОВ ВЫСОТНОЙ ОСНОВЫ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Обеспечение надежной эксплуатации сложных инженерных сооружений невозможно без достоверного установления их деформационных характеристик. Поэтому проблема надежного определения устойчивости реперов, составляющих высотную основу для исследований деформаций, несомненно актуальна.

В настоящее время геодезическая практика располагает значительным числом методов исследований, однако, как показано в [1, 3], достоверные результаты исследований достигаются лишь в частных случаях. Причиной является вырожденность матрицы нормальных уравнений, что приводит к множеству решений, удовлетворяющих исходную систему уравнений. Наиболее целесообразно решить эту проблему путем использования псевдообратных матриц по методике, предложенной в [2]. Решение, получаемое по той методике.

$$H^0 = (A^T P A) + A^T P h, \quad (1)$$

обладает минимальной дисперсией и, по мнению автора [2], позволяет установить стабильность реперов.

В (1) H^0 — вектор искомых вертикальных смещений реперов; h — вектор разностей превышений, измеренных в исследуемых циклах; P — матрица весов разностей измеренных превышений; A — матрица коэффициентов уравнений поправок.

Оценку устойчивости выполняют по критерию

$$|H_i^0| < m_{i \text{ пред}} = 2\mu \sqrt{b_{ii}}, \quad (2)$$

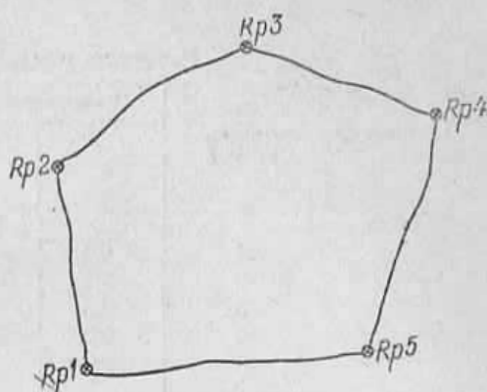
где b_{ii} — диагональные элементы корреляционной матрицы вектора H^0 i -го репера; μ — средняя квадратическая ошибка единицы веса.

Анализ (1) показывает, что смещения H^0 определяются относительно горизонтальной плоскости отсчета, соответствующей псевдообратной матрице $B^+ = (A^T P A)$ и расположенной на уровне средней отметки всех реперов сети. Таким образом, пространственное положение плоскости отсчета зависит от осадок каждого репера сети. Если допустить, что сеть состоит в основном из стабильных реперов, а смещению подвержены только отдельные из них, то смещения всех реперов H^0 , вычисленные от плоскости отсчета, определяемой псевдообратной матрицей B^+ , будут искажены. Это положение является существенным недостатком данной методики и может привести к ошибочным выводам при исследовании стабильности реперов и, соответственно, к неверному определению деформаций инженерных сооружений.

Для подтверждения сказанного выше рассмотрим нивелирную сеть, представленную на рисунке.

Разности h превышений, измеренных в двух смежных циклах наблюдений, приведены в табл. 1, причем через h_0 обозначены исходные значения.

Зададим реперам $Rp3$ и $Rp5$ смещение $s_3 = s_5 = +2$ мм.



Нивелирная сеть.

Соответствующая этому смещению разность h обозначена в табл. 1 через h_1 .

Решение, выполненное по формуле (1), определяет вектор вертикальных смещений реперов H^0 (табл. 2, графы 1 и 2).

Так как диагональные элементы b_{ii} матрицы B^+ — обратные веса определяемых смещений и в нашем примере равны 0,4, то,

Таблица 1
Разности измеренных превышений

Номер репера	Разности измеренных превышений, мм			
	h_0	h_1	h_2	h_3
1	+0,4	+0,4	+0,4	+0,4
2	-0,1	+1,9	+4,9	+4,9
3	+0,5	-1,5	-4,5	-4,5
4	-0,6	+1,4	+4,4	-5,6
5	0,0	-2,0	-5,0	+5,0
1				

Таблица 2
Вертикальные смещения реперов
и допустимые средние квадратические ошибки
их определения. $s_3 = s_5 = +2$ мм

Номер графы	Смещение реперов и оценка их стабильности, мм	Репер				
		1	2	3	4	5
1	H^0	-1,1	-0,7	+1,2	-0,4	+1,0
2	$m_{пред}$	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
3	H^0	—	—	+1,7	—	—
4	$m_{пред}$	—	—	1,4	—	—
5	H^0	-0,8	-0,4	—	0,0	+1,2
6	$m_{пред}$	1,1	1,3	—	1,3	1,1
7	H^0	—	—	+1,7	—	+1,7
8	$m_{пред}$	—	—	1,4	—	1,4
9	H^0	-0,3	0,0	—	+0,3	—
10	$m_{пред}$	1,3	1,3	—	1,5	—
11	H^0	-0,5	—	+1,7	—	+1,5
12	$m_{пред}$	1,4	—	1,4	—	2,0
13	H^0	-0,4	—	+1,9	+0,3	+1,7
14	$m_{пред}$	1,8	—	1,8	2,2	2,2

приняв среднюю квадратическую ошибку единицы веса $\mu=1$ и задавшись доверительной вероятностью 0,95, по формуле (2), находим допустимую среднюю квадратическую ошибку определяемого смещения $m_{пред}=1,3$ мм.

По (2) устанавливаем, что все репера сети сохранили стабильность, и заданное смещение реперов этой методикой обнаружить

Матрица A'' равна исходной матрице коэффициентов уравнений поправок A , вектор l'' равен вектору разностей превышений $\dot{h}_i$.

При введении в уравнение весов диагональным элементам P_{ii} матрицы p' следует задавать значения на несколько порядков выше значений элементов p_{ii} матрицы p .

Решая (4) при условии $[v^T p v] = \min$, получаем

$$BH^0 = W, \quad (7)$$

где $B = A^T P A$; $W = A^T P l$.

Из (7) имеем

$$H^0 = B^{-1} W. \quad (8)$$

Так как $\det B \neq 0$, то (8) однозначно определяет вектор вертикальных смещений реперов относительно новой плоскости отсчета, определенной по отметкам реперов, которые в данном приближении принимались за устойчивые.

Выполнив оценку устойчивости реперов по (2), получим данные для последующего анализа стабильности реперной основы. В случае неустойчивости i -го репера из дальнейших вычислений его исключают. Затем по (1) и (2) с помощью критерия (3) из оставшихся $(n-1)$ реперов определяем репер, который необходимо проверить на устойчивость при условии стабильности остальных пунктов. Проверку проводят по формулам (8) и (2). Количество приближений, которое необходимо выполнить при анализе, зависит от стабильности реперной основы и от количества реперов в ней. Оптимальный вариант достигается тогда, когда по результатам анализа устанавливают m таких устойчивых реперов, при дальнейших приближениях которых не удастся выявить их смещения.

Рассмотрим пример использования предлагаемого способа. Из табл. 2 видно, что для репера $Rp3$ коэффициент устойчивости K минимален. Вычислим смещение этого репера при условии стабильности 1, 2, 4, 5 пунктов. Для этого составим матрицы A' , l' , p' . Имеем

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad l' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p' = \begin{pmatrix} 100 & & & \\ & 100 & & 0 \\ & & 100 & \\ 0 & & & 100 \end{pmatrix}.$$

Матрицы A'' , l'' и p'' имеют вид

$$A'' = \begin{pmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad l'' = h_1 = \begin{pmatrix} +0.4 \\ +1.9 \\ -1.5 \\ +1.4 \\ -2.0 \end{pmatrix}, \quad p'' = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & 0 \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ 0 & & & & 1 \end{pmatrix}.$$

В результате решения системы уравнений получим смещение $Rp3$, которое превышает допустимую ошибку определения (см. табл. 2, графы 3 и 4), что свидетельствует о его неустойчивости.

Определим по методике [2] вертикальные смещения оставшихся четырех реперов, не принимая во внимание репер $Rp3$, и их допустимые ошибки.

Из табл. 2 видно, что минимальное значение коэффициента K имеет репер $Rp5$ (табл. 2, графы 5 и 6).

Результаты вычислений смещений $Rp3$ и $Rp5$ при условии стабильности остальных реперов приведены в табл. 2 (графы 7, 8) и свидетельствуют о неустойчивости этих пунктов.

Затем опять по методике [2] определим смещения реперов $Rp1$, $Rp2$, $Rp4$ и их допустимые ошибки вычисления (табл. 2, графы 9 и 10).

Дальнейшие результаты вычислений по предлагаемой методике приведены в табл. 2 (графы 11—14).

Из них следует, что реперы $Rp3$ и $Rp5$ получили смещения $+1,7$ мм при допустимой ошибке их определения $1,4$ мм. Пункты $Rp1$, $Rp2$, $Rp4$ стабильны.

Зададим новые значения смещений для реперов сети (см. рис. 1) $s_3 = s_5 = +5,0$ мм и $s_3 = +5,0$; $s_5 = -5,0$ мм. Разности измеренных превышений, соответствующие этим смещениям, обозначены h_2 , h_3 и приведены в табл. 1.

Выполняя вычисления по предлагаемой методике, получаем для первого варианта заданных смещений $s_3 = +4,7$ мм, $s_5 = +4,7$ мм при средней квадратической ошибке их определения $0,7$ мм; для второго варианта заданных смещений $s_3 = +4,7$ мм, $s_5 = -5,3$ мм при средней квадратической ошибке их определения $0,7$ мм.

Как следует из полученных результатов, предлагаемая методика анализа стабильности реперов высотной основы позволяет с большей надежностью характеризовать не только устойчивость отдельных пунктов, но и определять их смещение, что имеет важное значение в инженерной практике.

1. Ганьшин В. Н., Стороженко А. Ф. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов. — М.: Недра, 1981. — 215 с.
2. Рабинович И. Е. Уравнивание свободных сетей и задача контроля устойчивости высотной основы. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1977, вып. 4, с. 70—78.
3. Федосеев Ю. Е. Анализ способов исследования устойчивости реперов высотной основы. — В кн.: Исследования по геодезии, картографии и аэрофотосъемке. М., 1977, с. 39—49.