

В. Л. ГУТКИН

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ФОТОТЕОДОЛИТНЫХ ТОЧЕК НА ЭЛЕКТРОННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЕ «МИНСК-1»

Метод предусматривает получение пространственных фотограмметрических координат точек в геодезической системе на основании определенных полевых геодезических измерений, а также измерений прямоугольных координат этих точек на стереокомпараторе по негативам наземной съемки.

Итогом полевых геодезических измерений являются координаты станций фотографирования X_0, Y_0, H_0 , полученные из решения различного рода построений, горизонтальное проложение базиса фотографирования B_0 , дирекционный угол оптической оси фотокамеры α_0 , а также горизонтальные λ и вертикальные β углы на точки контрольных направлений.

В результате измерений на стереокомпараторе получают значения координат x и z и параллаксов p и q определяемых точек в системе координат снимка.

Кроме перечисленного выше к исходным данным, необходимым для вычисления пространственных координат точек, относятся величина фокусного расстояния камеры f_k и координаты главной точки снимка x_0 и z_0 , определенные на оптической скамье.

Процесс вычисления фотограмметрических координат точек снимка в геодезической системе можно разделить на следующие этапы:

1. Учет влияния ошибок элементов внутреннего ориентирования на координаты и параллаксы точек: а) учет координат главной точки снимка x_0, z_0 ; б) введение поправок за неплотное прилегание фотопластиинки к плоскости прикладной рамки в момент фотографирования (неприжим).

2. Учет влияния ошибок элементов внешнего ориентирования на измеренные координаты и параллаксы точек: а) вычисление координат точек контрольных направлений в системе снимка по геодезическим данным; б) вычисление углов конвергенции, наклона и крена по невязкам на точках контрольных направлений; в) введение поправок за нарушение элементов внешнего ориентирования в измеренные координаты и параллаксы точек.

3. Вычисление пространственных фотограмметрических координат точек в системе базиса для нормального и отклоненного случаев съемки.

4. Получение пространственных фотограмметрических координат определяемых точек в геодезической системе.

В такой последовательности выполняются вычисления пространственных координат как на арифмометрах или настольных счетных

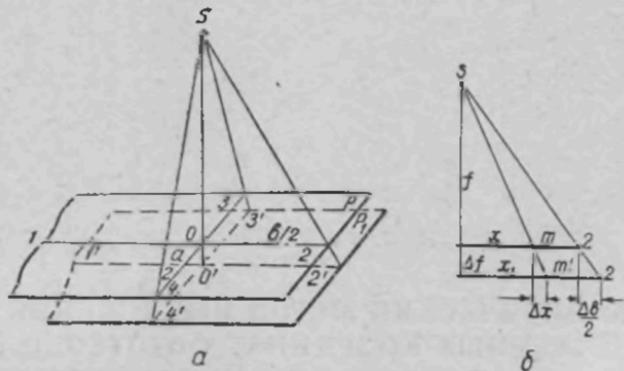


Рис. 1.

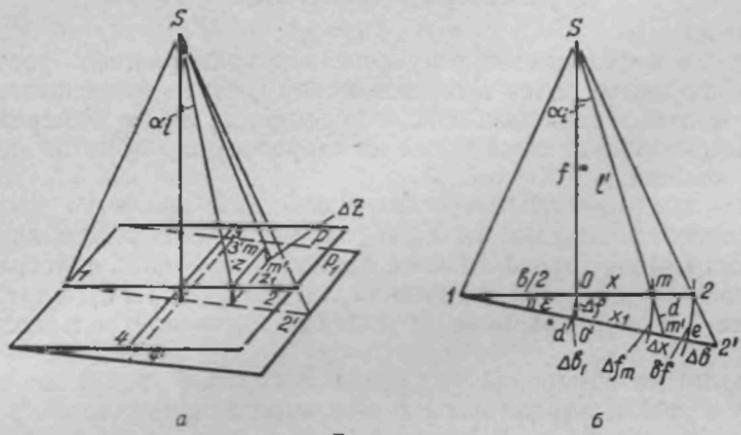


Рис. 2.

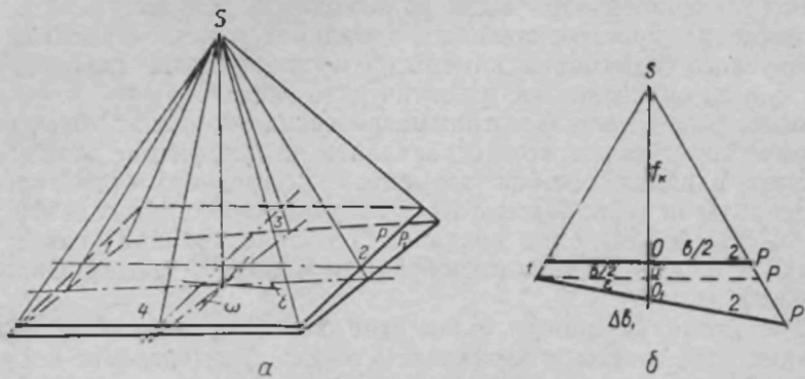


Рис. 3.

машинах, так и с помощью электронных вычислительных машин (ЭВМ), хотя методика тех или иных процессов при использовании различных счетных устройств существенно меняется: в первых двух случаях целесообразно применение разного рода таблиц, графиков, номограмм, упрощающих процесс вычисления и повышающих производи-

тельность труда; при применении же ЭВМ требуется строгое математическое обоснование поставленной задачи, обеспечивающее требуемую точность.

В данной работе излагается методика вычисления координат для электронной цифровой вычислительной машины «Минск-1».

Учет ошибок элементов внутреннего ориентирования производится следующим образом: координаты главной точки x_0 и z_0 вводятся в значения мест нулей шкал x и z , определяемые на стереокомпараторе для каждой стереопары.

Учет влияния неплотного прилегания фотопластинки к плоскости прикладной рамки камеры в момент фотографирования значительно сложнее и требует определенного анализа.

Для вычисления величины неприжима в настоящее время чаще всего сравнивают расстояния между координатными метками на рабочем негативе и на прикладной рамке.

Обозначим расстояния между координатными метками по осям zz и xx на прикладной рамке соответственно через a и b , тогда на рабочем негативе эти расстояния будут:

$$a + \Delta a \text{ и } b + \Delta b,$$

где Δa и Δb — отрезки, удлиняющие расстояния 3, 4 и 1, 2 (рис. 1) на рабочем негативе под влиянием неплотного его прилегания к прикладной рамке.

Кроме того, обычно измеряют расстояние на рабочем негативе от центра его до наиболее прижатого к плоскости прикладной рамки края фотопластинки по горизонтали и вертикали. Величины, характеризующие неприжим в этом случае, обозначим через Δa_1 и Δb_1 (рис. 2, 3).

В дальнейшем будем пользоваться приведенными обозначениями без дополнительных пояснений.

Чаще всего встречаются следующие виды неприжима *:

1. Параллельный неприжим.

Пусть P (рис. 1) — плоскость прикладной рамки камеры; P_1 — плоскость негатива.

Из подобия треугольников найдем:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = \frac{\Delta f}{f_k}. \quad (1)$$

Следовательно, уравнением данного вида неприжима будет:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b}. \quad (2)$$

Несложные рассуждения приводят к следующим формулам поправок:

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_1 \frac{\Delta b}{b}, \\ \Delta z &= z_1 \frac{\Delta b}{b}, \end{aligned} \quad (3)$$

где x_1 и z_1 — координаты точек, измеренные на рабочем негативе.

Поправка в параллакс вычисляется по формуле:

$$\Delta p = \Delta x_{\text{л}} - \Delta x_{\text{п}},$$

где $\Delta x_{\text{л}}$ и $\Delta x_{\text{п}}$ — поправки в абсциссы точек на левом и правом снимках.

* Во всех рассуждениях фотопластинка считается плоскостью.

2. Плоскость негатива наклонена к плоскости прикладной рамки под углом ε .

На рис. 2 обозначения имеют тот же смысл, что и на рис. 1.

Из рисунка видно, что при малом угле ε , который обычно не превышает $4-5'$, отрезки 10 и $10'$, весьма мало отличаются друг от друга. Нетрудно установить из прямоугольного треугольника $100'$, что это отличие выражается формулой:

$$\Delta b_1 = b \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$$

и составляет около $6 \cdot 10^{-5}$ мм при $b = 160$ мм.

Отсюда следует, что признаком данного вида неприжима может служить то обстоятельство, что расстояния от главной вертикали до одного из краев пластиинки на рабочем негативе и на прикладной рамке различаются на величину, не превышающую ошибок измерений, в то время как расстояния от главной вертикали до другого края пластиинки на рабочем негативе и на прикладной рамке различаются на вполне определенную величину Δb .

Координаты точек с плоскости P_1 на плоскость P можно преобразовать по формулам аналитической геометрии или путем введения поправок. Вследствие того, что за начало координат принята главная точка снимка, удобнее применять последний метод.

Полагая, что угол ε — мал, из рис. 2 найдем:

$$\Delta x = \frac{x_1 l}{f_k} \varepsilon$$

и, аналогично,

$$\Delta z = \frac{z_1 l}{f_k} \varepsilon,$$

где l — расстояние от прижатого края фотопластиинки до определяемой точки, то есть

$$l = \frac{b}{2} \pm |x|.$$

В практике в результате измерений получают величины Δb и Δb_1 , а не ε , поэтому выразим значение этого угла через измеренную величину и подставим в полученные формулы:

$$\frac{\Delta b}{b/2} = \frac{\delta f}{f_k}, \text{ но } \delta f = b \cdot \varepsilon,$$

тогда

$$\frac{\Delta b}{b/2} = \frac{b}{f_k} \varepsilon \text{ или } \varepsilon = \frac{2 \cdot f_k \cdot \Delta b}{b^2}. \quad (4)$$

$$\Delta x = \frac{x_1 \cdot \Delta b}{b} \pm \frac{2x_1^2 \Delta b}{b^2},$$

$$\Delta z = \frac{z_1 \Delta b}{b} \pm \frac{2x_1 z_1 \Delta b}{b^2}. \quad (5)^*$$

* Формулы приведены для случая, когда пластиинка повернута вокруг оси, параллельной главной вертикали, если же она повернута вокруг оси, параллельной главной горизонтали, то во всех членах формул следует поменять местами x и z .

Суммирование поправок производится в случае, если точка находится дальше главной вертикали относительно прижатого края пластиинки, а вычитание, — если точка находится ближе главной вертикали относительно прижатого края.

3. Общий случай неприжима. На рис. 3 представлен общий случай неприжима, когда рабочий негатив P_1 не касается прикладной рамки и повернут вокруг оси zz на угол ϵ , а вокруг оси xx на угол ω .

Преобразование координат с плоскости P_1 на плоскость прикладной рамки P будет складываться из следующих этапов:

- переход с плоскости P_1 на плоскость P' по формулам (5);
- преобразование координат с плоскости P' на плоскость P по формулам (1).

Для использования указанных формул необходимо определить разности расстояний между координатными метками на плоскостях P_1 и P' , а также P' и P .

В процессе измерений рабочего негатива получаем разности расстояний между координатными метками на плоскости P_1 и P — Δa и Δb , а также значение величин Δa_1 и Δb_1 .

Согласно рассуждениям, приведенным выше, можно считать, что отрезки $I'O$, и $I'O'$ в пределах точности измерений и при угле ϵ , равном $45^\circ - 5^\circ$, будут равными *, тогда расстояния между координатными метками

$$b' = 1'2' = \left(\frac{b}{2} + \Delta b_1 \right) 2 = b + 2\Delta b_1$$

аналогично $3'4' = a + 2\Delta a_1$.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \Delta b' &= b_1 - b' = (b + \Delta b) - (b + 2\Delta b_1) = \Delta b - 2\Delta b_1, \\ \Delta a' &= a_1 - a' = (a + \Delta a) - (a + 2\Delta a_1) = \Delta a - 2\Delta a_1. \end{aligned} \quad (6_v)$$

Тогда формулы поправок в координаты будут:

$$\begin{array}{ll} \text{2-е преобразование} & \text{1-е преобразование} \\ \Delta x = \frac{x_1}{b} \cdot 2\Delta b_1 & + \frac{x_1}{b} \Delta b' \pm \frac{2x_1^2}{b^2} \Delta b' \pm \frac{2x_1 z_1}{a^2} \Delta a' \\ \Delta z = \frac{z_1}{a} \cdot 2\Delta a_1 & + \frac{z_1}{a} \Delta a' \pm \frac{2x_1 z_1}{b^2} \Delta b' \pm \frac{2z_1^2}{a^2} \Delta a' \end{array}$$

или, учитывая значения $\Delta a'$ и $\Delta b'$, окончательно запишем:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{x_1}{b} \Delta b \pm \frac{2x_1^2}{b^2} \Delta b' \pm \frac{2x_1 z_1}{a^2} \Delta a', \\ \Delta z &= \frac{z_1}{a} \Delta a \pm \frac{2x_1 z_1}{b^2} \Delta b' \pm \frac{2z_1^2}{a^2} \Delta a'. \end{aligned} \quad (7)$$

В формулах (7) правило знаков то же, что и при применении формул (5).

* Для простоты на рис. 3, б показано сечение снимков плоскостью чертежа в предположении, что имеет место только поворот вокруг оси zz .

Для соблюдения этого правила при решении задачи на ЭВМ следует формулы (7) несколько преобразовать, придав величинам $\Delta a'$ и $\Delta b'$ определенные знаки, тогда

$$\Delta x = \frac{x_1}{b} \Delta b + \left| \frac{2x_1}{b} \right| \frac{x_1 \Delta b'}{b} + \left| \frac{2x_1}{a} \right| \frac{z_1 \Delta a'}{a}, \quad (7a)$$

$$\Delta z = \frac{z_1}{a} \Delta a + \left| \frac{2z_1}{b} \right| \frac{x_1 \Delta b'}{b} + \left| \frac{2z_1}{a} \right| \frac{z_1 \Delta a'}{a}.$$

Если $\Delta a'$ и $\Delta b'$ будут иметь отрицательный знак, то, согласно приведенному выше правилу знаков, это будет соответствовать случаю не-

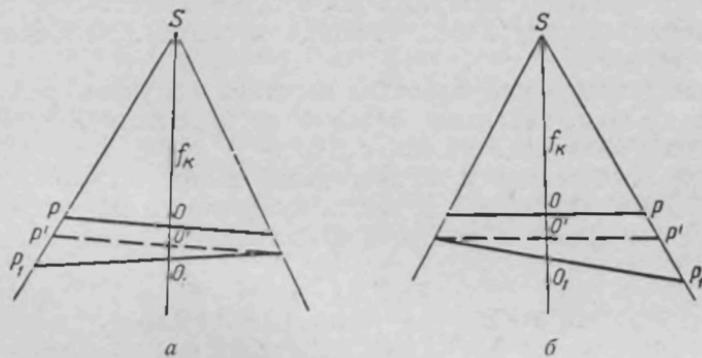


Рис. 4.

прижима, который схематически показан на рис. 4, а, то есть для отрицательных абсцисс второй и третий члены формул будут складываться, увеличивая поправку, а для положительных — вычитаться, уменьшая абсолютное значение поправки.

Если $\Delta a'$ и $\Delta b'$ будут положительными, то, согласно правилу знаков, это будет соответствовать случаю неприжима, показанному на рис. 4, б.

Применительно к определению величины неприжима на стереокомпараторе, когда в левую каретку прибора кладут эталон, а в правую — рабочий негатив и измеряют на координатных метках 1, 2, 3 и 4 продольные и поперечные параллаксы, целесообразно пользоваться бланком для записи отсчетов и вычислений.

Уже судя по параллактическим отсчетам, можно определить, как располагался негатив в кассете фотокамеры в момент экспонирования.

Таким образом, вопрос об учете влияния ошибок элементов внутреннего ориентирования решается на ЭВМ «Минск-1» путем введения поправок, вычисляемых по формулам (7а), в измеренные координаты x и z каждой точки отдельно для левого и правого снимков стереопары. С этой целью в начале программы предусмотрено вычисление по формулам $x_n = x_l - p$ и $z_n = z_l - q$ прямоугольных координат каждой точки для правого снимка, ввиду того, что в исходную информацию входят измеренные величины — x_{li} , z_{li} , p_i , q_i , где $i = 1, 2, \dots, n$.

Ошибки элементов внешнего ориентирования определяются по точкам контрольных направлений на основании сравнения вычисленных и измеренных координат этих точек.

направлений в любой части снимка под единственным условием — четкого изображения данной точки на снимке и безошибочности ее опознавания. Выбор точек под таким условием особенно важен при повышении требований к точности метода фототеодолитной съемки.

Зная величины ошибок, по формулам (3) находим поправки в измеренные координаты каждой точки отдельно для левого и правого снимков.

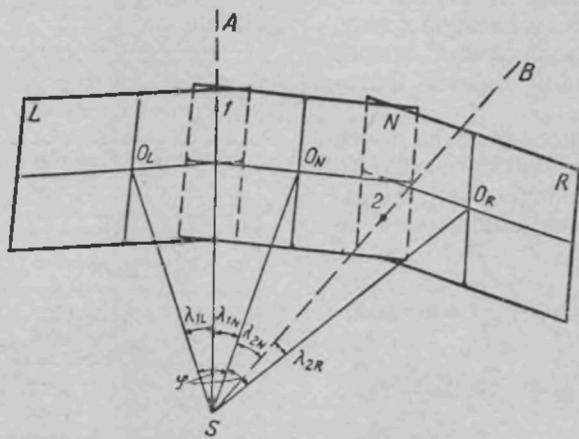


Рис. 5.

Затем поправки по формулам $x(z)_{\text{испр}} = x(z)_{\text{изм}} + \Delta x(\Delta z)$ вводятся в измеренные координаты, и по их исправленным значениям вычисляются горизонтальные и вертикальные параллаксы, исправленные за нарушение элементов внутреннего и внешнего ориентирования. Очевидно, что нет надобности иметь на каждый скос по два контрольных направления, так как в случае, если на нормальном скосе имеются две точки контрольных направлений, для смежных скосов достаточно одной точки, на которую измерены в поле горизонтальные и вертикальные углы, а в качестве второй может служить связующая точка между нормальным и отклоненным скосами.

Пусть исправленные за нарушение элементов ориентирования координаты связующих точек известны на негативах нормального случая съемки (рис. 5).

$$x_{1N} = f_k \operatorname{tg} \lambda_{1N}, \quad z_{1N} = f_k \frac{\operatorname{tg} \beta_{1N}}{\cos \lambda_{1N}},$$

$$x_{2N} = f_k \operatorname{tg} \lambda_{2N}, \quad z_{2N} = f_k \frac{\operatorname{tg} \beta_{2N}}{\cos \lambda_{2N}},$$

но

$$\lambda_{1N} + \lambda_{iL, n} = \varphi,$$

где $i = 1, 2$; $\varphi = \text{const}$.

Условимся считать угол отклонения оптической оси фотокамеры влево от нормального скоса $+\varphi$, а угол отклонения оптической оси вправо $-\varphi$.

Тогда для связующих точек вычисляются углы

$$\lambda_{iL, n} = \varphi + \lambda_{iN}$$

$$\beta_{iL, n} = \beta_{iN} = \operatorname{arctg} \frac{z_{iN} \cos \lambda_{iN}}{f_k},$$

которые вместе с измеренными теодолитом углами λ и β одного контрольного направления служат исходными для вычисления координат по формулам (8) для отклоненных случаев съемки. Затем процесс вычисления ошибок элементов внешнего ориентирования и поправок в измеренные координаты всех точек выполняется так же, как и для нормального случая съемки.

При вычислении пространственных координат точек в качестве исходных приняты общеизвестные формулы:

$$\begin{aligned} Y_B &= f_k \frac{B_0}{P} \frac{f_k \cos \varphi \pm x_n \sin \varphi}{f_k}, \\ X_B &= x_n \frac{B_0}{P} \frac{f_k \cos \varphi \pm x_n \sin \varphi}{f_k}, \\ h_n &= z_n \frac{B_0}{P} \frac{f_k \cos \varphi \pm x_n \sin \varphi}{f_k}, \\ h_n &= z_n \frac{B_0}{P} \frac{f_k \cos \varphi \pm x_n \sin \varphi}{f_k}, \end{aligned} \quad (10)$$

где X_B, Y_B — пространственные координаты точек в системе базиса; h_n, h_n — превышения точек над левой и правой фотостанциями; x_n, x_n, z_n, z_n — измеренные и исправленные за нарушение элементов ориентирования координаты определяемых точек в системе снимка;

B_0 — горизонтальная проекция базиса фотографирования; φ — угол отклонения оптической оси от нормали к базису.

Формулы позволяют получать координаты точек в системе базиса, когда за ось ординат принято направление оптической оси фотокамеры, а началом координат служит левая точка базиса.

Поэтому далее предусматривается поворот осей координат до совпадения их с направлениями осей геодезической системы и перенос начала координат с левой точки базиса в начало геодезической системы. Тогда пространственные координаты фототеодолитных точек в геодезической системе координат будут выражаться формулами:

$$\begin{aligned} X_i &= X_0 - X_B \sin \alpha_0 + Y_B \cos \alpha_0, \\ Y_i &= Y_0 + Y_B \cos \alpha_0 - Y_B \sin \alpha_0, \end{aligned}$$

где X_0, Y_0 — координаты левой фотостанции.

Высота точек получается дважды:

$$\begin{aligned} H'_i &= H_{0n} + h_n + (k+r) + i_n, \\ H_i &= H_{0n} + h_n + (k+r) + i_n, \end{aligned}$$

где H'_i, H_i — высоты точки, полученные с левой и правой точки фотографирования;

$(k+r)$ — поправка за кривизну Земли и рефракцию, вычисляемая на ЭВМ по формуле:

$$k+r = 0,42 \frac{S^2}{R}, \quad S = \frac{Y_B}{\cos \lambda_i}, \quad R \simeq 6371 \text{ км.}$$

i_n, i_n — высота инструмента на точках фотографирования.

Таким образом, нами решена задача получения пространственных фотограмметрических координат фототеодолитных точек в геодезической системе.

Программа для решения этой задачи на ЭВМ «Минск-1» позволяет вычислить до трех скосов в одном базисе при числе точек в скосе не более 20.

Необходимым условием является наличие на нормальном скосе двух точек контрольных направлений и по одной точке на негативах отклоненных случаев съемки.

Программа занимает в десятиричной системе счисления 816 ячеек памяти от 0020 до 1277 и от 1600 до 1777.

Ячейки от 1300 до 1377 отведены под промежуточные результаты, от 1400 до 1574 — под исходные данные.

В программе предусмотрен контроль ввода.

Контроль решения осуществляется двойным счетом одной и той же информации.

Программа самовосстанавливающаяся и вводится в оперативную память машины один раз.

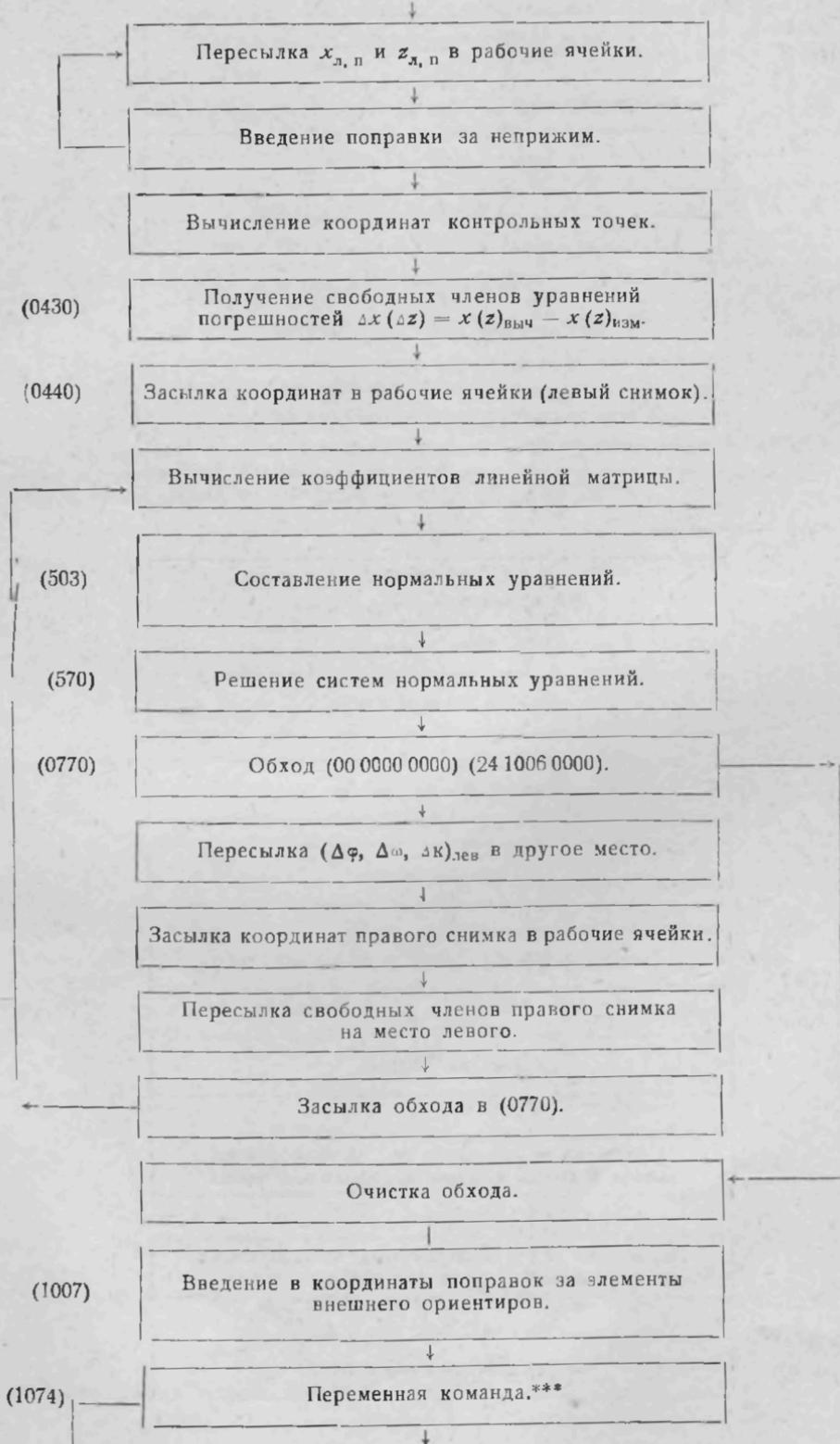
Внутреннего контроля решения не предусматривалось из-за большой скорости счета.

В результате решения задачи на ЭВМ «Минск-1» для каждого скоса получаем печать следующих данных: 1. Номер очередного скоса. 2. Номер очередной точки. 3. Координаты X_i Y_i , $H_{лев}$, $H_{прав}$ в масштабе 10^{-5} , без сотен и тысяч километров.

Блок-схема задачи и программа составлены инженером Г. Н. Ефимовым.

БЛОК-СХЕМА ПРОГРАММЫ





(1167)

$$\arctg \lambda_N = \frac{x_{3,4}}{f_k} \quad \arctg \beta = \frac{z_{3,4}}{f_k} \cos \lambda_L.$$

$$\lambda_{L,R} = \varphi + \lambda_N$$

Печать номера скоса.

Вычисление $\sin \varphi, \cos \varphi, \varepsilon = \varepsilon_N + \varphi, \sin \varepsilon, \cos \varepsilon$.

(1245)

Организация счетчика пунктов.

Пересылка координат в рабочие ячейки.

Вычисление $(A \text{ и } A', P) \cdot 10^{-1}$.

Вычисление X_B, Y_B, h_L, h_P .

Печать номера точки.

Печать X_i, Y_i, H_i, H_i^* .

Переадресация.

Сравнение номера точек с их количеством.

(\neq)
На следую-
щую точку

При сравнении

Восстановление.

Пересылка m_i на место m_1 . Переадресация
начала и конца массива переводимых чисел.

Пересылка углов контрольных и связующих
точек на место углов нормального скоса.

Переадресация пересылки.

(≠)

Сравнение номера скоса с количеством их.

↓ (=)

Общее восстановление программы и остановов,
П. У. на К. С. программы.

→ лист 118

→

Засылка обходов в (1074); (1125).

↓

Переадресация пересылки в массив нормального
скоса.

Лист 118 на
ввод 2-го, ←
3-го скоса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Валуев А. С. Практикум по стереофотограмметрии. Геодезиздат, М., 1961.
2. Лобанов А. Н. Фототопография. Наземная стереофотограмметрическая съемка. Геодезиздат, М., 1960.
3. Скиридов А. С. Стереофотограмметрия. Геодезиздат, М., 1959.

Работа поступила
13 октября 1965 г.