

АЭРОФОТОСЪЕМКА

УДК 528.735.2

А. Л. ДОРОЖИНСКИЙ

О ВЫБОРЕ СПОСОБА АНАЛИТИЧЕСКОЙ БЛОЧНОЙ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ ПРИ КРУПНОМАСШТАБНОМ КАРТОГРАФИРОВАНИИ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ

Решение различного рода инженерных задач, в частности проведение ирригационных и мелиоративных работ, требует определения координат и высот точек с довольно высокой точностью — 5—15 см. Как показала практика, достижение таких величин возможно не только проведением наземных геодезических работ, но и использованием фотограмметрических определений. Ряд опубликованных на эту тему работ убеждает нас в пригодности фотограмметрических способов для решения таких задач и в необходимости дальнейшего их совершенствования.

Дальнейшее повышение точности получения координат, как известно, возможно за счет выбора оптимальных параметров аэрофотосъемки, использования высокоточных аэросъемочных и фотограмметрических приборов, учета влияния различных систематических факторов, выбора способа фототриангулирования и т. д.

В данной работе остановимся лишь на выборе такого способа аналитической фототриангуляции, который при всех прочих равных условиях обеспечил бы максимальную точность получения координат. Уместно сразу же оговориться, что речь идет о построении блока.

Анализ литературных источников говорит о том, что наиболее жесткими являются способы триангулирования, в которых используются межмаршрутные связи и геометрические условия. Использование первых вызвало рекомендацию увеличивать поперечное перекрытие до 60% и более [2, 7]. Полное использование связей, возникающих между тремя снимками, привело к триангулированию триплетами или подблоками, состоящими из 3×3 снимков [4]. При этом отмечается [6], что точность сгущения повышается на 20%. Использование межмаршрутных связей для совместной обработки двух параллельных маршрутов увеличивает жесткость сети. Использование геометрических условий [1, 5] обещает немало выгод: появляется возможность контроля каждого процесса, можно выявить систематические ошибки, и, главное, повышается точность построения сети.

На практике часто маршрутную сеть строят дважды: по четным и нечетным снимкам, так как продольное перекрытие увеличивают до 80%. В сравнении с таким способом в фототриангуляции с использованием межмаршрутных стереопар объем измерительных работ не увеличивается.

Г. ВЫБОР СПОСОБА СОЕДИНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ (ЗАВИСИМЫЕ И НЕЗАВИСИМЫЕ МОДЕЛИ)

Как известно, в аналитической фототриангуляции используют методы независимых, полунезависимых и зависимых моделей. Рассмотрим вопрос о целесообразности использования методов зависимых и независимых моделей для сгущения сети под условием получения максимальной точности. Математически эти способы равнозначны, и с этой точки зрения трудно отдать предпочтение любому из них.

В первом способе последовательное угловое ориентирование производится только по ЭВО, для масштабирования используются координаты связующих точек. Во втором способе соединения моделей производится по связующим точкам, пространственные координаты которых вычисляют для отдельных моделей. Во втором случае на угловое ориентирование существенное влияние должны оказать ошибки отождествления точек. В самом деле, ошибки отождествления значительно превосходят ошибки измерений координат и параллакс. По данным А. Н. Лобанова [2], ошибки отождествления точек при использовании обычных методов измерений равны 0,05—0,07 мм. При использовании специальной фотопроставки они уменьшаются до 0,02 мм. По результатам исследований Г. Н. Тимушева [3] ошибки отождествления маркировочных знаков лежат в пределах точности измерения координат. Соотношение ошибок отождествления маркированной и немаркированной точек лежат в пределах от 1 : 3 до 1 : 5. Отсюда вытекает необходимость исследования, каким способом лучше строить фототриангуляционную сеть. Ведь ЭВО вычисляют на основании высокоточных измерений поперечных параллакс; в способе зависимых моделей в угловом ориентировании всей сети участвуют только эти данные. В способе независимых моделей масштабирование и угловое ориентирование выполняют совместно с использованием связующих точек, а следовательно, с включением ошибок отождествления. Очевидно, нужно ожидать во втором случае ухудшения углового ориентирования. Для доказательства получим ошибки определения угловых элементов ориентирования и координат точек в обоих способах и сравним их.

Предположим, что ЭВО в обоих случаях определяются с одинаковой точностью. При числе точек $n=6$

$$\begin{aligned} m_a &= m_{a'} = \frac{f}{2by} \cdot m_q \sqrt{2}, \\ m_{\omega} &= \frac{f}{2y^2} \cdot m_q \sqrt{3}, \\ m_x &= m_{x'} = \frac{f^2}{2y^2b} m_q \sqrt{3}. \end{aligned} \quad (1)$$

Получим точностные характеристики для обоих способов на примере из трех снимков. В способе зависимых моделей угловые элементы ориентирования передаются последовательно от пары к паре. С учетом членов первого порядка малости имеем (для вывода формул средних квадратических ошибок условных углов наклона такие формулы достаточны):

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \alpha_1 + \alpha' - \alpha, \\ \omega_{11} &= \omega_1 + \omega', \\ x_{11} &= x_1 + x' - x, \end{aligned} \quad (2)$$

При $\alpha_1 = \alpha_1$, $\omega_1 = 0$, $x_1 = x_1$ имеем: $\alpha_{11} = \alpha_1'$, $\omega_{11} = \omega_1'$, $x_{11} = x_1'$.

(Римскими цифрами обозначен номер снимка, арабскими — номер стереопары).

$$\begin{aligned}\alpha_{III} &= \alpha_1' + \alpha_2' - \alpha_2, \\ \omega_{III} &= \omega_1' + \omega_2', \\ x_{III} &= x_1' + x_2' - x_2.\end{aligned}\quad (3)$$

Отсюда

$$m_{\alpha_{III}}^2 = \sum_{i=1}^{i=3} m_{\alpha_i}^2, \quad m_{\omega_{III}}^2 = \sum_{i=1}^{i=2} m_{\omega_i}^2, \quad m_{x_{III}}^2 = \sum_{i=1}^{i=3} m_{x_i}^2.$$

С учетом (1)

$$\begin{aligned}m_{\alpha_{III}} &= \frac{f}{2by} m_q \sqrt{6}, \\ m_{\omega_{III}} &= \frac{f}{2y^2} m_q \sqrt{6}, \\ m_{x_{III}} &= \frac{3f^2}{2y^2 b} m_q.\end{aligned}\quad (4)$$

Из сравнения (4) и (1) следует, что условные углы третьего снимка определяются грубее в 1,7 раза, чем ЭВО первой пары.

Определение масштаба в способе зависимых моделей выполняется по связующим точкам. При использовании одной связующей точки (при масштабировании только по Z) должно соблюдаться равенство

$$Z_I = Z_{II}, \quad Z = \frac{Bf}{p} = \frac{Bf}{x - x'}.\quad (5)$$

Для первой стереопары

$$\begin{aligned}m_x^2 &= m_{изм}^2 + m_x^2(\text{ЭВО}, \alpha_n, \omega_n, x_n), \\ m_{x'}^2 &= m_{изм}^2 + m_{x'}^2(\text{ЭВО}, \alpha_n, \omega_n, x_n),\end{aligned}$$

где $m_{изм}$ — ошибка измерения абсциссы.

Для первой пары $\omega_n = 0$; с учетом

$$dx = \frac{x^2}{f} d\alpha - y dx, \quad dx' = \frac{x'^2}{f} d\alpha' + \frac{x' y'}{f} d\omega' - y' dx'$$

получим

$$\begin{aligned}m_x^2 &= m_{изм}^2 + \left(\frac{x^2}{f}\right)^2 m_{\alpha}^2 + y^2 m_x^2, \\ m_{x'}^2 &= m_{изм}^2 + \left(\frac{x'^2}{f}\right)^2 m_{\alpha}^2 + \left(\frac{x' y'}{f}\right)^2 m_{\omega}^2 + y'^2 m_{x'}^2.\end{aligned}$$

Для упрощения подсчетов положим $m_x = m_q$, $x \approx y \approx f \approx b$; учитывая (1), получим

$$m_x^2 = \frac{9}{4} m_q^2, \quad m_{x'}^2 = \frac{12}{4} m_q^2.\quad (6)$$

Из формулы (5) найдем

$$m_z^2 = \left(\frac{Bf}{p^2}\right)^2 (m_x^2 + m_{x'}^2). \quad (7)$$

Подставляя (6) в (7), получим

$$m_{z_1}^2 \approx \frac{B \cdot f}{p^2} m_q \sqrt{5}. \quad (8)$$

Проводя аналогичные рассуждения для второй пары, получим

$$m_{z_{II}} \approx 3 \frac{Bf}{p^2} m_q. \quad (9)$$

Масштабный коэффициент r вычисляется так:

$$r = \frac{Z_I}{Z_{II} + \Delta Z},$$

где ΔZ — ошибка в аппликате, вызванная ошибкой отождествления точек. Из приведенной зависимости после упрощений найдем

$$m_r \approx \frac{1}{Z} \sqrt{m_{z_1}^2 + m_{z_{II}}^2 + m_{\Delta Z}^2}. \quad (10)$$

$m_{\Delta Z}$ легко получим из (5) с учетом, что x' , например, содержит ошибку отождествления. Тогда

$$m_{\Delta Z} = \frac{Bf}{p^2} m_{\text{отожд.}} \quad (11)$$

Примем, что

$$m_{\text{отожд.}} \approx 3m_q. \quad (12)$$

Тогда с учетом (8), (9), (12) получим для m_r

$$m_r \approx \frac{1}{p} m_q \cdot 4,7. \quad (13)$$

Итак, для способа зависимых моделей точность передачи углов выражается формулой (4), а масштаба — (13).

Проведем аналогичные рассуждения для способа независимых моделей

$$m_{z_1}^2 = m_{z_{II}}^2 = 5 \left(\frac{Bf}{p^2}\right)^2 m_q^2.$$

Расхождение на связующей точке выразится величиной

$$\delta Z = Z_I - Z_{II} + \Delta Z$$

или

$$m_{\delta Z}^2 = m_{z_1}^2 + m_{z_{II}}^2 + m_{\Delta Z}^2,$$

или

$$m_{\delta Z} \approx \frac{Bf}{p^2} m_q \cdot 4,4. \quad (14)$$

Величина ошибки (14) входит в свободный член уравнения ошибок типа

$$A \cdot \Delta r + B \cdot \alpha + C \cdot \omega + D \cdot \kappa + L_i = v_i,$$

но из него трудно вывести влияние ошибки свободного члена на величины углов. Поэтому, упрощая рассуждения, обратимся к чертежу (рис. 1):

$$\delta \alpha = \frac{\delta Z}{R}.$$

Логично предположить, что расхождение в δZ можно наполовину компенсировать наклоном снимка, тогда

$$\delta \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta Z}{R}$$

или с учетом (14)

$$\delta \alpha \approx 2,2 \frac{Bf}{p^2} m_q. \quad (15)$$

Сравнивая (4), (13), (15), приходим к выводу, что при способе независимых углы искажаются в 1,8 раза больше, чем при способе зависимых моделей, масштабный коэффициент определяется с почти одинаковой точностью $\left(\frac{4,4}{4,7}\right) = 0,94$.

Из этого следует, что для аналитической фототриангуляции повышенной точности способ зависимых моделей более приемлем.

2. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА ПОДБЛОКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕЖМАРШРУТНЫХ СВЯЗЕЙ

Как уже отмечалось, межмаршрутные связи повышают точность сгущения сети, когда за основную единицу принимается подблок, состоящий из четырех снимков, принадлежащих двум смежным маршрутам. Однако возможны и другие варианты подблока, использующего такие связи. Возникает вопрос о целесообразности выбора типа подблока, его внутренних связей с учетом максимальной точности получаемых результатов. Остановимся на трех основных вариантах (рис. 2).

В первом варианте (рис. 2,а) измерению подлежат нормальные S_1S_2 , S_3S_4 и поперечные стереопары S_2S_3 , S_4S_1 . ЭВО определяются в нормальных и поперечных парах с одинаковой точностью. Возникающие геометрические условия позволяют судить о точности ориентирования и выполнять уравнивание. Масштабирование выполняется по способу, предложенному в работе [1]. Однако этот тип подблока не использует всех внутренних связей, присущих четырем снимкам. При наличии 60-проц. продольного и поперечного перекрытий возникает диагональная связь между снимками 1 и 3, 2 и 4. Подобно тому, как геодезический четырехугольник жестче обычного, можно предположить, что фигура 2,б обеспечит более высокие результаты. В самом деле, число угловых и масштабных условий увеличится втрое, что должно привести к уменьшению средней квадратической ошибки единицы веса уравненной величины. Однако такого повышения точности следует ожидать, если точность определения ЭВО в диагональных парах ока-

жется не ниже точности в нормальных и поперечных парах. Обращаясь к формулам (1), подсчитаем точность определения ЭВО для диагональных пар:

$$b_{\text{диаг.}} = \sqrt{b^2 + y^2}, \quad y_{\text{max}} = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + y^2}.$$

Приняв для упрощения $b \approx y$, получим

$$b_{\text{диаг.}} = b\sqrt{2}, \quad y_{\text{max}} = \frac{1}{2} b\sqrt{2}.$$

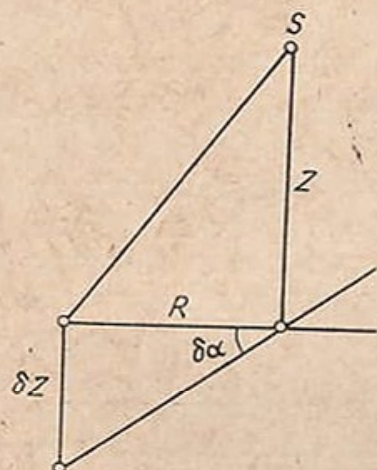


Рис. 1. Геометрическая интерпретация связи ошибки δZ и ошибки $\delta \alpha$.

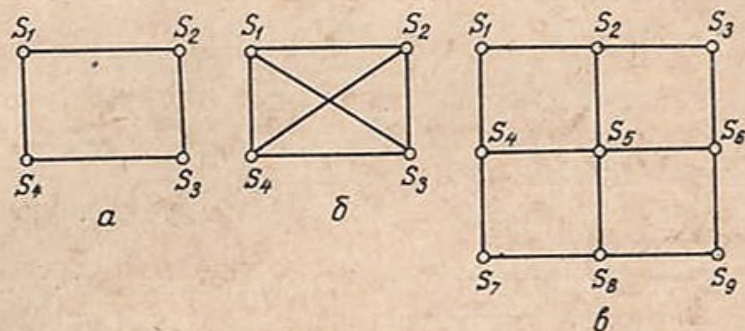


Рис. 2. Варианты фигур, которые можно использовать для построения блока.

Тогда

$$m_a = m_{a'} = \frac{f}{2b^2} m_q \sqrt{2},$$

$$m_{\omega'} = \frac{f}{b^2} m_q \sqrt{2},$$

$$m_z = m_{z'} = \frac{f^2 \sqrt{2}}{2b^3} m_q \sqrt{3}. \quad (16)$$

Сравнивая (1) и (16), приходим к выводу, что в диагональной паре продольный угол определяется с такой же точностью, как и в нормальной, поперечный угол ω' — в два раза грубее, углы α , α' — в $\sqrt{2}$ раз грубее. В полученных результатах не учитывалось значительное отклонение точки от стандартного положения (точки с y_{max}). Это равносильно влиянию продольного угла на поперечный угол, поэтому, следует ожидать еще большего понижения точности для ω' (примерно в $\sqrt{2}$ раз). Увеличение числа условий в данном случае не компенсирует понижения точности.

Средняя квадратическая ошибка уравненной величины составляет

$$M = m \sqrt{\frac{k-n}{k}},$$

где k — число неизвестных;
 n — число условий.

В случае, иллюстрируемом рис. 2,а, для каждого снимка имеем три условных угла наклона, всего $4 \times 3 = 12$ неизвестных, число условных уравнений равно 3. Тогда

$$M = \frac{1}{2} \sqrt{3} m. \quad (17)$$

В случае фигуры (рис. 2,б) число неизвестных также 12, число уравнений — 9. Тогда

$$M = \frac{1}{2} m. \quad (17')$$

Отсюда следует, что в случае рис. 2,б точность повышается за счет увеличения числа условий в $\sqrt{3}$ раз. Но сравнивая выводы, полученные из анализа (16) и (1), убеждаемся в целесообразности использования в качестве подблока фигуры (рис. 2,а), так как практически повышения точности уравненных величин в случае фигуры рис. 2,б не наблюдается, но увеличивается объем измерительных работ. Исходя из соображений, приведенных в пункте 1, анализ передачи масштаба становится излишним, если угловые элементы диагональных пар не используются.

Третий вариант (рис. 2,в) предлагает в качестве подблока использовать девять снимков; каждый подблок решается отдельно, затем производится совместное решение всех подблоков. В данном подблоке измеряются все нормальные и поперечные стереопары, которые затем совместно решаются. Помимо условных уравнений, аналогичных первому варианту, здесь возникают условия для связующих точек, а именно: так как стереопары S_1S_2 и S_3S_4 имеют зону тройного перекрытия, то по разности координат на связующих точках можно определить взаимный поперечный угол ω'_{1-3} . Не приводя детальных выкладок, ссылаясь на выводы предыдущих пунктов, можно сделать вывод, что целесообразность использования этого дополнительного условия возникает в случае, когда ошибки отождествления соизмеримы с ошибками измерений. Тогда следует ожидать повышения точности уравненных величин, что в большинстве случаев неосуществимо.

Исходя из всего изложенного в этом пункте, можно сделать вывод, что в качестве основной фигуры — подблока целесообразно использовать четырехугольник $S_1S_2S_3S_4$ (рис. 2,а).

3. ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ВНЕШНЕГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ, ПОЛУЧЕННЫХ В ПОЛЕТЕ

Советскими учеными разработана теория совместной обработки физических и фотограмметрических данных, применяемая в основном при мелко- и среднемасштабном картографировании. Показания радиовысотомера и статоскопа пока не обладают точностью, удовлетворяющей крупномасштабному картографированию. Например, радиовысотомер при благоприятных условиях определяет высоту фотографирования с ошибкой $m_H \approx 1$ м, статоскоп фиксирует разность высот с точностью $m_{\Delta H} \approx 0,5$ м. Перед нами же стоит задача триангулирования повышенной точности, когда координаты точек в пределах стереопары определяются с ошибкой порядка 5 см. При высоте фотографирования $H = 500$ м получим

$$\frac{1}{N} = \frac{m_h}{H} = \frac{5 \text{ см}}{500 \text{ м}} = \frac{1}{10\,000}.$$

В то же время радиовысотомер дает $\frac{1}{N} = \frac{1}{500}$, то есть результат в 20 раз грубее, а статоскоп $\frac{1}{N} = \frac{0,5 \text{ м}}{B} \approx \frac{1}{1000}$, то есть в 10 раз грубее. От-

сюда следует, что показания радиовысотомера можно использовать лишь для определения приближенного масштаба фотографирования.

Остановимся на возможности использования показаний статоскопа при обработке блока. Пусть по данным первого и последнего показаний в маршруте вычислен продольный угол наклона φ

$$\sin \varphi = \frac{\Delta H_n - \Delta H_0}{\sum_{i=1}^n B_i} \approx \frac{\Delta H_n - \Delta H_0}{nB},$$

где n — число базисов,

B — среднее значение длины базиса фотографирования.

При малых углах наклона

$$\varphi \approx \frac{\Delta H_n - \Delta H_0}{nB} \rho. \quad (18)$$

Точность определения угла φ такова:

$$m_\varphi = \frac{\rho}{nB} m_{\Delta H} \sqrt{2}. \quad (19)$$

При $m_{\Delta H} = 0,5 \text{ м}$, $B \approx 500 \text{ м}$, $n = 10$, $m_\varphi \approx 1'$ или относительная ошибка

$$\frac{1}{N} = \frac{m_{\Delta H}}{nB} = \frac{1}{10\,000}.$$

Очевидно, что вычисленный угол φ можно успешно использовать для приближенного горизонтирования блока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гук П. Д. Фототриангуляция с использованием измеренных в полете базисов и разностей высот фотографирования. Труды НИИГАиК, т. XIX, М., 1967.
2. Лобанов А. Н. и др. Фототриангуляция с применением электронной цифровой вычислительной машины. «Недра», 1967.
3. Тимушев Г. Н. Зависимость точности фотограмметрических измерений от размеров и форм маркировочных знаков. Межвед. республ. научно-техн. сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 6, 1967.
4. Anderson J. M., Mc Nair A. J. Analytic aerotriangulation: triplets and sub-blocks. «Photogrammetria», 1966, 21, N 6.
5. Branderberger A. Strip triangulation with Independent Geodetic Controls; Triangulation of Strip Quadrangles. «Photogrammetria», 1958—1959, 2.
6. Konecny G. Analytical aerial triangulation with convergent photography. «Photogrammetria», 1967, 22, N 2.
7. Stickler A. Der versuch Gedorf. «Österr. Z. Vermessungswesen», 1962, 50, N 2.

Работа поступила
5 октября 1968 г.