

А. Л. ДОРОЖИНСКИЙ

СПОСОБ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕЖМАРШРУТНЫХ СВЯЗЕЙ (решение подблока)

В настоящей статье приводится схема фототриангулирования с использованием связей, возникающих при продольном и поперечном перекрытиях 60% и более, а также детальное описание предложенного варианта решения основного звена фототриангуляционного блока, названного подблоком (образованного четырьмя смежными центрами фотографирования из двух соседних маршрутов), показанного на рис. 1.

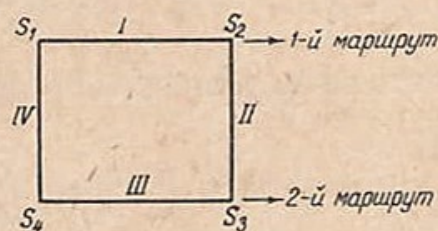


Рис. 1. Основная фигура для построения блока — подблок.

Предлагаемый способ содержит все основные процессы маршрутной фототриангуляции, однако появились новые этапы вычислений, а математический аппарат претерпел некоторые изменения.

Данная разработка выполняется под руководством проф. В. Я. Финковского и базируется на теоретических исследованиях и публикациях проф. А. Н. Лобанова и кандидата технических наук П. Д. Гука.

Итак, видоизмененный вариант блочной фототриангуляции включает следующие основные процессы:

1. Измерение и вычисление координат и параллаксов точек блока (в маршрутных и межмаршрутных стереопарах).
2. Вычисление поправок в измеренные величины за влияние систематических факторов (дисторсии и деформации фотоматериала).
3. Предварительные вычисления для фототриангуляции (приближенные масштаб снимка и продольный угол наклона блока).
4. Решение подблока: а) вычисление элементов взаимного ориентирования всех пар подблока; б) вычисление условных угловых элементов подблока и их уравнивание; в) вычисление базисных компонентов подблока и их уравнивание.
5. Решение блока: совместное уравнивание всех подблоков по способу полигонов (раздельно по каждому из элементов α , ω , κ , B_x , B_y , B_z).
6. Вычисление поправок за переход от плоскости к сферической поверхности.
7. Геодезическое ориентирование и уравнивание блока.
8. Вычисление координат точек блока: решение прямой пространственной фотограмметрической засечки.

Первые два процесса не отличаются от описанных в литературе

[3]. Рассмотрим кратко третий процесс. Приближенное значение масштаба строящегося блока вычисляют однократно по среднему из показаний радиовысотомера на весь участок. Это значение предварительно засылается в память ЭЦВМ, а определяется из 10—15 расшифрованных показаний радиовысотомера. Тогда

$$\frac{1}{m} = \frac{f}{H_{\text{ср}}}, \quad B_0 = b_0 \cdot m,$$

где b_0 — базис в масштабе того снимка, который принимается за начальный.

Соображения об использовании показаний статоскопа приведены в работе «О выборе способа аналитической блочной фототриангуляции при крупномасштабном картографировании повышенной точности», опубликованной в настоящем сборнике.

Остановимся более детально на решении подблока.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ВЗАИМНОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ (ЭВО) ПАР ПОДБЛОКА

Вычисление ЭВО производится последовательно для стереопар 1—2, 2—3, 3—4, 4—1 (см. рис. 1) по строгим формулам, известным из литературы. Желательно при определении ЭВО использовать избыточное число точек (порядка 14—18).

ВЫЧИСЛЕНИЕ УСЛОВНЫХ УГЛОВ НАКЛОНА И ИХ УРАВНИВАНИЕ

Выполнить этот процесс можно, применив строгие или приближенные формулы, приведенные в литературе [3]. Однако строгие формулы, выражающие связь угловых элементов через направляющие косинусы, мало пригодны для вывода условных уравнений фигур по причине неявной функциональной зависимости, в чем убедимся несколько ниже. В фигуре (см. рис. 1) возникают условные уравнения:

$$\Sigma \alpha = 0, \quad \Sigma \omega = 0, \quad \Sigma \kappa = 0, \quad (1)$$

где соответствующие углы всех четырех снимков приведены к начальным (общим) плоскостям. Для выполнения такого приведения воспользуемся формулами, вывод которых дается ниже.

Обратимся к сфере произвольного радиуса с центром в точке фотогафирования левого снимка и выполним на ней построения (рис. 2), согласно приведенным обозначениям и пояснениям.

- S_L — центр фотогафирования левого снимка;
- S_P — центр фотогафирования правого снимка;
- S_L, S_P, O_L — главная базисная плоскость левого снимка;
- O_L, O_P — центры левого и правого снимков;
- NS_L — нормаль к базису фотогафирования в главной базисной плоскости левого снимка;
- NO_L — дуга, равная углу наклона левого снимка α ;
- O_P, O_P' — дуга, перпендикулярная $S_L N$ и равная ω' ;
- NO_P — дуга, равная углу наклона правого снимка α' ;
- $90^\circ + \kappa - \kappa_L$ — разность углов поворота в плоскости левого снимка;
- $90^\circ - (\kappa - \kappa')$ — разность углов поворота в плоскости правого снимка;
- $Z'O_L$ — продольный угол наклона левого снимка α_L

- $Z'O'_n$ — продольный угол наклона правого снимка α_n ;
 $O'_n O_n$ — поперечный угол наклона правого снимка, взятый с обратным знаком ($-\omega_n$);
 $O''_n O_n$ — поперечный угол наклона правого снимка, взятый с обратным знаком ($-\omega_n$);
 γ — угол наклона базиса фотографирования;
 τ — дирекционный угол базиса фотографирования.

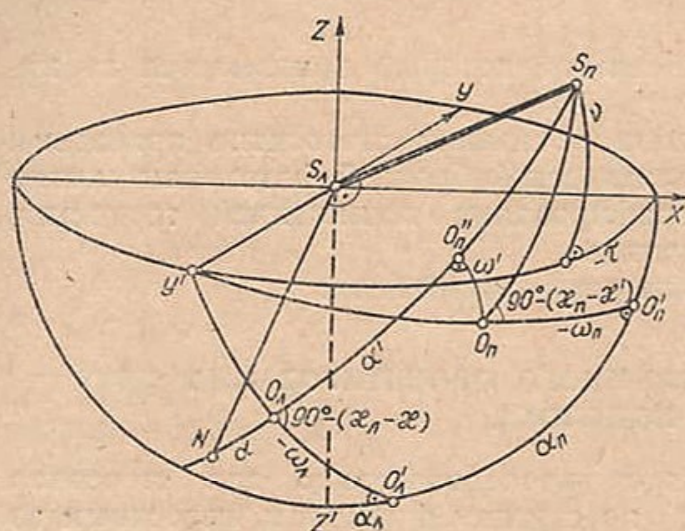


Рис. 2. Элементы углового ориентирования стереопары, показанные на сфере.

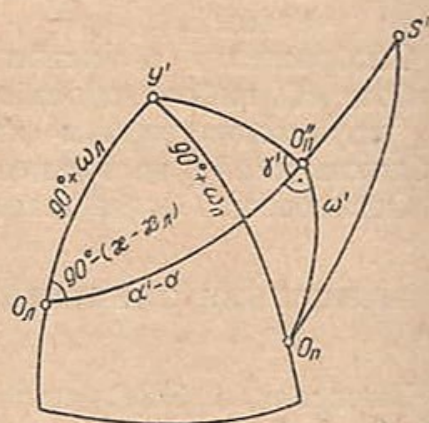


Рис. 3. Выноска из рис. 2, используемая для вывода формулы ω_n .

Обратимся к рис. 3 для вывода формулы связи элемента ω_n с другими угловыми величинами; из сферического треугольника $Y'O''_n O_n$ имеем

$$\sin \omega_n = -\cos Y'O''_n \cos \omega' + \sin Y'O''_n \sin \omega' \sin \gamma'. \quad (2)$$

Определив из треугольника $O_n Y' O''_n$ по теореме синусов $\sin \gamma' \sin Y'O''_n$, а по теореме косинусов $\cos Y'O''_n$, после подстановки в (2) получим

$$\sin \gamma' \sin Y'O''_n = \cos (x - x_n) \cos \omega_n, \quad (3)$$

$$\cos Y'O''_n = -\sin \omega_n \cos (\alpha' - \alpha) + \cos \omega_n \sin (\alpha' - \alpha) \sin (x - x_n), \quad (4)$$

$$\sin \omega_n = [\sin \omega_n \cos (\alpha' - \alpha) - \cos \omega_n \sin (\alpha' - \alpha) \sin (x - x_n)] \cos \omega' + \sin \omega' \cos (x - x_n) \cos \omega_n. \quad (5)$$

Для малых углов из (5) легко вывести известную формулу

$$\omega_n = \omega_n + \omega' - (\alpha' - \alpha)(x_n - x). \quad (5')$$

Для вывода связи α_n с другими угловыми элементами используем зависимость

$$\sin \alpha_n = \frac{\sin c_n}{\cos \omega_n}, \quad (6)$$

где $\sin c_n$ определяется аналогично $\sin \omega_n$; при выводе используются сферические треугольники $O_n O''_n X$, $O_n O'_n X$, $O_n O'_n X$.

$$\begin{aligned} \sin c_n = & \cos \omega' \{ \cos (\alpha' - \alpha) \sin \alpha_n \cos \omega_n + \sin (\alpha' - \alpha) [\cos \alpha_n \cos (x - x_n) + \\ & + \sin \alpha_n \sin \omega_n \sin (x - x_n)] \} + \\ & + \sin \omega' \{ \sin (x - x_n) \cos \alpha_n - \sin \alpha_n \sin \omega_n \cos (x - x_n) \}. \end{aligned} \quad (6')$$

Для планового случая съемки

$$\alpha_n = \alpha_n + \alpha' - \alpha - \omega' (\kappa_n - \kappa). \quad (6'')$$

При выводе формулы для κ_n используются сферические треугольники $Y'O_nK$ и KO_nO_n :

$$\sin(\kappa_n - \kappa') = -\frac{1}{\cos \omega'} [\sin(\kappa - \kappa_n) \cos(\alpha_n - \alpha_n) + \\ + \cos(\kappa - \kappa_n) \sin(\alpha_n - \alpha_n) \sin \omega_n]. \quad (7)$$

Для малых углов

$$\kappa_n = \kappa_n + \kappa' - \kappa - \omega' (\kappa_n - \kappa). \quad (7')$$

Приступим теперь к выводу условных уравнений типа (1). Используя формулу (5), в символической записи для подблока получим

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= f_0 = 0, & \alpha_4 &= f_{III}(\alpha_3 \omega_3 \kappa_3 \text{ ЭВО}_{III}), \\ \alpha_2 &= f_I(\text{ЭВО}_I), & \alpha_1' &= f_{IV}(\alpha_4 \omega_4 \kappa_4 \text{ ЭВО}_{IV}), \\ \alpha_3 &= f_{II}(\alpha_2 \omega_2 \kappa_2 \text{ ЭВО}_{II}), \end{aligned} \quad (8)$$

Последнее из выражений (8) и является условным уравнением, вид которого необходимо найти. Аналогичные уравнения можно составить для ω и κ .

Так как функция f_{IV} является нелинейной, то для отыскания вида условного уравнения следует воспользоваться классическим приемом линеаризации функции. Процесс линеаризации (нахождение полного дифференциала сложной функции) прост, но довольно громоздок, и с целью экономии места мы его опускаем. В окончательном виде условное уравнение будет иметь вид

$$\begin{aligned} & a_1 \Delta \alpha_1 + a_2 \Delta \alpha_1' + a_3 \Delta \omega_1' + a_5 \Delta \kappa_1 + a_6 \Delta \kappa_1' + \\ & + \dots + \\ & + a_{16} \Delta \alpha_4 + a_{17} \Delta \alpha_4' + a_{18} \Delta \omega_4' + a_{19} \Delta \kappa_4 + a_{20} \Delta \kappa_4' + \omega_\alpha = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Delta \alpha_i, \dots, \Delta \kappa_i'$ — поправки в элементы взаимного ориентирования соответствующей пары;

a_i — коэффициенты, состоящие из различных комбинаций частных производных, полученных из формул (5) — (7).

Условные уравнения для ω и κ будут иметь вид, аналогичный (9), с коэффициентами b_i и c_i , свободными членами ω_ω и ω_κ соответственно. Систему из трех уравнений, содержащую 20 неизвестных, решают по способу коррелат. По известным коррелатам находят искомые поправки в ЭВО всех пар. При решении следует учитывать вес каждого из ЭВО. Ввиду того, что уравнение (9) получено линеаризацией функции, то есть не является строгим, следует применять итерационный процесс; предполагается, что для перспективных снимков число итераций не превысит 2—3. Контролем окончания итерационного процесса служит удовлетворение условий (1).

Затем по строгим формулам вычисляют углы τ и ν , используемые в последующих процессах.

Как нам представляется, использование строгих формул целесообразно только для обработки перспективных снимков; для планового случая съемки можно использовать приближенные формулы, приведенные в работе [1], но свободные члены следует вычислять по строгим формулам (5), (6), (7). При использовании последних для передачи

углов в подблоке разности $\Delta\alpha$ необходимо изменять на углы Θ , равные $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ для пар I, II, III и IV соответственно.

Свободные члены уравнений типа (9) можно получить последовательным перемножением матриц, как предлагается в работе [3] для одномаршрутной фототриангуляции при передаче условных углов.

ВЫЧИСЛЕНИЕ БАЗИСНЫХ КОМПОНЕНТОВ ПОДБЛОКА И ИХ УРАВНИВАНИЕ

Очевидно, что в подблоке (см. рис. 1) возникает условие базисов

$$\sum_{i=1}^{i=4} \bar{B}_i = 0 \quad (10) \quad \text{или} \quad \frac{B_1 B_2 B_3 B_4}{B_2 B_3 B_4 B_1} = 1. \quad (10')$$

Вычислив приближенное значение первого базиса B_1 или приняв его произвольным, по координатам связующих точек можно выполнять передачу масштаба по всему подблоку. Как правило, передача выполняется более чем по одной точке, поэтому целесообразно применение способа наименьших квадратов. Кратко изложим вывод конкретного вида уравнения (10). Соблюдение правильности передачи масштаба выражается равенством координат связующих точек, вычисленных из двух смежных стереопар и приведенных к единому началу.

$$X'_i = X_{i+1} \quad Y'_i = Y_{i+1} \quad Z'_i = Z_{i+1}. \quad (11)$$

Обычно координаты X, Y, Z вычисляют относительно левого центра фотографирования; тогда

$$\begin{aligned} X'_i &= X_i - B_x, \\ Y'_i &= Y_i - B_y, \\ Z'_i &= Z_i - B_z. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь X', Y', Z' — координаты точек, вычисленные относительно правого центра фотографирования;

X, Y, Z — координаты точки i -й модели, вычисленные относительно левого центра фотографирования.

$$\begin{aligned} \text{Но} \quad X &= x \cdot N, \\ Y &= y \cdot N, \\ Z &= -f \cdot N, \end{aligned} \quad N = B \frac{(a_1) + \frac{x'}{f}(c_1)}{x - x'}, \quad (13)$$

где x, y — трансформированные координаты точки для левого снимка (по углам наклона этого снимка);

x', y' — то же для правого снимка;

$(a_1), (b_1), (c_1)$ — направляющие косинусы, вычисленные по углам τ и ν . Учитывая, что

$$B_x = B \cdot (a_1), \quad B_y = B \cdot (b_1), \quad B_z = B \cdot (c_1), \quad (13')$$

используя (13), из (12) получаем

$$X'_i = x' \frac{(a_1) + \frac{x'}{f}(c_1)}{x - x'} B,$$

$$Y'_i = y \left\{ \frac{(a_1) + \frac{x'}{f}(c_1)}{x-x'} - (b_1) \right\} B,$$

$$Z'_i = -f \frac{(a_1) + \frac{x}{f}(c_1)}{x-x'} B \quad (14)$$

или в сокращенном виде

$$X' = K^{x'} \cdot B, \quad Y' = K^{y'} \cdot B, \quad Z' = K^{z'} \cdot B,$$

$$X = K^x \cdot B, \quad Y = K^y \cdot B, \quad Z = K^z \cdot B. \quad (15)$$

На основании (11) и (10') найдем

$$\frac{K_I^{x'} K_{II}^{x'} K_{III}^{x'} K_{IV}^{x'}}{K_I^x K_{II}^x K_{III}^x K_{IV}^x} = 1. \quad (16')$$

Аналогичные записи можно получить для Y и Z .

Далее возможны два варианта решения. Первый заключается в логарифмировании и последующем дифференцировании (16), составлении условных уравнений, решении их по способу коррелат и вычислении уравненных значений коэффициентов K . По этим значениям последовательно вычисляют базисы фотографирования B_i подблока.

Практически целесообразно использовать другой способ решения. Составим уравнения ошибок, возникающие при связи первой пары со второй, вытекающие из (15):

$$1. B_{II} - B_I \left(\frac{K_I^{x'}}{K_{II}^{x'}} \right)_j = v_{xj}, \quad 2. B_{II} - B_I \left(\frac{K_I^{y'}}{K_{II}^{y'}} \right)_j = v_{yj},$$

$$3. B_{II} - B_I \left(\frac{K_I^{z'}}{K_{II}^{z'}} \right)_j = v_{zj}, \quad (17)$$

где индекс j обозначает номер связующей точки. Так как число этих точек обычно равно 3—6, то возникает 9—18 уравнений ошибок. Припишем каждой точке вес p_i , вытекающий из точности определений ее координат; каждому из уравнений (17) придадим свой вес, пропорциональный величине координаты

$$p_{x, y, z} = 0,01 (X, Y, Z) \quad (18)$$

и вычислим суммарный вес, соответствующий каждому из уравнений (17):

$$\frac{1}{p_{1,2,3}} = \frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_{x, y, z}}. \quad (19)$$

Решим систему (17) при условии $[p v v] = \min$, найдем вероятнейшее значение B_{II} и его вес p_{II} :

$$B_{II} = - \frac{1}{[p]} \left[p \frac{K'}{K} \right] B_I.$$

Аналогично можем вычислить B_{III} , B_{IV} и их веса. Однако найденные значения базисов могут не удовлетворять геометрическому условию (10). Поэтому составим условные уравнения

$$\begin{aligned}(a_1)_{II} \Delta B_{II} + (a_1)_{III} \Delta B_{III} + (a_1)_{IV} \Delta B_{IV} + w_1 &= 0, \\(b_1)_{II} \Delta B_{II} + (b_1)_{III} \Delta B_{III} + (b_1)_{IV} \Delta B_{IV} + w_2 &= 0, \\(c_1)_{II} \Delta B_{II} + (c_1)_{III} \Delta B_{III} + (c_1)_{IV} \Delta B_{IV} + w_3 &= 0,\end{aligned}\quad (20)$$

где w_i — свободные члены, вычисленные как разность B_i и B_i' ;

B_i' — значение первого базиса, вычисленное из последовательной передачи по подблоку.

Решая систему (20) с учетом весов каждого из предварительно найденных базисных компонентов, найдем поправки к базисам, а затем и сами базисные компоненты:

$$B_{x_i}^0 = (B_i + \Delta B_i) (a_1)_i, \quad B_{y_i}^0 = (B_i + \Delta B_i) (b_1)_i, \quad B_{z_i}^0 = (B_i + \Delta B_i) (c_1)_i. \quad (21)$$

Нетрудно вычислить и веса окончательных результатов. Контролем правильности уравнивания служит повторное суммирование, согласно (10).

Итак, после решения подблока получаем условные углы α , ω , κ всех его снимков, базисные компоненты подблока B_x , B_y , B_z . При решении каждого последующего подблока необходимо использовать углы и базисы, полученные из решения предыдущего. Тогда значительно сокращается итеративный процесс при выполнении пункта 5 (уравнивание блока). Этот процесс описан нами в работе [2].

В заключение отметим, что приведенные в настоящей статье формулы проверялись на строгость. С этой целью на ЭЦВМ «Минск-1» был смонтирован фототриангуляционный блок, затем была составлена программа для той же ЭЦВМ по предложенному варианту. Правильность составленной программы проверялась по контрольному варианту, вычисления в котором были продублированы вручную. Полученные результаты подтвердили правильность используемых математических зависимостей для планового случая съемки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гук П. Д. Фототриангуляция с использованием измеренных в полете базисов и разностей высот фотографирования. Труды НИИГАиК, т. XIX, 1967.
2. Дорожников А. Л. Уравнивание блока аналитической фототриангуляции по способу полигонов. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», Межвед. республ. научно-тех. сборник, вып. 9. Изд-во Львовского ун-та, 1969.
3. Лобанов А. Н. и др. Фототриангуляция с применением электронной цифровой вычислительной машины. «Недра», 1967.

Работа поступила
11 декабря 1968 г