РЕСПУБЛИКАНСКИЙ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ СБОРНИК
1973 Геодезия, картография и аэрофотосъемка Выпуск 18

УДК 528.061

Л. С. ХИЖАК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ КОЭФФИЦИЕНТАМИ РЕФРАКЦИИ РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

Вопросу зависимости коэффициента рефракции от различных факторов посвящено очень много исследований. Во многих работах эта зависимость представлена в виде формул. Однако в производственных условиях результаты исследований не нашли сколько-нибудь значительного применения. Дело в том, что в одних работах учтены не все факторы, влияющие на величину коэффициента рефракции, в других приведены зависимости между коэффициентами рефракции и факторами, не полностью характеризующими условия прохождения визирного луча. Конечно, выявить все факторы, которые полностью характеризовали бы условия прохождения визирного луча, а тем более связать эти факторы с величиной коэффициента рефракции в виде функциональной зависимости — задача очень сложная. Мы попытались найти эмпирическую зависимость между коэффициентами рефракции различных направлений на данном пункте и соответствующими этим направлениям эквивалентными высотами в данный физический момент времени.

При успешном решении такой задачи появилась бы возможность по известным коэффициентам рефракции одних направлений вычислять коэффициенты рефракции других направлений в один и тот же физический момент времени при условии, что эквивалентные высоты всех направлений на данном пункте известны.

Для решения указанной задачи лабораторией НИС-18 Львовского политехнического института были проведены специальные исследования.

Рассмотрим методику этих исследований и проанализируем полученные результаты.

Предположим, что зависимость между коэффициентами рефракции двух направлений на данном пункте в данный физический момент времени может быть представлена в виде зависимости

$$K = \alpha(K_э) + \frac{\beta(K_э)}{h_э}, \tag{1}$$

где $K_э$ — коэффициент рефракции некоторого направления, принятого за эталонное, величина которого известна; h — эквивалентная высота направления, для которого определяется коэффициент рефракции. $\alpha(K_э)$ и $\beta(K_э)$ — некоторые функции коэффициента рефракции эталонного направления. Кроме того, будем предполагать, что в данный физический момент коэффициенты рефракции для направлений с одинаковыми эквивалентными высотами одинаковы и изменения их с высотой происходят мгновенно.

Следовательно, наша задача — определить функции $\alpha(K_э)$ и $\beta(K_э)$ по результатам обработки экспериментального материала.

Мы обработали большой экспериментальный материал по одновременным наблюдениям зенитных расстояний на трех пунктах на тринадцать направлений. Эквивалентные высоты по этим направлениям лежали в пределах 8—45 м, а расстояния — в пределах 5—10 км. Наблюдения зенитных расстояний на всех пунктах проводились с таким расчетом, чтобы коэффициент рефракции эталонного направления принимал всевозможные значения от максимальных до минимальных. За эталонное было принято направление, которое имело наименьшую из всех эквивалентную высоту. Для всех наблюдений по результатам измерения зенитных расстояний и отметкам пунктов, полученным из нивелирования 3-го и 4-го класса, вычислены коэффициенты рефракции.

Весь материал был разбит на восемь интервалов по величине коэффициента рефракции эталонного направления:

1) —0,15——0,05; 5) +0,25—+0,35;
2) —0,05—+0,05; 6) +0,35—+0,45;
3) +0,05—+0,15; 7) +0,45—+0,55;
4) +0,15—+0,25; 8) +0,55—+0,65.

Таким образом, в первый интервал включались коэффициенты рефракции для каждого направления, полученные в момент, для которого величина коэффициента рефракции эталонного направления лежала в пределах от —0,15 до —0,05, во второй — те значения коэффициента рефракции каждого направления, которые были получены в момент, когда коэффициент рефракции эталонного направления лежал в пределах от —0,05 до +0,05 и т. д. Из всех значений коэффициентов рефракции для каждого направления в каждом интервале были получены средние значения. Количество коэффициентов, из которых выводились средние значения для каждого направления, лежало в пределах от 20 до 60 значений.

В дальнейшем для каждого интервала, методом регрессионного анализа были вычислены статистические значения функций $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$. Результаты этих вычислений сведены в таблицу. В этой же таблице

Таблица оценок коэффициентов α и β

Интервалы эталонного коэффициента	α	β	S
—0,15 — —0,05	+0,085	—1,90	±0,032
—0,05 — +0,05	0,103	—0,92	0,027
+0,05 — +0,15	0,136	—0,27	0,017
+0,15 — +0,25	0,170	+0,49	0,020
+0,25 — +0,35	0,207	+0,92	0,021
+0,35 — +0,45	0,256	+1,51	0,037
+0,45 — +0,55	0,326	+1,76	0,030
+0,55 — +0,65	0,347	+2,52	0,045

приведены оценки S среднего квадратического отклонения σ одного определения K (под одним определением здесь понимается среднее для каждого направления в данном интервале значение K).

Анализируя результаты, приведенные в таблице, нетрудно заметить, что как α, так и β изменяются с изменением значений коэффициента эталонного направления почти линейно.

Поэтому представим α и β в виде линейной функции от $K_э$, то есть положим, что

$$\hat{\alpha}=a+bK_э, \quad \hat{\beta}=c+dK_э. \tag{2}$$

Пользуясь данными таблицы, методом регрессионного анализа, мы получили статистические значения коэффициентов a, b, c и d, а также их доверительные интервалы. Ниже приведены доверительные интервалы для этих значений:

$$\hat{a}=0{,}204\pm0{,}014; \quad \hat{b}=0{,}397\pm0{,}060;$$

$$\hat{c}=0{,}514\pm0{,}179; \quad \hat{d}=+5{,}945\pm0{,}779. \tag{3}$$

Доверительные интервалы вычислены для 5%-ного уровня значимости.

Учитывая (2), уравнение (1) можно переписать в виде

$$\hat{K}=\hat{a}+\hat{b}y+(\hat{c}+\hat{d}y)x, \tag{4}$$

где

$$y=K_э-K_{э\,(ср)}, \quad x=\frac{1}{h}-\frac{1}{h_{(ср)}}. \tag{5}$$

Для нашего случая $K_{э(ср)}=0{,}247$, а $\dfrac{1}{h_{ср}}=0{,}047$. Подставляя вместо $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ и $\bar{d}$ их значения, получаем

$$K=0{,}151+0{,}118\,K_э-0{,}95\frac{1}{h}+5{,}94\frac{K_э}{h}. \tag{6}$$

Покажем, что если в один и тот же момент времени известен коэффициент рефракции и эквивалентная высота одного из направлений на пункте, не обязательно эталонного, а также эквивалентная высота другого направления, то, пользуясь уравнением (6), можно вычислить и коэффициент рефракции второго направления. Действительно, пусть K_1 и K_2 — коэффициенты рефракции первого и второго направлений, h_1 и h_2 — эквивалентные высоты этих направлений, тогда, написав для K_1 и K_2 уравнение (6) и исключая из полученных уравнений $K_э$, окончательно имеем

$$K_2=0{,}151+0{,}118\,f(K_1,h_1)+[5{,}94\,f(K_1,h_1)-0{,}95]\frac{1}{h^2}, \tag{7}$$

где

$$f(K_1,h_1)=\frac{K_1-0{,}151+0{,}95\dfrac{1}{h_1}}{0{,}118+5{,}94\dfrac{1}{h_1}}. \tag{8}$$

Таким образом, по формуле (7) можно получить коэффициент рефракции одного направления, если известен коэффициент рефракции другого направления и эквивалентные высоты обоих направлений. Естественно, что результаты будут тем точнее, чем больше наши предложения соответствуют действительности.

Для уравнения (7) была составлена номограмма, по которой очень легко производить все необходимые вычисления.

Проверка на большом материале показала, что точность вычислений коэффициента рефракции по формуле (7) характеризуется относительной ошибкой порядка 18%.

Работа поступила в редколлегию 26 апреля 1972 года. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.