

АЭРОФОТОСЪЕМКА

УДК 528.711.1

И. И. МИЩЕНКО

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСТОРСИИ ОБЪЕКТИВА ПО ТОЧКАМ КАЛИБРОВОЧНОГО ПОЛИГОНА

Дисторсия объектива является одним из основных источников систематических ошибок аэроснимка. Обычно величины и характер искажений координат точек аэроснимка под влиянием дисторсии объектива определяются в камеральных условиях совместно с элементами внутреннего ориентирования аэрофотоаппарата (АФА). Однако в момент фотографирования эти величины могут отличаться от их значений, определенных в лаборатории. Отсюда целесообразно производить калибровку АФА в тех же условиях, в каких производится аэросъемка. Все методы подобной калибровки аэрофотоаппарата требуют наличия аэроснимка с n опорными точками, координаты которых определены геодезическими методами с достаточной точностью [1, 2].

Приведем результаты эксперимента по определению дисторсии объектива с использованием калибровочного полигона. Работа проводилась под руководством проф. В. Я. Финковского.

При выводе формул предлагалось, что: 1) аэросъемка производится в крупных масштабах, когда ошибками за рефракцию и кривизну Земли можно пренебречь; 2) влияние деформации аэрофильма учтено тем или иным методом с большой точностью; 3) искажения координат точек аэроснимка, обусловленные наличием дисторсии объектива, достаточно полно описываются полиномом 3-й степени [3]:

$$\begin{aligned}\Delta x &= A'_x x + B'_x y + C'_x xy + D'_x x^2 + E'_x y^2 + A_x x^3 + B_x x^2 y + C_x xy^2 + D_x y^3, \\ \Delta y &= A'_y x + B'_y y + C'_y xy + D'_y y^2 + E'_y x^2 + A_y x^3 + B_y x^2 y + C_y xy^2 + D_y y^3.\end{aligned}\quad (1)$$

Пусть мы имеем горизонтальный аэроснимок с n опорными точками. Для каждой точки данного аэроснимка справедливы тождества,

$$x_t - \frac{f}{H_i} (X_{ri} - X_s) = 0; \quad y_t - \frac{f}{H_i} (Y_{ri} - Y_s) = 0, \quad (2)$$

где x_t, y_t — измеренные координаты i -й точки, H_i — высота фотографирования над данной точкой, X_s, Y_s — геодезические координаты центра проекции.

Если известны только приближенные значения элементов внешнего и внутреннего ориентирования, то равенства (2) примут вид

$$\begin{aligned}x_t - \frac{f}{H_i} (X_{ri} - X_s) + \frac{f}{H_i} \delta X_s + \frac{x_t}{H_i} \delta H_s + \delta x_0 - \frac{x_t}{f} \delta f &= 0; \\ y_t - \frac{f}{H_i} (Y_{ri} - Y_s) + \frac{f}{H_i} \delta Y_s + \frac{y_t}{H_i} \delta H_s + \delta y_0 - \frac{y_t}{f} \delta f &= 0,\end{aligned}\quad (3)$$

где δH_s , δX_s , δY_s , δf , δx_0 , δy_0 — поправки в приближенные значения соответствующих элементов внешнего и внутреннего ориентирования.

Для наклонного аэроснимка имеем:

$$x_t = x + \Delta x_t, \quad y_t = y + \Delta y_t,$$

а при наличии искажений, вызываемых дисторсией, получаем:

$$x_t = x + \Delta x_t + \Delta x_{\text{дист}}, \quad y_t = y + \Delta y_t + \Delta y_{\text{дист}}.$$

Величины Δx_t , Δy_t вполне строго определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= (\cos \alpha - 1)x - y \sin \alpha + (\sec \omega - 1)x_1 + \frac{x_2 y_1}{f} \tan \omega + \left(f + \frac{x_t x_2}{f} \right) \tan \alpha; \\ \Delta y_t &= (\cos \alpha - 1)y + x \sin \alpha + (\sec \omega - 1)y_2 - \frac{x_2 y_1}{f} \tan \omega + \\ &+ \left(f + \frac{y_2 y_1}{f} \right) \tan \omega, \end{aligned} \quad (4)$$

где α , ω , χ — углы наклона аэроснимка, x , y — координаты произвольной точки наклонного аэроснимка; x_1 , y_1 ; x_2 , y_2 ; x_t , y_t находятся по известным формулам:

$$\begin{aligned} x_1 &= x \cos \alpha - y \sin \alpha; & y_1 &= x \sin \alpha + y \cos \alpha; \\ x_2 &= f \frac{x_1}{f \cos \omega - y_1 \sin \omega}; & y_2 &= f \frac{y_1 \cos \omega + f \sin \omega}{f \cos \omega - y_1 \sin \omega}; \\ x_t &= f \frac{x_2 \cos \alpha + f \sin \alpha}{f \cos \alpha - x_2 \sin \alpha}; & y_t &= f \frac{y_2}{f \cos \alpha - x_2 \sin \alpha}. \end{aligned} \quad (5)$$

Если известны приближенные значения углов наклона аэроснимка, то, продифференцировав (4) по переменным α , ω , χ , и объединив полученное выражение с формулами (1) и (3), придем к соответствующим уравнениям поправок:

$$\begin{aligned} &- y_{1t} \delta \alpha_x + \left(\frac{x_{2t} y_{1t}}{f} + x_{1t} \sin \omega \right) \frac{1}{\cos^2 \omega} \delta \omega_x + \left(f + \frac{x_{2t} x_{1t}}{f} \right) \frac{1}{\cos^2 \alpha} \delta \alpha_x + \\ &+ \frac{f}{H_t} \delta X_s + \frac{x_t}{H_t} \delta H_x + A_x x^3 + B_x x^2 y + C_x x y^2 + D_x y^3 + E_x y^2 + l_{0x} = v_x; \\ &x_t \delta \alpha_y + \left(\frac{y_{1t} x_{2t}}{f} + y_{2t} \sin \alpha \right) \frac{1}{\cos^2 \alpha} \delta \alpha_y + \left(f + \frac{y_{1t} y_{2t}}{f} \right) \frac{1}{\cos^2 \omega} \delta \omega_y + \\ &+ \frac{f}{H_t} \delta Y_s + \frac{y_{1t}}{H_t} \delta H_y + A_y x^3 + B_y x^2 y + C_y x y^2 + D_y y^3 + E_y x^2 + l_{0y} = v_y, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$l_{0x} = x_t - \frac{f}{H_t} (X_{ri} - X_s), \quad l_{0y} = y_t - \frac{f}{H_t} (Y_{ri} - Y_s),$$

вычисляются по приближенным значениям элементов внешнего ориентирования. При выводе уравнений (6), во избежание плохой обусловленности получаемой системы подобные члены мы приводили считая, что $x^2 \approx x_2 x_t$, $xy \approx x_2 y_1 \dots$. Кроме того, неизвестные δf , δx_0 , δy_0 объединяли соответственно с неизвестными δH_s , δX_s , δY_s , так как надежное

определение элементов внутреннего ориентирования требует больших превышений между точками. В соответствии со сказанным $\alpha_{x(y)}$, $\omega_{x(y)}$, $\kappa_{x(y)}$, $H_{x(y)}$ — элементы внешнего ориентирования аэроснимка, содержащие в себе дисторсию 1-го и 2-го порядка вдоль оси $X(Y)$. Для малых углов и превышений будем иметь:

$$\begin{aligned}\delta\omega_x &= \delta\omega + f \cdot C_x'; & \delta\omega_y &= \delta\omega + f \cdot D_y'; \\ \delta\alpha_x &= \delta\alpha + f \cdot D_x'; & \delta\alpha_y &= \delta\alpha + f \cdot C_y'; \\ \delta\kappa_x &= \delta\kappa - B_x'; & \delta\kappa_y &= \delta\kappa + A_y'; \\ \delta H_x &= \delta H_s + H_i \cdot A_x' + \frac{H_i}{f} \delta f; & \delta H_y &= \delta H_s + H_i B_y + \frac{H_i}{f} \delta f; \\ \delta X_s' &= \delta X_s + \frac{H_i}{f} \delta x_0; & \delta Y_s' &= \delta Y_s + \frac{H_i}{f} \delta y_0.\end{aligned}\quad (7)$$

Уравнения поправок (6), составленные для n точек, позволяют определить дисторсию 3-го порядка совместно с элементами внешнего ориентирования. Решение системы (6) производится раздельно по осям X и Y , так как в общем случае дисторсия вдоль этих осей не одинакова. Кроме того, на значения элементов внешнего ориентирования повлияет остаточная неравномерная деформация.

Нахождение неизвестных производится методом последовательных приближений в два этапа. В начале определяем только элементы внешнего ориентирования, полагая, что влияние дисторсии незначительно. Процесс итераций прекращается, когда разность значений свободных членов, полученных из двух последовательных приближений, не превышает допуска. После этого опять решается система (6), но уже совместно с элементами внешнего ориентирования определяются и коэффициенты дисторсии.

Апробирование данного способа осуществлялось как по макетным, так и по реальным аэроснимкам. Для решения задачи была составлена программа для ЭЦВМ — Минск-22.

При расчете макетного аэроснимка положено, что $f_k = 100$ мм, $\alpha = \omega = \kappa = 1^\circ$, масштаб залета $1 : 10000$. Координаты точек макета вычислялись с точностью порядка 0,3 мк на краю аэроснимка. В координаты каждой точки вводились ошибки, обусловленные дисторсией объекта, согласно формулам (1).

Исследовались три варианта решения системы (6): 1) определение дисторсии вдоль оси X (решение уравнений, составленных для абсцисс точек макета); 2) определение дисторсии вдоль оси Y (решение уравнений, составленных для ординат точек макета); 3) совместное решение уравнений (6), здесь мы полагали, что

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \alpha_y = \alpha; & \omega_x &= \omega_y = \omega; \\ \kappa_x &= \kappa_y = \kappa; & H_y &= H_x = H.\end{aligned}$$

При этом рассматривались вопросы точности учета элементами внешнего ориентирования дисторсии 1-го и 2-го порядка и точности самого метода. Результаты решения приведены в табл. 1 и 2.

Как показывает анализ полученных результатов, дисторсия 1-го и 2-го порядка достаточно точно учитывается элементами внешнего ориентирования при раздельном решении уравнений (6). Так, значения углов, вычисленные по формулам (7) и найденные из решения, отличаются максимум на величину пятого порядка (табл. 2).

Кроме того, величины остаточных свободных членов l_{0x} , l_{0y} , полученные после определения элементов внешнего ориентирования, значи-

тельно меньше заданной дисторсии на точке, что свидетельствует о компенсации влияния дисторсии элементами внешнего ориентирования (см. табл. 1).

По той же причине искомая кубическая дисторсия больше по величине указанных свободных членов. Ее влияние частично компенсируется за счет искажения значения высоты фотографирования. При втором этапе решения системы (6), когда совместно с элементами внешнего

Таблица 1
Значения дисторсии и остаточных свободных членов, мк

Дисторсия в точках макета		Свободный чл. после опр. эл. внешнегого ориентирования		Кубическая дисторсия		Свободный чл. после опр. коэф. дисторсии		Свободный чл. после совместн. реш.	
Δx_i	Δy_i	t_{0x}	t_{0y}	Δx_i	Δy_i	t_{0x}	t_{0y}	t_{0x}	t_{0y}
6,4	+ 12,8	2,3	5,4	+ 6,4	+ 12,8	-0,1	-0,8	1,4	-2,1
- 6,7	- 13,8	-1,2	+12,8	- 5,0	-10,0	-0,4	+0,1	+3,0	-2,1
-17,3	- 34,6	-2,6	- 4,7	-12,8	-25,6	-0,3	-0,8	-6,5	+2,6
+19,5	+ 39,0	+0,8	-14,2	+ 5,0	+10,0	-0,1	-0,6	+2,1	+6,6
- 6,7	- 13,4	-6,4	- 2,4	- 5,0	-10,0	0	-0,7	+2,8	+1,8
+55,7	+111,4	+7,0	-13,8	+26,8	+53,6	-0,8	-1,6	-5,3	+2,5
+19,5	+ 39,0	-7,2	+ 1,4	+ 5,0	+10,0	-0,3	-0,2	-2,2	-3,6
+ 6,4	+ 12,8	+2,5	+ 5,1	+ 6,4	+12,8	-0,2	-0,2	+1,2	-1,1
+6,2	+ 12,4	-4,4	-13,1	+ 0,8	+ 1,6	+0,1	0	+6,6	+7,6
- 3,0	- 6,0	+2,1	+ 0,6	+ 0,4	+ 0,8	+0,1	0	-2,1	-2,3
- 6,2	- 12,4	-6,4	- 9,2	+ 0,6	+ 1,2	0	+0,2	-0	+2,4
- 3,04	- 6,0	+0,3	+ 4,4	- 0,6	- 1,2	0	0,1	+2,5	-6,1

ориентирования определяются коэффициенты дисторсии, значение высоты фотографирования будет искажено только дисторсией 1-го порядка при наличии последней (см. табл. 2).

О точности метода свидетельствуют остаточные погрешности в точках макетного аэроснимка. Максимальное значение указанных величин равно по оси Y 1,6 мк (на этой точке дисторсия имеет также максимальную величину и равна 111,4 мк), по оси X для этой же точки имеем 0,8 мк (см. табл. 1).

Значения коэффициентов кубической дисторсии, определенные из решения уравнений (6), отличаются от их истинных значений на величину, дающую ошибку в координатах точки порядка 0,3 мк на краю аэроснимка (см. табл. 2).

Совместное решение уравнений (6), помимо изменений в значениях элементов внешнего ориентирования, дало грубое определение коэффициентов дисторсии, пропорциональных x^3 и y^3 (коэффициенты $A_{x(y)}$ и $D_{x(y)}$), и увеличило значения остаточного свободного члена в среднем в 10 раз.

Таким образом, для достижения высокой точности метода необходимо находить элементы внешнего ориентирования и коэффициенты дисторсии раздельно по осям X и Y .

Как указывалось, данный способ определения дисторсии объектива проверялся и по реальным аэроснимкам калибровочного полигона.

Аэросъемка калибровочного полигона производилась АФА-ТЭ с $f_h = 100,92$ мм, масштаб залета 1 : 8000. Вычисления велись по двум аэроснимкам полигона: № 872 и 863.

Отметки точек определялись нивелированием 4-го класса, плановое положение — полигонометрией 1-го разряда. Все опорные точки были замаркированы.

Таблица 2

Результаты решения по макетному аэроснимку							
	$\frac{\alpha_x}{\alpha_y}$	$\frac{\omega_z}{\omega_y}$	$\frac{\kappa_x}{\kappa_y}$	$\frac{H_x}{H_y}$	$\frac{A_x}{A_y}$	$\frac{B_x}{B_y}$	$\frac{C_x}{C_y}$
Значения неизвестных							
Истинные	0,017452	0,017452	0,017452	1000	$\frac{1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}}$	$\frac{1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}}$	$\frac{1 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}}$
Вычисленные по формулам (7)	$\frac{0,017352}{0,017252}$	$\frac{0,017352}{0,017252}$	$\frac{0,017552}{0,017252}$	999,90	—	—	—
Полученные из решения системы (6)	$\frac{0,017342}{0,017249}$	$\frac{0,017342}{0,017224}$	$\frac{0,017551}{0,017263}$	999,91	$\frac{-9,85 \cdot 10^{-9}}{2,05 \cdot 10^{-8}}$	$\frac{-9,86 \cdot 10^{-9}}{2,07 \cdot 10^{-8}}$	$\frac{-1,02 \cdot 10^{-8}}{1,99 \cdot 10^{-8}}$
Найденные из совместного решения системы (6)	0,017278	0,017290	0,017406	999,86	$\frac{-9,31 \cdot 10^{-10}}{-4,44 \cdot 10^{-8}}$	$\frac{-8,36 \cdot 10^{-9}}{-2,04 \cdot 10^{-8}}$	$\frac{-1,04 \cdot 10^{-8}}{-1,93 \cdot 10^{-8}}$

Измерения координат точек на аэроснимках производилось стереоскопически на стереокомпараторе Цейсса 1818 в четыре приема. Вычисленное значение средней квадратической ошибки измерений, полученных из четырех приемов, равно ± 7 мк.

Решение задачи, как и в случае макетного аэроснимка, осуществлялось тремя способами, раздельное решение по осям X и Y и совместное решение, когда элементы внешнего ориентирования считаются равными вдоль обеих осей.

Результаты вычислений приведены в табл. 3 и 4.

Таблица 3

Значение остаточных свободных членов, мк

№ точек	До определения коэф. дисторсии				После определения коэф. дисторсии				При совместном решении			
	сн. 872		сн. 863		сн. 872		сн. 863		сн. 872		сн. 803	
	t_{0x}	t_{0y}	t_{0x}	t_{0y}	t_{0x}	t_{0y}	t_{0x}	t_{0y}	t_{0x}	t_{0y}	t_{0x}	t_{0y}
1	-54	-8	-65	-7	+1	-2	-2	-4	-24	-16	-25	-22
2	+30	+36	+40	+29	-4	+6	-9	+7	-2	+30	-12	+26
3	-4	-1	-21	+7	+3	-3	+1	-2	+21	-14	+16	+6
4	-4	-6	+3	-6	0	-2	-2	-1	-1	-9	+7	-8
5	+40	0	+42	-6	+10	+3	+2	-1	+8	+11	+9	+6
6	+49	-19	+53	-8	+8	-8	+13	0	+6	+1	+18	+6
7	-17	+7	-24	+12	-3	+10	-4	+10	+3	-16	+4	+10
8	+24	-13	+26	-9	-12	-6	-7	-5	-4	+8	-1	+8
9	-26	-1	-14	-7	-10	+2	-5	-2	-13	0	-4	-2
10	-15	-17	-30	-20	+7	+2	0	-2	+5	-11	+8	-15
11	-18	-3	-7	-2	+5	-9	+9	-5	-1	-5	-1	-11
12	+10	+3	+13	-9	+2	+2	+2	-2	+5	+24	-3	+19
13	-10	-2	-4	+1	-1	-5	+2	-3	-20	-16	-2	-24
14	+8	+2	+5	+10	0	+15	-5	+15	+24	-18	+18	-9
15	+13	+13	+8	+8	0	0	-1	-4	-5	+30	-10	+30
16	-	-3	-	-6	-	-3	-	-7				
17	+3	-	+21	-	-5	+4	-					
18	-20	-	-30	-	-6	-	-1	-				
19	-	+13	-	+9	-	0	-	+12				
20	-6	-9	-15	-	+6	-9	-3	-				
21	-	+7	-	-1	-	+5	-	-5				

Приложение: Прочерк поставлен для точек, отбракованных в процессе решения.

При раздельном решении уравнений (6) остаточные свободные члены t_{0x} , t_{0y} , полученные после нахождения элементов внешнего ориентирования, совпадают (в пределах точности измерений) на соответствующих точках для двух аэроснимков. Это говорит о том, что оба аэроснимка имеют систематические искажения одного характера.

Введение поправок за кубическую дисторсию по найденным значениям коэффициентов привело к средней квадратической остаточной ошибке порядка ± 7 мк (так же величина до определения дисторсии равна ± 25 мк (см. табл. 3)).

Значение коэффициентов дисторсии, вычисленные по двум аэроснимкам, совпадают вполне удовлетворительно для данной точности измерений. Грубо определились только два коэффициента: C_x и D_x . Последнее может быть объяснено влиянием остаточной деформации (см. табл. 4).

Совместное решение вдоль осей X , Y особенно ухудшает, как и в случае макетного аэроснимка, определение коэффициентов дисторсии, пропорциональных x^3 и y^3 , и приводит к остаточной средней квадратической ошибке порядка ± 15 мк (см. табл. 3, 4).

Таблица 4

Результаты решения по реальным аэроснимкам

Значения неизвестных	$\frac{\alpha_x}{\alpha_y}$	$\frac{\omega_x}{\omega_y}$	$\frac{x_x}{x_y}$	$\frac{H_x}{H_y}$	$\frac{A_x}{A_y}$	$\frac{B_x}{B_y}$	$\frac{C_x}{C_y}$	$\frac{D_x}{D_y}$	$\frac{E_x}{E_y}$	$\frac{X_s}{Y_s}$
Полученные из решения по сн. 872	-0,0040524 -0,004077	-0,007222 -0,008712	-0,023001 -0,023623	-1013,33 -1013,12	-5,6 · 10 ⁻⁸ +1,47 · 10 ⁻⁷	+8,40 · 10 ⁻⁸ -3,38 · 10 ⁻⁸	-1,10 · 10 ⁻⁷ -1,19 · 10 ⁻⁷	+2,90 · 10 ⁻⁷ -5,42 · 10 ⁻⁸	-1,06 · 10 ⁻⁵ -3,19 · 10 ⁻⁶	-3,97 -1,030
Полученные из решения по сн. 863	-0,002365 -0,002057	-0,007960 -0,006780	-0,33435 -0,033944	-1005,64 -1005,20	-5,19 · 10 ⁻⁸ +1,02 · 10 ⁻⁷	+7,75 · 10 ⁻⁸ -5,67 · 10 ⁻⁸	-1,66 · 10 ⁻⁷ -7,1 · 10 ⁻⁸	+2,05 · 10 ⁻⁷ -4,20 · 10 ⁻⁸	-1,19 · 10 ⁻⁵ -3,24 · 10 ⁻⁶	-2,59 -7,18
Полученные из совместного решения сн. 872	-0,00400	-0,007820	-0,023398	1013,42	-1,01 · 10 ⁻⁷ -4,84 · 10 ⁻⁸	-7,29 · 10 ⁻⁸ -7,40 · 10 ⁻⁸	-7,89 · 10 ⁻⁸ -1,13 · 10 ⁻⁷	-2,52 · 10 ⁻⁷ -1,86 · 10 ⁻⁷	-1,04 · 10 ⁻⁵ -2,07 · 10 ⁻⁶	-4,03 -1,84
Полученные из совместного решения сн. 863	-0,002210	-0,007500	-0,033548	-1006,72	-9,20 · 10 ⁻⁹ -1,71 · 10 ⁻⁸	-6,28 · 10 ⁻⁸ -7,65 · 10 ⁻⁸	-1,52 · 10 ⁻⁷ -7,0 · 10 ⁻⁸	-1,87 · 10 ⁻⁷ -1,41 · 10 ⁻⁷	-1,27 · 10 ⁻⁵ -2,44 · 10 ⁻⁶	-2,73 -6,50

На основании выполненных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Предлагаемый метод определения кубической дисторсии объектива, позволяет уменьшить систематические ошибки аэроснимка до ± 7 мк.
2. Определение коэффициентов дисторсии совместно с элементами внешнего ориентирования необходимо производить раздельно вдоль осей X и Y .
3. Чтобы достичь более высокую точность нахождения дисторсии объектива, следует при возможности предварительно учитывать искажения координат точек аэроснимка калибровочного полигона под влиянием деформации аэрофильма.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Дубиновский В. Б.; Мельницкий Н. Н. Калибровка снимков с использованием фотографий испытательного полигона. — «Геодезия и картография», 1971, № 7.
2. Лобанов А. Н. Определение элементов внешнего ориентирования снимков по опорным точкам при помощи электронной вычислительной машины. — Изв. вузов, Геодезия и аэрофотосъемка, вып. 3, 1963.
3. Русинов М. М. Инженерная фотограмметрия. М., «Недра», 1966.

Работа поступила в редакцию 15 мая 1972 года.
Рекомендована кафедрой аэрофотогеодезии Львовского
политехнического института.