ДИСКУССИИ И РЕЦЕНЗИИ

УДК 528.28.143

В. В. КИРИЧУК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРОТЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ЗВЕЗД СИММЕТРИЧНО ОТНОСИТЕЛЬНО ПЕРВОГО ВЕРТИКАЛА

Изложим идею определения широты по измерениям зенитных расстояний звезд симметрично относительно первого вертикала способом, отличающимся от известного способа Певцова. Для этого запишем формулу связи между параллактическим углом светила и его азимутом в виде

$$\sin q = \sin A \frac{\cos \varphi}{\cos \delta}, \tag{1}$$

Из равенства (1) следует, что параллактический угол светила изменяется симметрично относительно первого вертикала.

Значит, если отнаблюдать одно и то же светило симметрично относительно первого вертикала, то есть в азимутах A_1 и $A_2=180°-A_1$, то можно написать два уравнения с двумя неизвестными q и φ:

$$\left.\begin{aligned} \sin \varphi &= \sin \delta \cos z_1 + \cos \delta \sin z_1 \cos q; \\ \sin \varphi &= \sin \delta \cos z_2 + \cos \delta \sin z_2 \cos q; \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

решая которые относительно q и φ получаем:

$$\left.\begin{aligned} \cos q &= \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} z_m; \\ \sin \varphi &= \sin \delta \cdot \frac{\sin (z_2 - z_1)}{2 \cos z_m \sin 1/2 (z_2 - z_1)}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Здесь z_1 и z_2 — измеренные зенитные расстояния светила в моменты, когда азимуты его равны соответственно A_1 и A_2; $z_m = {}^1/_2\ (z_1+z_2)$. Полученные формулы просты и удобны для вычислений.

Исследуем влияние ошибки в ориентировании инструмента (то есть азимута инструмента) на точность определения широты.

Пусть (a) — азимут инструмента, отсчитываемый от точки юга к западу со знаком плюс, а к востоку — со знаком минус, равный ошибке ориентирования инструмента в меридиане ($1'-2'$). Тогда азимуты светила в моменты наблюдений соответственно запишутся: $A_1+(a)$ и $A_2+(a)$, то есть симметрия наблюдений относительно первого вертикала будет нарушена. Это, в свою очередь, приведет к неравенству параллактических углов и, значит, применительно к рассматриваемому случаю, уравнение (1) имеет вид

$$\left.\begin{aligned} \sin q_1 &= \sin (A_1 + a) \frac{\cos \varphi}{\cos \delta}; \\ \sin q_2 &= \sin (A_2 + a) \frac{\cos \varphi}{\cos \delta}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Выполняя простые преобразования, из равенств (4) получаем

$$q_2 - q_1 = 2a \frac{\sin 1/2\,(A_2 - A_2)}{\cos q_m \cos \delta} \cos \varphi, \tag{5}$$

где $q_m = {}^1/_2\ (q_1 + q_2)$. Обозначим:

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= q_m - \frac{q_2 - q_1}{2}; \\ q_2 &= q_m + \frac{q_2 - q_1}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Тогда уравнения (2) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \cos\left(q_m - \frac{q_2 - q_1}{2}\right) &= \frac{\sin \varphi - \sin \delta \cos z_1}{\cos \delta \sin z_1}; \\ \cos\left(q_m + \frac{q_2 - q_1}{2}\right) &= \frac{\sin \varphi - \sin \delta \cos z_2}{\cos \delta \sin z_2}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Отсюда

$$2 \sin q_m \sin 1/2\,(q_2 - q_1) = \frac{\sin \varphi (\sin z_2 - \sin z_1)}{\cos \delta \sin z_1 \sin z_2} - \frac{\sin \delta \sin (z_2 - z_1)}{\cos \delta \sin z_2 \sin z_1}. \tag{8}$$

Найдем из выражений (4) q_m, а именно

$$\sin q_m = \cos 1/2\,(A_1 - A_2) \frac{\cos \varphi}{\cos \delta}. \tag{9}$$

Подставляя теперь значение q_m из (9) в (8), после сокращений находим

$$\sin \varphi = \frac{2 \cos 1/2\,(A_1 - A_2) \cos \varphi \sin z_1 \sin z_2}{\sin z_2 - \sin z_2} \cdot \sin 1/2\,(q_2 - q_1) + \frac{\sin (z_2 - z_1)}{\sin z_2 - \sin z_1} \sin \delta. \tag{10}$$

Или с учетом формулы (3)

$$\sin \varphi - \sin \varphi^0 = \frac{2 \cos 1/2\,(A_1 - A_2) \cos \varphi \sin z_1 \sin z_2}{\sin z_2 - \sin z_1} \sin 1/2\,(q_2 - q_1). \tag{11}$$

Отсюда

$$\Delta \varphi = \frac{\cos 1/2\,(A_1 - A_2) \sin z_1 \sin z_2}{\sin z_2 - \sin z_1} (q_2 - q_1). \tag{12}$$

Подставляя в уравнение (12) значение $(q_2 - q_1)$ из формулы (5), окончательно получим

$$\Delta \varphi = a \frac{\sin (A_1 - A_2) \cos \varphi \sin z_1 \sin z_2}{\cos q_m \cos \delta (\sin z_2 - \sin z_1)}. \tag{13}$$

Очевидно, если наблюдения выполняются на западе, то $z_1 < z_2$ и соответственно $\Delta\varphi_W < 0$, то есть поправка в широту за азимут инструмента отрицательная (предполагаем, что $a > 0$); наоборот, если наблюдения выполняются на востоке, то $z_1 > z_2$ и $\Delta\varphi_E > 0$. Для отрицательного азимута инструмента получим соответственно $\Delta\varphi_W > 0$ и $\Delta\varphi_E < 0$.

Таким образом, ошибка в широте ($\Delta\varphi$), обусловленная погрешностью ориентирования инструмента в меридиане, может быть исключена, если симметрично относительно первого вертикала отнаблюдать две звезды — одну на западе, а другую на востоке.

В предлагаемом способе для определения широты необходимо измерять зенитные расстояния светила z_1 и z_2 до и после прохождения его через первый вертикал. Поэтому рассмотрим вопрос о влиянии ошибок измерений зенитных расстояний на определение широты.

Дифференцируя вторую из формул (3) и заменяя дифференциалы конечными приращениями, имеем

$$\Delta\varphi_z = \frac{2\sin\delta\cos(z_1 - z_2) - \sin\varphi(\cos z_2 - \cos z_1)}{\cos\varphi\cdot(\sin z_2 - \sin z_1)}\Delta z. \tag{14}$$

Анализируя это равенство, можно сделать вывод, что ошибка определения широты, обусловленная ошибками измерений зенитных расстояний, возрастает с широтой места наблюдения и с уменьшением разности зенитных расстояний (z_2—z_1) двух последовательных наблюдений одного и того же светила.

Рассмотрим вопрос о подборе пар звезд для исключения ошибки в широте, обусловленной влиянием азимута инструмента (a).

Запишем формулу (13) для западной и восточной звезд в виде

$$\left.\begin{aligned}\Delta\varphi_W &= a\cdot\frac{\sin(A_1 - A_2)_W}{\cos q_{m,\,W}\cdot\cos\delta_W}\cdot\frac{\cos\varphi\cdot\sin z_{1,\,W}\sin z_{2,\,W}}{(\sin z_2 - \sin z_1)_W};\\ \Delta\varphi_E &= a\cdot\frac{\sin(A_1 - A_2)_E}{\cos q_{m,\,E}\cos\delta_E}\cdot\frac{\cos\varphi\sin z_{1,\,E}\cdot\sin z_{2,\,E}}{(\sin z_2 - \sin z_1)_E}.\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Очевидно, что для полного исключения ошибки в широте, обусловленной погрешностью ориентирования инструмента в меридиане (то есть азимутом инструмента), необходимо, чтобы выполнялись следующие приближенные равенства:

$$\left.\begin{aligned} z_{1,\,W} &\approx z_{1,\,E};\\ z_{2,\,W} &\approx z_{2,\,E};\\ (A_2 - A_1)_W &\approx (A_2 - A_1)_E;\\ \delta_W &\approx \delta_E.\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Иначе говоря, для полного исключения ошибки в широте, обусловленной азимутов инструмента, необходимо западную и восточную звезды наблюдать на примере одинаковых зенитных расстояниях и в одинаковых удалениях от первого вертикала по азимуту.

Работа поступила в редколлегию 30 мая 1972 года. Рекомендована кафедрой таксации леса и инженерной геодезии Львовского лесотехнического института.