

## ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЦЕНТРИРОВКИ И РЕДУКЦИИ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПРИРАЩЕНИЙ КООРДИНАТ

Один из источников погрешностей в приращениях координат при работе с координатными теодолитами, использующими как горизонтальную [1], так и вертикальную [2] рейки, — неточность центрирования прибора (погрешность центрировки) и рейки (погрешность редукции) над точками полигона. Центрировка и редукция сказываются на результатах измерений двояко. Во-первых, погрешности центрировки и редукции вносят погрешность в горизонтальный угол между двумя соседними сторонами полигона, а следовательно, в дирекционный угол определяемой стороны и отсчитанные приращения координат. Во-вторых, эти погрешности будут влиять на расстояние между известной и определяемой точками, которое используется в рабочей формуле координатных теодолитов. Поэтому погрешности соответственно названы: погрешность углового и погрешность линейного влияния центрировки и редукции.

Согласно исследованиям [4], среднюю квадратическую погрешность в горизонтальном угле, вызванную погрешностями центрировки и редукции, можно выразить в виде:

$$m_{\alpha}^2 = \pm \rho^2 \frac{e_{\alpha}^2}{2d_1^2 d_2^2} K^2; \quad (1) \quad m_p^2 = \pm \rho^2 \frac{e_p^2}{2} \left( \frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2} \right), \quad (2)$$

где  $e_{\alpha}$ ,  $e_p$  — погрешность соответственно центрировки и редукции;  $d_1$ ,  $d_2$  — расстояния соответственно до исходной и определяемой точек от места установки инструмента;  $K^2 = (d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos \beta)$  — прямое расстояние между исходной и определяемой точками;  $\beta$  — горизонтальный угол между направлениями на исходную и определяемую точки.

Вследствие ошибочности горизонтального угла на станции для направления на определяемую точку будет получен ошибочный дирекционный угол ( $\alpha \pm m_{\alpha}$ ) или ( $\alpha \pm m_p$ ).

Для координатного теодолита с горизонтальной рейкой [1] погрешность в дирекционном угле вызовет погрешность в параллактическом угле, названную в работе [3] погрешностью за неточность откладывания дирекционного угла на лимбе и описываемую формулами:

$$\Delta p_{x_{\alpha}}^* = \pm \frac{m_{\alpha}}{C} \sin \alpha; \quad \Delta p_{y_{\alpha}}^* = \pm \frac{m_{\alpha}}{C} \cos \alpha; \quad (3)$$

$$\Delta p_{x_p}^* = \pm \frac{m_p}{C} \sin \alpha; \quad \Delta p_{y_p}^* = \pm \frac{m_p}{C} \cos \alpha, \quad (4)$$

где  $C$  — коэффициент координатомера.



В приращениях координат определяемой точки, находящейся на расстоянии  $d_2$  от теодолита, появятся погрешности:

$$\delta_{x_{\text{ц}}} = d_2 \cdot \Delta p''_{x_{\text{ц}}}; \quad \delta_{y_{\text{ц}}} = d_2 \cdot \Delta p''_{y_{\text{ц}}}; \quad (5) \quad \delta_{x_p} = d_2 \cdot \Delta p''_{x_p}; \quad \delta_{y_p} = d_2 \cdot \Delta p''_{y_p}. \quad (6)$$

Подставив формулы (1), (3) в (5), а формулы (2), (4) в (6) и произведя необходимые преобразования, получим окончательные формулы погрешностей в приращениях координат за

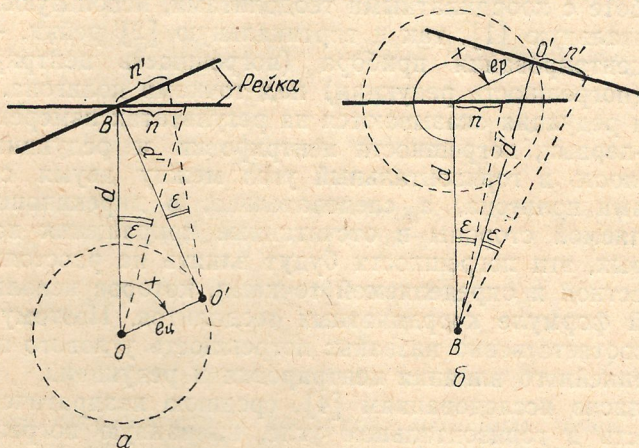


Рис. 1. Линейное влияние погрешностей центрировки (а) и редукции (б) на точность измерения приращений координат по горизонтальной рейке.

угловое влияние центрировки и редукции для координатных теодолитов с горизонтальной рейкой:

$$\delta_{x_{\text{ц}}} = \pm \frac{e_{\text{ц}} K}{d_1 C \sqrt{2}} \sin \alpha; \quad \delta_{y_{\text{ц}}} = \pm \frac{e_{\text{ц}} K}{d_1 C \sqrt{2}} \cos \alpha; \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x_p} &= \pm \frac{e_p d_2}{C} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2} \right) \cdot \sin \alpha}; \\ \delta_{y_p} &= \pm \frac{e_p d_2}{C} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2} \right) \cdot \cos \alpha}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для выявления степени линейного влияния погрешностей центрировки и редукции на точность измерений координатными теодолитами с горизонтальной рейкой рассмотрим рис. 1, а, б.

При неточном центрировании теодолита или рейки, ориентированной перпендикулярно направлению определяемой стороны полигона, вместо верных отсчетов  $n$  будут взяты ошибочные отсчеты  $n'$ , которые в приращениях координат дадут погрешности

$$\delta'_{x,y} = (n - n') C. \quad (9)$$



Из подобия параллактических треугольников можно записать

$$\frac{n'}{n} = \frac{d_2'}{d_2} \text{ или } n' = \frac{d_2'}{d_2} n. \quad (10)$$

Из треугольников ОО'В найдем соответственно для первого и второго случаев:

$$\left. \begin{aligned} (d_2')_{\text{н}}^2 &= d_2^2 + e_{\text{н}}^2 - 2d_2 e_{\text{н}} \cos x; \\ (d_2')_{\text{р}}^2 &= d_2^2 + e_{\text{р}}^2 - 2d_2 e_{\text{р}} \cos x. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставив формулы (11) в (10), а результат в формулу (9) и учтя, что произведение  $nC$  означает одно из приращений координат ( $\Delta x = d_2 \cos \alpha$  или  $\Delta y = d_2 \sin \alpha$ ), после несложных преобразований найдем выражения для погрешностей в приращениях координат за линейное влияние центрировки и редукции:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x_{\text{н}}} &= (d_2 - \sqrt{d_2^2 + e_{\text{н}}^2 - 2d_2 e_{\text{н}} \cos x}) \cos \alpha; \\ \delta_{y_{\text{н}}} &= (d_2 - \sqrt{d_2^2 + e_{\text{н}}^2 - 2d_2 e_{\text{н}} \cos x}) \sin \alpha; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x_{\text{р}}} &= (d_2 - \sqrt{d_2^2 + e_{\text{р}}^2 - 2d_2 e_{\text{р}} \cos x}) \cos \alpha; \\ \delta_{y_{\text{р}}} &= (d_2 - \sqrt{d_2^2 + e_{\text{р}}^2 - 2d_2 e_{\text{р}} \cos x}) \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Поскольку погрешности центрировки и редукции действуют совместно, то общая погрешность в приращениях координат будет:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{x_{\text{н-р}}} &= \sqrt{\delta_{x_{\text{н}}}^2 + \delta_{x_{\text{р}}}^2 + \delta_{y_{\text{н}}}^2 + \delta_{y_{\text{р}}}^2}; \\ \Delta_{y_{\text{н-р}}} &= \sqrt{\delta_{y_{\text{н}}}^2 + \delta_{y_{\text{р}}}^2 + \delta_{x_{\text{н}}}^2 + \delta_{x_{\text{р}}}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Перейдем к рассмотрению влияния указанных выше факторов на точность координатных теодолитов с вертикальной рейкой и, в частности, теодолита ТК-В [2]. В данном случае центрировка и редукция будут также оказывать угловое и линейное влияние на результаты измерений. Следует, однако, учитывать специфику принципа работы ТК-В, заключающуюся в функциональном изменении размеров изображения номограмм в поле зрения зрительной трубы при наклоне последней на угол  $\gamma$  и в использовании вертикальной рейки.

Чтобы определить погрешности углового влияния центрировки и редукции, запишем формулы погрешностей отрезков номограммы [3], используемые для отсчитывания приращений координат, применительно к вертикальной рейке:

$$\left. \begin{aligned} \Delta p_{x_{\text{н}}} &= \pm \frac{p_0 m_{\text{н}}}{\rho} \sin \alpha \cdot \cos^2 \gamma; \\ \Delta p_{y_{\text{н}}} &= \pm \frac{p_0 m_{\text{н}}}{\rho} \cos \alpha \cdot \cos^2 \gamma, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$



где  $p_0$  — начальное (максимальное) расстояние между нулевой окружностью и кривыми приращений координат на лимбе.

Погрешности в приращениях координат можно записать в виде:

$$\delta_{x_{\text{ц}}} = C \cdot \Delta n_{x_{\text{ц}}}; \quad \delta_{y_{\text{ц}}} = C \cdot \Delta n_{y_{\text{ц}}}, \quad (16)$$

где  $\Delta n_{x_{\text{ц}}}$ ,  $\Delta n_{y_{\text{ц}}}$  — погрешности в отсчетах по рейке, соответствующих приращениям  $\Delta x$  и  $\Delta y$ .

Исходя из геометрической сущности нитяного дальномера, запишем:

$$\frac{\Delta p_{x_{\text{ц}}}}{p_x} = \frac{\Delta n_{x_{\text{ц}}}}{n_x} \text{ и } \frac{\Delta p_{y_{\text{ц}}}}{p_y} = \frac{\Delta n_{y_{\text{ц}}}}{n_y},$$

откуда

$$\Delta n_{x_{\text{ц}}} = \frac{\Delta p_{x_{\text{ц}}}}{p_x} n_x; \quad \Delta n_{y_{\text{ц}}} = \frac{\Delta p_{y_{\text{ц}}}}{p_y} n_y, \quad (17)$$

Подставим формулы (15) и (17) в равенства (16):

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x_{\text{ц}}} &= \frac{n_x p_0 m_{\text{ц}} C \cos^2 \nu}{p_x \rho} \sin \alpha; \\ \delta_{y_{\text{ц}}} &= \frac{n_y p_0 m_{\text{ц}} C \cos^2 \nu}{p_y \rho} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

В формулах (18) заменим  $m_{\text{ц}}$  его значением из формулы (1),  $p_x = p_0 \cos \alpha$ ,  $p_y = p_0 \sin \alpha$ , учтем, что  $n_x C = \Delta x = d_2 \cos \alpha$ ,  $n_y C = \Delta y = d_2 \sin \alpha$ , и произведем необходимые преобразования:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x_{\text{ц}}} &= \frac{e_{\text{ц}} K \cos^2 \nu \cdot \sin \alpha}{d_1 \sqrt{2}}; \\ \delta_{y_{\text{ц}}} &= \frac{e_{\text{ц}} K \cos^2 \nu \cdot \cos \alpha}{d_1 \sqrt{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Формулы (19) выражают погрешности в приращениях координат за угловое влияние центрировки при использовании координатных теодолитов с вертикальной рейкой. Если в формулах (18) заменить  $m_{\text{ц}}$  на  $m_p$  и воспользоваться формулой (2), то после преобразований, аналогичных при выводе формул (19), можно получить выражения для погрешностей за угловое влияние редукции:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{x_p} &= \frac{e_p \sqrt{d_1^2 + d_2^2 \cos^2 \nu} \cdot \sin \alpha}{d_1 \sqrt{2}}; \\ \delta_{y_{\text{ц}}} &= \frac{e_p \sqrt{d_1^2 + d_2^2 \cos^2 \nu} \cdot \cos \alpha}{d_1 \sqrt{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$



Линейное влияние погрешностей центрировки и редукции на точность измерения приращений координат показано на рис. 2. Из него видно, что неточность центрирования теодолита (рис. 2, а) или рейки (рис. 2, б) вызывает погрешности в отсчетах по рейке. Вместо правильных отсчетов  $n$  будут взяты ошибочные отсчеты  $n'$ , соответствующие ошибочным горизонтальным проложениям  $d_2'$ . Из подобия параллактических треугольников на рис. 2 записываем соотношения, аналогичные формулам (10). Для отыскания  $d_2'$  используем рис. 1 и фор-

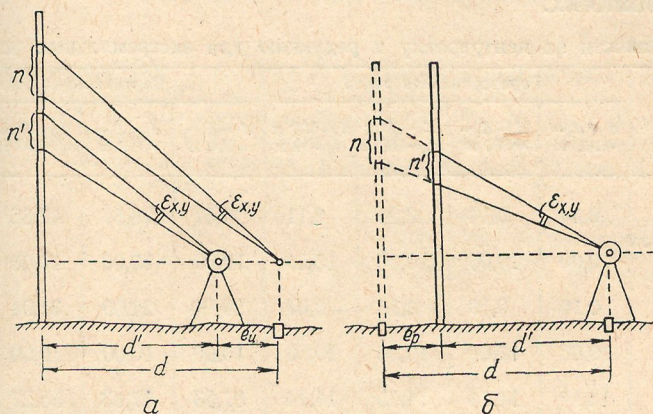


Рис. 2. Линейное влияние погрешностей центрировки (а) и редукции (б) на точность измерения приращений координат по вертикальной рейке.

мулы (11). Таким образом, линейное влияние погрешностей центрировки и редукции в координатных теодолитах с вертикальной рейкой проявляется так же, как и в теодолитах с горизонтальной рейкой, и может быть оценено по формулам (12) и (13). Совместное (угловое и линейное) влияние погрешностей центрировки и редукции можно оценить с помощью формул (14).

Следует, однако, помнить, что в процессе эксплуатации приборов погрешности за центрировку и редукцию действуют совместно с погрешностями, обусловленными инструментальными погрешностями [3], влиянием внешних условий (температуры, влажности), продолжительностью и условиями эксплуатации и т. д. Поэтому очень важно выделить эти погрешности и исследовать закономерность их изменения экспериментально. Для этих целей можно рекомендовать следующую методику исследований.

Хорошо отъюстированный прибор центрируют над специальной палеткой, представляющей собой серию концентрических окружностей, нанесенных через 1 мм и пересекаемых радиальными линиями, проведенными через  $5 \dots 10^\circ$ , и измеряют эталонное значение горизонтального угла или приращений прямо-



угольных координат. После этого изменяют, пользуясь оцифровкой палетки, значения  $e_{ц}$ ,  $e_p$ ,  $x$  (рис. 1 и 2) и вновь измеряют угол или приращения. Находят погрешность и сравнивают ее с расчетной, полученной по формулам (1), (2), (7), (8), (12) — (14), (19), (20). Разность между теоретическим и фактическим значением погрешности будет характеризовать влияние других факторов, исключая центрировку и редукцию, на точность прибора. Такие разности можно найти для самых различных значений элементов центрировки и редукции и номографировать их.

#### Погрешности за центрировку и редукцию для экстремальных условий

| Погрешности,<br>мм | Горизонтальная рейка   |                        |                           |                           | Вертикальная рейка     |                        |                           |                           |
|--------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|
|                    | $d_1=d_2=$<br>$=100$ м | $d_1=d_2=$<br>$=200$ м | $d_1=50$ м<br>$d_2=100$ м | $d_1=100$ м<br>$d_2=50$ м | $d_1=d_2=$<br>$=100$ м | $d_1=d_2=$<br>$=200$ м | $d_1=50$ м<br>$d_2=100$ м | $d_1=100$ м<br>$d_2=50$ м |
| $\delta_{x_{ц}}$   | 0,14                   | 0,14                   | 0,21                      | 0,11                      | 28,57                  | 28,57                  | 42,86                     | 21,43                     |
| $\delta'_{x_{ц}}$  | 10,00                  | 10,00                  | 10,00                     | 10,00                     | 10,00                  | 10,00                  | 10,00                     | 10,00                     |
| $\delta_{x_p}$     | 0,10                   | 0,10                   | 0,16                      | 0,07                      | 20,00                  | 20,00                  | 31,94                     | 15,97                     |
| $\delta'_{x_p}$    | 10,00                  | 10,00                  | 10,00                     | 10,00                     | 10,00                  | 10,00                  | 10,00                     | 10,00                     |
| $\Delta_{x_{ц-p}}$ | 14,14                  | 14,14                  | 14,15                     | 14,14                     | 37,63                  | 37,63                  | 55,27                     | 30,26                     |

Используем формулы (7), (8), (12), (13), (14), (19), (20) и рассчитаем максимальные значения погрешностей за угловое, линейное и совместное влияния центрировки и редукции для ТК-Г и ТК-В, приняв  $e_{ц}=e_p=100$  мм,  $v=0^\circ$ ,  $C=100$ ,  $\alpha=0^\circ(90^\circ)$ ,  $\beta=180^\circ$ ,  $x=0^\circ$  и различные соотношения между сторонами полигона  $d_1$  и  $d_2$ . Результаты приведены в таблице.

Анализируя полученные формулы и данные таблицы, можно сделать следующие выводы.

Угловое влияние погрешностей центрировки и редукции на точность работы координатных теодолитов с горизонтальной рейкой ничтожно, и учитывать его в результатах измерений нет необходимости.

Линейное влияние погрешностей центрировки и редукции не превышает точности установки прибора и рейки на станциях и не зависит от длины сторон полигона.

Для координатных теодолитов с вертикальной рейкой угловое влияние погрешностей центрировки и редукции значительно превосходит линейное, поэтому его необходимо учитывать в результатах измерений.

При равенстве длин известной и определяемой сторон полигона значения погрешностей за центрировку и редукцию остаются постоянными для любых значений длины. С уменьшением длины известной стороны относительно определяемой погреш-



ность приращений координат за центрировку и редукцию резко возрастает. Поэтому теодолитные ходы с равными сторонами предпочтительнее.

При центрировании инструмента и рейки с точностью  $\pm 5$  мм погрешность в приращениях координат в любом случае не превысит 1 ... 2 см.

Исследуя координатные теодолиты, в программу следует включать экспериментальное определение влияния центрировки и редукции и использовать при этом описанную выше методику.

Список литературы: 1. Кочетов Ф. Г. Координатный теодолит ТК-Г. — Геодезия и картография, 1973, № 5. 2. Кочетов Ф. Г. Теодолит. Авт. св. № 526773 по классу G01 1/02. «Бюллетень изобретений», 1976, № 32. 3. Кочетов Ф. Г. Исследование некоторых инструментальных ошибок координатного теодолита ТК-Г. — Инженерная геодезия, 1976, вып. 19. 4. Чеботарев А. С. Геодезия, ч. 1. — М.: Геодезиздат, 1955.

Работа поступила в редколлегию 8 января 1979 года. Рекомендована кафедрой инженерной геодезии Горьковского инженерно-строительного института.

---