

А. Л. ОСТРОВСКИЙ

О ГЕОДЕЗИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ РЕДУКЦИЙ СВЕТОДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При геодезических работах нередко решается задача учета влияния атмосферы на результаты измерений по метеорологическим элементам. Такую задачу можно было бы назвать прямой задачей рефракции. Естественно поставить обратную задачу рефракции: определение метеорологических элементов по наблюденной рефракции. Вероятно, впервые обратную задачу рефракции поставил В. Г. Фесенков [4] еще в 1931 году.

Высокоточные свето- и радиодальномерные измерения могут служить примером того, как по метеорологическим элементам выполняется учет атмосферных влияний, то есть определяются так называемые физические редукции измеренных расстояний.

Следовательно, здесь можно говорить о решении прямой задачи рефракции. К сожалению, до настоящего времени не найдено достаточно строгого метода решения таких задач вообще, а при светодальномерных измерениях, в частности.

В самом деле, скорость света в атмосфере c определяется из выражения

$$c = \frac{c_0}{n}, \quad (1)$$

где c_0 — скорость распространения электромагнитных колебаний в вакууме; n — групповой среднеинтегральный показатель преломления воздуха на пути светового луча от приемо-передатчика до отражателя. При светодальномерных измерениях по метеорологическим элементам определяют точечные показатели преломления воздуха n_1 и n_2 , находят $\bar{n} = \frac{n_1 + n_2}{2}$ и полагают, что $\bar{n} = n$. На самом деле $\bar{n} \neq n$. В результате реальная (рабочая) скорость света c определяется неверно, что вызывает существенные ошибки в измеряемых расстояниях, особенно во всхолмленных и горных районах, и является основным препятствием на пути повышения точности светодальномерных измерений.

Дж. Саастмайнен [7] предложил определять \bar{n} из одностороннего геодезического нивелирования. Как будет ясно из последующего изложения, такой метод не позволяет определять среднеинтегральное значение показателя преломления \bar{n} .

Нами [3] предложено определять \bar{n} по среднеинтегральному значению коэффициента рефракции k , то есть из решения обратной задачи рефракции.

Настоящая статья имеет своей целью: 1) показать, что такой метод построен на достаточно строгой математической основе; 2) выяснить

точность определения \bar{n} и 3) дать некоторые рекомендации по практическому применению метода.

При определении n необходимо одновременно со светодальномерными измерениями вести двухстороннее геодезическое нивелирование. В зависимости от того имеют или не имеют пункты 1, 2 отметки из геометрического нивелирования, возможны два случая.

В работе [3] для этих случаев соответственно получены формулы

$$\bar{n} = n_1 \left[1 - \frac{\bar{K}}{2R_3} \operatorname{cosec} Z \left(h - \frac{1}{3} f \right) \right], \quad (2)$$

$$\bar{n} = n_1 \left(1 - \frac{\bar{K}h}{2R_3} \operatorname{cosec} Z \right). \quad (3)$$

Здесь h — превышение между приемо-передатчиком и отражателем; Z — зенитное расстояние линии визирования у приемо-передатчика; R_3 — средний радиус Земли; f — поправка превышения за кривизну Земли и рефракцию, причем

$$f = h - S_0 \operatorname{tg} \frac{Z_2 - Z_1}{2} = S_0^2 \frac{K_2 - K_1}{4R_3}, \quad (4)$$

а S_0 — горизонтальное проложение расстояния между пунктами 1, 2.

Докажем, что значение коэффициента рефракции, определенное из двухстороннего геодезического нивелирования, является средненентральным, то есть, что

$$\frac{K_1 + K_2}{2} = \bar{K} = \frac{1}{S} \int_0^S K_i ds. \quad (5)$$

В случае, когда мы имеем дело с гладкой кривой светового луча, расположенной в вертикальной плоскости радиуса $R_c \geq R_3$, достаточно точны следующие формулы для углов r_A, r_B между хордой и касательными к лучу (рис. 1):

$$r_A = \frac{1}{S} \int_0^S \left(\frac{dn}{dZ} \right)_i (S - s_i) ds, \quad (6)$$

$$r_B = \frac{1}{S} \int_0^S \left(\frac{dn}{dZ} \right)_i S_i ds, \quad (7)$$

где $\left(\frac{dn}{dz} \right)_i$ — вертикальные градиенты показателя преломления в текущей точке траектории луча, практически равные кривизнам световой кривой $\frac{1}{R_i}$ в этих точках при малых наклонах луча к горизонту (ось Z полагают совпадающей с нормалью в любой точке световой кривой), S — длина дуги AB , s_i — длина дуги до текущей точки (начало координат в точке A , абсцисса X направлена по секущей AB). Длины дуг S и s_i считаются приблизительно равными их проекциям на ось X .

Аналогичные формулы получены рядом авторов: А. А. Изотовым и Л. П. Пеллиненом [1] в СССР, М. Гельмутом [5], Н. Дюфором [6] и другими за рубежом. Не прибегая к выводу формул (6) и (7), покажем только применение формулы (7) на модели кривой (рис. 2), где X_0 — проекция кривой AB на ось абсцисс. Пусть в пределах $0 \leq X \leq \frac{1}{2} X_0$

кривизна равна $\frac{1}{R}$; а в пределах $\frac{1}{2}X_0 \leq X \leq X_0$ кривизна соответственно равна $-\frac{1}{R}$. Определим r_B

$$r_B = \frac{1}{X_0} \left[\int_0^{\frac{X_0}{2}} \frac{1}{R} X dX - \int_{\frac{X_0}{2}}^{X_0} \frac{1}{R} X dX \right].$$

После интегрирования и подстановки пределов имеем

$$r_B = \frac{1}{X_0} \left[\frac{X_0^2}{8R} - \frac{X_0^2}{2R} + \frac{X_0^2}{8R} \right] = -\frac{X_0}{4R}.$$

Как видим, формула работает и при наличии перегибов световой кривой.

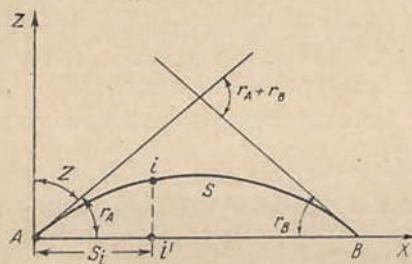


Рис. 1. К определению углов r_A и r_B .

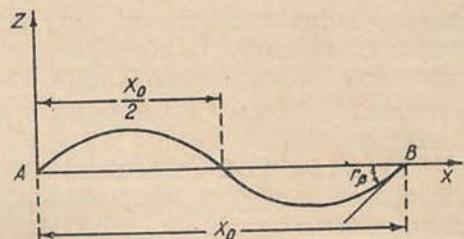


Рис. 2. Модель световой кривой.

Продолжим доказательство равенства $\bar{K} = \frac{K_1 + K_2}{2}$. На том основании, что $\left(\frac{dn}{dZ}\right)_i = \frac{1}{R_i} = \frac{K_i}{R_3}$, перепишем формулы (6) и (7) в виде

$$r_A = \frac{1}{SR_3} \int_0^S K_i (S - s_i) ds, \quad (8)$$

$$r_B = \frac{1}{SR_3} \int_0^S K_i s_i ds. \quad (9)$$

Сложим левые и правые части равенств (8) и (9)

$$r_A + r_B = \frac{1}{R_3} \int_0^S K_i ds. \quad (10)$$

Далее, как известно,

$$\left. \begin{aligned} r_A &= K_1 \frac{S}{2R_3}, \\ r_B &= K_2 \frac{S}{2R_3}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Следовательно,

$$r_A + r_B = \frac{S}{2R_3} (K_1 + K_2). \quad (12)$$

Подставляя в (12) значение суммы углов $r_A + r_B$ из (10), имеем

$$\frac{1}{R_3} \int_0^S K_i ds = \frac{S}{2R_3} (K_1 + K_2). \quad (13)$$

Или окончательно

$$\frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{1}{S} \int_0^S K_i ds, \quad (14)$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, световой луч из любой точки своего пути приносит равноточную информацию о градиенте показателя преломления. Именно этой информацией обусловлен успех решения обратных задач рефракции. Тот факт, что по углам r_A и r_B определяется световая кривая только как кривая некоторого среднего радиуса, не влияет на точность метода; мы получаем информацию о градиенте не с круговой, а с фактической световой кривой. Для более полного уяснения сущности геодезического метода определения \bar{n} дадим этому методу геометрическую интерпретацию.

Пусть (рис. 3) показатель преломления в каждой точке является некоторой непрерывной функцией высоты h , то есть $n = f(h)$, тогда можем записать:

$$\left(\frac{d\bar{n}}{dh} \right) = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{dn}{dh} dh = \frac{1}{h} \Delta n_{\Gamma}, \quad (15)$$

то есть средненеинтегральное значение градиента показателя преломления $\left(\frac{dn}{dh} \right)$ равно приращению показателя преломления на пути света, полученному из геодезических измерений Δn_{Γ} , деленному на превышение h .

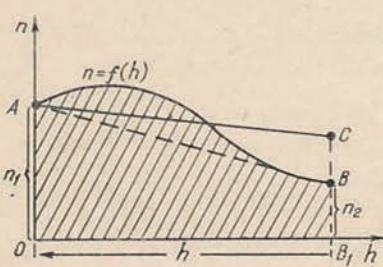


Рис. 3. К геометрической интерпретации геодезического метода определения \bar{n} .

Следует подчеркнуть, что величина приращения показателя преломления Δn_{Γ} зависит от пути перемещения текущей точки от приемо-передатчика к отражателю, аналогично, как измеренное между двумя точками превышение зависит от пути нивелирования.

Так как определенный интеграл от непрерывной функции численно равен площади между кривой $n = f(h)$, осью абсцисс Oh и двумя ординатами O и h , то Δn_{Γ} можно рассматривать как заштрихованную площадь. Нам неизвестна кривая $n = f(h)$, но известно среднее значение из всех углов, которые составляют касательные в каждой точке кривой с осью Oh , то есть направление «средней» касательной. Проведем ее через точку A . Пусть получим прямую ACB_1O . Понятно, что площадь, ограниченная трапецией ACB_1O , должна быть равна заштрихованной.

66

Когда функция $n=f(h)$ — линейная, указанная площадь превратится в площадь трапеции ABB_1O . Если определить из точечных метеорологических наблюдений n_1 и n_2 , а затем вычислить $\Delta n_M = n_1 - n_2$, то величину Δn_Γ также можно рассматривать как условную площадь трапеции ABB_1O .

При линейности $n=f(h)$

$$\bar{n} = n_1 - \frac{n_1 - n_2}{h} \cdot \frac{h}{2} \quad (16)$$

или

$$\bar{n} = \frac{n_1 + n_2}{2}. \quad (17)$$

Если же функция $n=f(h)$ нелинейная, то $\Delta n_\Gamma \neq \Delta n_M$ и $\bar{n} \neq \frac{n_1 + n_2}{2}$;

тогда

$$\bar{n} = n_1 - \frac{\Delta n_\Gamma}{h} \cdot \frac{h}{2} \quad (18)$$

или

$$\bar{n} = n_1 - \frac{\Delta n_\Gamma}{2}. \quad (19)$$

При желании вычислить \bar{n} с учетом метеоизмерений в двух конечных точках воспользуемся формулой

$$\bar{n} = \frac{n_1 + n_2}{2} - \frac{\delta n}{2}, \quad (20)$$

где

$$\delta n = \Delta n_\Gamma - \Delta n_M, \quad (21)$$

то есть равняется разности в площадях трапеций ACB_1O и ABB_1O . Так как при светодальномерных измерениях в измеренные наклонные расстояния S вводятся поправки $\Delta S_{t,B}$ и ΔS_e , то за переход к среднему интегральному значению показателя преломления в исправленные значения расстояний необходимо ввести дополнительную поправку, которую найдем из следующих соображений:

$$\frac{\delta n}{2n} = \frac{\Delta S}{S} \quad (22)$$

или

$$\Delta S = \frac{\delta n S}{2n}. \quad (23)$$

Учитывая, что $n \approx 1$, получаем окончательно

$$\Delta S = \frac{\delta n S}{2}. \quad (24)$$

Поправка будет положительная, если $|\Delta n_\Gamma| > |\Delta n_M|$ и отрицательная, если $|\Delta n_\Gamma| < |\Delta n_M|$.

Рассмотрим точность метода. Будем анализировать погрешности «самостоятельно» геодезического метода, не касаясь достаточно изученных погрешностей определения точечных значений показателя преломления

из метеорологических измерений. Продифференцировав формулу (3), полагая переменными \bar{K} , h , Z , R_3 , находим

$$d_{\bar{n}} = \frac{1}{\sin Z} \frac{h}{2R_3} d\bar{K} + \frac{1}{\sin Z} \cdot \frac{\bar{K}}{2R_3} dh - \frac{h\bar{K} \cos Z}{4R_3^2 \sin^2 Z} \frac{dz''}{\rho''} - \frac{\bar{K}h}{4R_3^2 \sin^2 Z} dR_3. \quad (25)$$

Третий и четвертый члены правой части выражения (25) содержат в знаменателях квадраты радиуса Земли. Влияние этих членов на ошибку в \bar{n} ничтожно. Не регламентирует точность определения и второй член. При $\bar{K}=0,3$; $h=1000$ м; $Z=90^\circ \pm 6^\circ$; $\Delta h=\pm 1$ м ошибка в \bar{n} под воздействием этого члена составит только $0,024 \cdot 10^{-6}$.

Доминирующее влияние на точность определения \bar{n} оказывают ошибки в \bar{K} .

Опуская второй, третий и четвертый члены и переходя к среднеквадратическим ошибкам, запишем (25) в виде

$$m_{\bar{n}} = \frac{1}{\sin Z} \cdot \frac{h}{2R_3} m_{\bar{K}}. \quad (26)$$

Если положить $m_{\bar{K}} = \pm 0,01$, то при вышепринятых значениях h и Z , на основании (26) имеем $m_{\bar{n}} = \pm 0,79 \cdot 10^{-6}$. В этой связи особого внимания заслуживает исследование точности определения коэффициента рефракции во всхолмленных и горных районах ночью.

Если определения \bar{K} можно выполнять с погрешностями не более $\pm 0,01$ — $0,02$, то точность геодезического метода будет весьма высокой.

Обратимся вначале к формуле (12).

На основании этой формулы запишем:

$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{r_A + r_B}{S} R_3. \quad (27)$$

Полагая $r_A = r_B = r$, имеем

$$\bar{K} = \frac{2r R_3}{S}. \quad (28)$$

Продифференцируем (28) по всем переменным и перейдем к средним квадратическим ошибкам:

$$m_{\bar{K}}^2 = \frac{4R_3^2}{S^2} \cdot \frac{m_r'^2}{\rho''^2} + \frac{4r'^2 R_3^2}{S^2 \rho''^2} m_s^2 + \frac{4r'^2}{S^2 \rho''^2} \cdot m_{R_3}^2. \quad (29)$$

Третий член при самых неблагоприятных условиях вносит в \bar{K} погрешность менее 0,0001. Поэтому формулу (29) перепишем, опустив этот член:

$$m_{\bar{K}}^2 = \frac{4R_3^2}{S^2 \rho''^2} \left(m_r^2 + \frac{r'^2}{S^2} m_s^2 \right). \quad (30)$$

Определим $m_{\bar{K}}$, полагая $r''=60''$, что во всхолмленных и горных районах можно считать пределом; $m_s = \pm 0,25$ м (при светодальномерных измерениях длина S с такой погрешностью может быть определена без особых затруднений). Вычисления $m_{\bar{K}}$ при различных значениях m_r и S сведем в табл. 1.

Точность определения \bar{K} зависит преимущественно от m_r , то есть от ошибок измерения зенитных расстояний.

Ряд кафедр геодезического факультета и лаборатория по изучению атмосферных влияний на геодезические измерения Львовского ордена Ленина политехнического института осуществляли, начиная с 1964 г., большие экспериментальные исследования точности измерения зенитных расстояний ночью. Исследования проводились в различных метеорологических условиях, во всех горных районах. При этом использовались теодолиты OT-02, велись двухсторонние синхронные наблюдения, и каждый прием светодальномерных измерений обычно «брался в килку» двумя приемами измерения зенитных расстояний Z . Точность измерения Z оценивалась по колебаниям места зенита или по двойным измерениям, то есть с учетом короткопериодических ошибок рефракции (изменения r за период выполнения одного приема светодальномерных измерений). При такой оценке почти исключаются длиннопериодические, устойчивые влияния рефракции. Однако длиннопериодические изменения r практически не влияют на точность определений \bar{K}_i , используемых в дальнейшем для определения в том или ином приеме светодальномерных измерений. Заранее заметим, что, по данным ЦНИИГАиК [1], днем короткопериодические дисперсии ΔZ равны $\pm 1''$ за 4 мин. Ночью в атмосфере, как правило, значительно затухают динамическая и термическая турбулентности, последнее должно ослабить короткопериодические изменения ΔZ .

На основании значительной частиочных измерений, выполненных в ЛоЛПИ, нами составлена табл. 2. В таблице приведено число приемов, по которым определялись $m_{Z \text{ пр}}$ — средняя квадратическая ошибка одного приема и $m_{Z \text{ сп}} = \frac{m_{Z \text{ пр}}}{\sqrt{2}}$, то есть ошибка в среднем значении зенитного расстояния, выведенном из двух приемов. Инструкция [2] рекомендует измерять базисные стороны триангуляции I класса 12 приемами не менее двух ночей. Поэтому в последнем столбце табл. 2 приведена ошибка измерения Z из ночной программы.

Таблица 1
Средние квадратические ошибки определения коэффициента рефракции

m_r	$m_{\bar{K}}$ при S	
	10 км	20 км
$\pm 1''$	$\pm 0,0111$	$\pm 0,0039$
± 2	$\pm 0,0154$	$\pm 0,0065$
± 3	$\pm 0,0206$	$\pm 0,0095$

Таблица 2
Средние квадратические ошибки измерения зенитных расстояний ночью

Районы исследований	Число приемов	$m_{Z \text{ пр}}$	$m_{Z \text{ сп}}$	M из ночной программы
Всехолмленный	450	3,86	2,68	$\pm 1,09$
Горный	210	2,25	1,56	$\pm 0,64$

Как видим, точность измерения Z в одном приеме светодальномерных измерений, а тем более в ночной программе, — высокая. Конечно, в горном районе на взаимные измерения зенитных расстояний влияет разность уклонений отвеса в конечных точках линии. Однако, если введены поправки за уклонения отвеса, то ошибки в разности поправок редко будут превышать $\pm 1''$.

Следовательно, ошибка измерения зенитных расстояний из ночной программы составит в пределе $\pm 2'' - 3''$.

Таким образом, на основании формулы (26) можно утверждать, что точность геодезического метода определения среднего интегрального значения показателя n на пути светового луча такая же, как точность определения скорости света в вакууме, то есть около $1 : 1\,000\,000$, что может удовлетворить все современные запросы практики линейных измерений.

Правда, в расчетах мы совершенно не касались погрешностей, вызываемых различием в эффективной длине волны света для глаза и фотоумножителя.

Покажем, что эти погрешности не регламентируют точности определения n геодезическим методом.

Во-первых, следует иметь в виду, что из геодезических измерений определяется не абсолютное значение показателя преломления, а градиент n , который мало изменяется для длин волн с небольшой спектральной разностью. Если для глаза и фотоумножителя принять эффективные длины волн 541 мкм и 565 мкм , то для стандартных условий (при $t = 0^\circ \text{C}$, $B = 760 \text{ мм рт. ст.}$, $e = 0 \text{ мм рт. ст.}$) получим показатели по формуле Коши для групповой скорости света соответственно $1,0003051$ и $1,0003036$.

Если при изменении высоты на 1 м температура изменится на $0,1^\circ \text{C}$, давление — на $0,15 \text{ мм рт. ст.}$ и влажность — на $0,1 \text{ мм рт. ст.}$, то градиенты показателя преломления будут: для $\lambda = 541 \text{ мкм}$ — $0,17700 \cdot 10^{-6}$; для $\lambda = 565 \text{ мкм}$ — $0,17612 \cdot 10^{-6}$.

Изменение градиента составит только $0,00088 \cdot 10^{-6}$. В случае, если h — превышение между конечными точками линии — равно 1000 м , то ошибка в n составит $0,88 \cdot 10^{-6}$.

В действительности такие большие градиенты метеоэлементов, особенно температуры на высотах прохождения луча в атмосфере во всхолмленных и горных районах, отсутствуют, и погрешность от этого источника ошибок будет в несколько раз меньше. Тем не менее, во избежание значительной разности в спектральном составе источников света, наблюдения зенитных расстояний следует вести на прямой и отраженный свет приемопередатчика.

Геодезический метод определения n прошел достаточную экспериментальную проверку.

Приведем частичные результаты такой проверки, выполненной экспедицией кафедры инженерной геодезии ЛПИ в сентябре 1967 года.

В предгорном районе на линии длиной около 10 км при разности высот конечных точек 111 м , средней высоте луча над подстилающей поверхностью 90 м велись светодальномерные измерения и двухстороннее геодезическое нивелирование. В каждый четный час ночи выполнялся прием светодальномерных измерений, сопровождавшийся двумя приемами измерения зенитных расстояний. Метеоэлементы измерялись анероидами и психрометрами в начальной и конечной точках линии.

В створе линии из наиболее пониженной части профиля шарами, наполненными водородом, поднимался на высоту светового луча (150 м) радиозонд усовершенствованной конструкции, позволяющий измерять температуру с ошибкой $\pm 0,3 - 0,4^\circ \text{C}$, давление с погрешностью $\pm 2,3 \text{ мб}$ и относительную влажность с точностью порядка 1% .

Сигналы радиозонда передавались вниз к зуммеру по проводам. Благодаря радиосвязи измерения были достаточно синхронными.

В табл. 3 приведены значения индекса рефракции $N = (n - 1) \cdot 10^6$, полученные из геодезических и метеорологических наблюдений за две безоблачные, маловетреные ночи.

Таблица 3

Величины индекса рефракции

Дата	Время (часы)	\bar{K}	N_1	$N_{cp} = \frac{N_1 + N_2}{2}$	N_P	N_B	\bar{N}	$\delta N = \bar{N} - N_{cp}$
5/XI	2.00	0,468	276,5	273,7	268,7	271,2	272,4	-1,3
	4.00	0,545	276,9	274,6	269,7	272,1	272,1	-2,5
	6.00	0,590	277,8	275,6	270,2	272,6	272,7	-2,9
	20.00	0,302	271,0	269,2	269,1	269,1	268,4	-0,8
	22.00	0,404	273,2	271,2	269,5	270,4	269,7	-1,5
	0.00	0,456	274,9	272,6	269,7	271,2	270,9	-1,7
	2.00	0,503	276,3	274,7	270,1	272,4	271,9	-2,8
	4.00	0,540	277,6	275,5	270,5	273,0	272,9	-2,6
	6.00	0,592	279,3	276,7	271,0	274,3	274,1	-2,6
Средние значения		0,489	275,94	273,74	269,83	271,84	271,68	-2,08

В этой таблице N_1 — индекс рефракции на первом пункте (с меньшей отметкой); $N_{cp} = \frac{N_1 + N_2}{2}$ — индекс рефракции, определенный по метеоэлементам, измеренным в конечных точках линии; N_P — индекс рефракции по данным радиозонда.

Величина N_P не может представительствовать как средняя на всем пути луча. Более достоверными являются средние весовые значения индекса рефракции:

$$N_B = \frac{N_1 + N_2 + 2N_P}{4}.$$

В графе 8 приведены \bar{N} -средние интегральные значения индекса рефракции, полученные по формуле (2) с использованием метеоданных только на первой точке. Сравнивая \bar{N} и N_B , отмечаем их хорошее совпадение.

Таким образом, приведенные здесь экспериментальные данные согласуются с теоретическими исследованиями и подтверждают высокую точность определения \bar{n} геодезическим методом.

В последней графе табл. 3 приведены разности $\Delta N = \bar{N} - N_{cp}$, то есть ошибки в показателе, которые были бы допущены при светодальномерных измерениях с определением метеоданных только по конечным точкам линии. Все разности отрицательны и их среднее значение составляет 2,1 единицы N .

Так как $\Delta S = \Delta n \cdot S$, то линия длиной 10 км, измеренная за две ночи (как допускает инструкция), будет занижена и иметь абсолютную ошибку под влиянием только этого единственного фактора 21 мм или 1 : 500 000. А если бы линия измерялась за две эти же ночи, но в периоды после двух часов (глубина инверсии во второй половине ночи обычно растет), то относительная ошибка была бы 1 : 377 000, что недопустимо.

Конечно, по внутренней сходимости приемов это не обнаружилось бы. Отсюда ясна опасность, которую представляет рассматриваемая здесь ошибка.

Геодезический метод определения \bar{n} применяется отраслевой лабораторией ЛОЛПИ по изучению атмосферных влияний на геодезические измерения при производстве высокоточных светодальномерных измерений на создаваемом по заданию ЦНИИГАиК эталонном геодезическом полигоне в горном районе. Поскольку в настоящее время дисперсион-

метров еще нет, то только этот метод позволяет вести эталонные измерения линии с относительными ошибками порядка 1 : 1 000 000.

Интересно отметить, что так как $\frac{n_1 + n_2}{2} \neq \bar{n}$, то во всхолмленных районах длина линий обычно несколько занижена, а в горных, наоборот, завышена. Это объясняется тем, что во всхолмленных районах ночью световой сигнал, как правило, распространяется в инверсионном слое воздуха и $\frac{n_1 + n_2}{2} > \bar{n}$, тогда как в горном районе луч проходит выше инверсионного слоя и $\frac{n_1 + n_2}{2} < \bar{n}$. Абсолютные же величины этих ошибок одного порядка.

В заключение дадим некоторые рекомендации по применению метода. 1) теодолиты типа ОТ-2 для измерения зенитных расстояний следует устанавливать примерно на тех же высотах, что и приемо-передатчик и отражатель, тогда визирные лучи будут проходить практически тот же путь в атмосфере, что и модулированный свет. Внекентренная установка теодолитов на сигналах, а тем более на штативах (при наблюдении с земли) всегда возможна; 2) за время производства одного приема светодальномерных измерений нужно достаточно синхронно, согласуя работу по световому сигналу или по радио, выполнять по два приема измерения зенитных расстояний. Асинхронность не должна превышать 2—3 мин, что вполне выполнимо; 3) измерение зенитных расстояний необходимо вести со стороны отражателя на свет, посланный приемо-передатчиком, а со стороны приемо-передатчика — на отраженный свет; 4) поправку в S за переход к среднему интегральному значению вводят в средний результат наблюдений за ночь. Для отдельной ночи необходимо вычислить по одному значению K , n_1 , n_2 . Вычисления же Δn_r , Δn_M и δn , ΔS просты и не составляют затруднений; 5) разработанный метод позволяет одновременно получать поправку за рефракцию, то есть за переход от световой кривой к замыкающей по формуле

$$\sigma_S = -\frac{\bar{K}^2}{24R_s^2} \cdot S^3; \quad (31)$$

6) при соответствующей организации работ наблюдения зенитных расстояний могут использоваться одновременно как для определения высот пунктов, так и для определения n и δ_S . В этом одно из достоинств метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Исследования земной рефракции и методов геодезического нивелирования. Тр. ЦНИИГАиК, вып. 102, Геодезиздат, М., 1955.
2. Инструкция о построении Государственной геодезической сети СССР, М., 1966.
3. Островский А. Л. Геодезические методы учета влияния атмосферы на результаты светодальномерных измерений. Межведом. респ. науч.-техн. сб. «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», вып. 3, Изд-во Львовского ун-та, 1965.
4. Фесенков В. Г. Способ определения температурного градиента по земной рефракции. «Астрономический журнал», 1931, 8, 3—4, 187—198.
5. Heimat Moritz. Zur Geometrie der Refraktion Osterr. Z. Vermessungswesen, № 1, 1962.
6. Dufour N. M. Choix de formules de la refraction atmosphérique pour les observations par chambres balistiques. Bull. géodésique, 73, 217—229, 1964.
7. J. Saastamoinen. The effect of path curvature of light waves in the refractive index application to electronic distance measurement. Canad. surveyor 16, № 2, 1962.