

ИБРАГИМ САЕД АБД ЭЛЬМЕНЕИМ

ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СОСТАВЛЕНИЯ ПРОЕКТА АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ АРЕ

Опорные геодезические сети в Египте целесообразно создавать в виде цепей триангуляции, образующих единую систему замкнутых полигонов. Общее направление таких цепей, расположения в них базисов и пунктов Лапласа показано на рисунке.

Длины сторон треугольников проектной сети 25 ... 40 км, значения горизонтальных углов в среднем 60° . Сеть составлена на карте масштаба 1:1000000. Всего запроектировано 406 пунктов.

Цель данной статьи — исследование точностных характеристик проекта, включающее предвычисление средних квадратических ошибок длин, замыкающих между базисными сторонами, поперечных сдвигов этих замыкающих и их дирекционных углов. Выбраны эти параметры потому, что они определяют как точность взаимного положения пунктов, так и влияние ошибок исходных данных на последующие построения.

Для получения исходной информации о сети были сняты прямоугольные координаты x , y всех пунктов. В дальнейшем их считали истинными величинами. По ним вычислены дирекционные

углы направлений. Расчеты произведены в следующей последовательности.

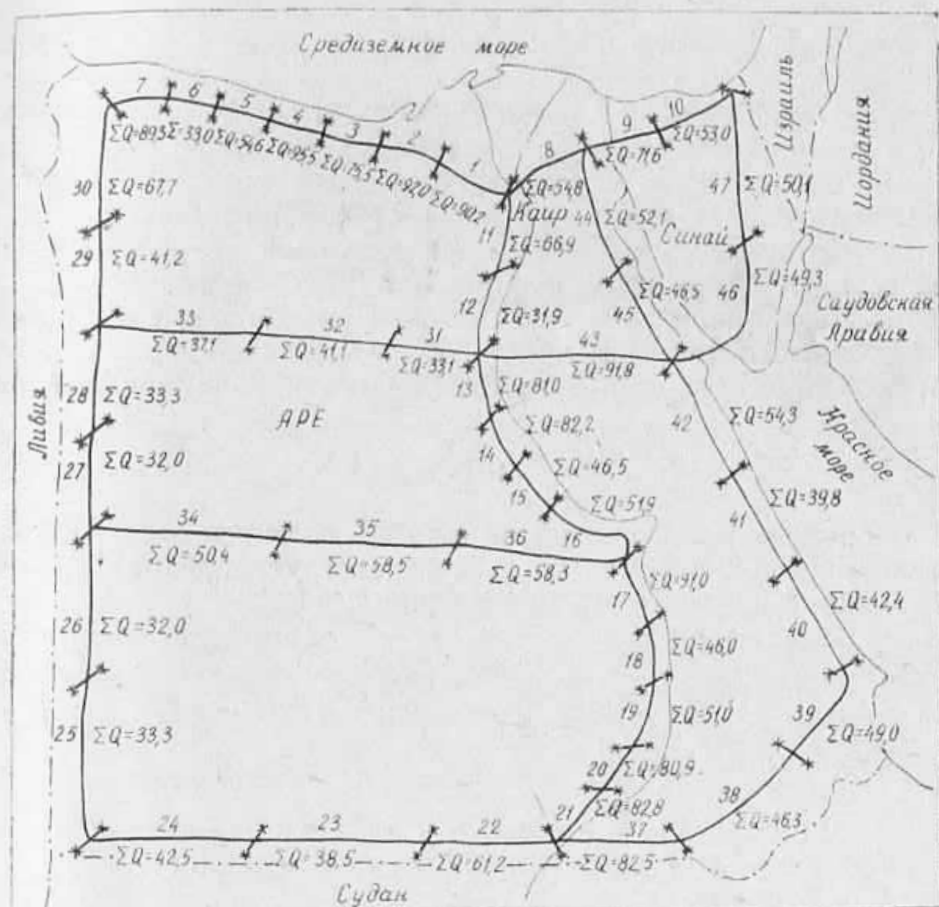
По координатам x и y вычислены дирекционные углы сторон α триангуляционной сети с точностью до $0,01''$ по формуле

$$\alpha = \arctg \frac{\Delta x}{\Delta y}.$$

Используя те же x и y , по формуле

$$S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

определены длины всех сторон. Полученные таким путем α и S также считали истинными величинами.



Обратные веса звеньев проекта АГС Египта*

* — пункт Лапласа; — базисная сторона; — — — государственная граница. М 1 : 4000000.

Оценка качества геометрического построения триангуляции 1-го класса. Ранее описанная сеть планируется как триангуляция 1-го класса. При выборе мест размещения базисных сторон в ней необходимо оценить качество геометрического построения каждого звена. Для этого использованы обратные веса Q звеньев, явля-

ющиеся суммами обратных весов отдельных фигур, из которых состоит звено, т. е.

$$Q = \sum_1^n Q_i, \quad (1)$$

где n — количество фигур в звене.

Значения Q_i вычисляют по формулам:

$$Q_i = 1,33R_i \quad (2)$$

для отдельного треугольника, предполагая в среднем равенство его сторон;

$$Q_i = 1,00R_i \quad (3)$$

для геодезического четырехугольника или центральной системы, где

$$R_i = \delta_{A_i}^2 + \delta_{B_i}^2 + \delta_{A_i} \cdot \delta_{B_i}; \quad (4)$$

δ_{A_i} , δ_{B_i} — выраженные в единицах шестого знака логарифма изменения логарифмов синусов связующих углов A_i , B_i треугольника при изменении его углов на $1''$.

Предварительная оценка точности сети. Для выяснения качества геометрического построения проектируемой астрономо-геодезической сети (АГС) и установления планируемой точности измерений выполнена предварительная оценка точности элементов новой АГС. Учтено, что любой элемент АГС можно оценивать по формуле средней квадратической ошибки функций уравненных величин

$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}},$$

где μ — средняя квадратическая ошибка единицы веса. При предварительной оценке точности μ соответствует средней квадратической ошибке измеряемого направления;

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_1^n v_i^2}{n - k}}.$$

Здесь v_i — вероятнейшие поправки к измеренным величинам; n — число измерений; k — число определяемых величин; $n - k$ — число избыточных величин.

Значение $1/P_F$, т. е. обратный вес функции F , после уравнивания выражается так:

$$1/P_F = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]} - \frac{[cf \cdot 2]^2}{[cc \cdot 2]} - \dots - \frac{[rf \cdot r - 1]^2}{[rr \cdot r - 1]}.$$

Здесь $f = \frac{\partial F}{\partial x}$ — частные производные функции F по измеренным направлениям; $a, b, c, \dots$ — коэффициенты условных значений.

В дальнейших расчетах использованы следующие формулы, полученные в предположении, что цепи равносторонних треугольников уравнены по направлениям независимо от условий фигур, дирекционных углов, базисов:

1) средней квадратической ошибки логарифма стороны в середине ряда

$$m_{lg s_c} = \sqrt{m_{lg b}^2 + \frac{2}{3} m_n \sum_1^k R_l \frac{1}{\sqrt{2}}};$$

2) относительной ошибки этой стороны

$$\frac{m_{lg s_c}}{M \cdot 10^6} = \frac{m_{s_c}}{S_c};$$

3) средней квадратической ошибки азимута стороны

$$m_{\alpha_c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{\alpha_0}^2 + \frac{2}{3} n \cdot m_n^2};$$

4) продольного сдвига ряда

$$m_L = \frac{L}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_n^2}{\rho}\right)^2 \frac{2k^2 - 3k + 10}{9k}};$$

5) поперечного сдвига ряда

$$m_q = \frac{L}{\rho \sqrt{2}} \sqrt{m_{\alpha_0}^2 + \frac{k^2 + 2k + 12}{15k} m_n^2};$$

Таблица 1

Обратные веса звеньев проекта АГС Египта

Номер звена	ΣR	ΣQ	Номер звена	ΣR	ΣQ	Номер звена	ΣR	ΣQ
1	83,0	90,2	17	91,0	91,0	33	28,0	37,1
2	92,0	92,0	18	46,0	46,0	34	35,0	50,4
3	60,0	75,5	19	50,0	51,0	35	44,0	58,5
4	78,0	95,5	20	69,0	80,9	36	44,0	58,3
5	46,0	54,6	21	66,0	82,8	37	62,0	82,5
6	33,0	33,0	22	46,0	61,2	38	35,0	46,3
7	85,0	89,3	23	29,0	38,5	39	37,0	49,0
8	46,0	54,8	24	32,0	42,5	40	32,0	42,4
9	51,0	71,6	25	25,0	33,3	41	30,0	39,8
10	53,0	53,0	26	24,0	32,0	42	41,0	54,3
11	62,0	66,9	27	24,0	32,0	43	69,0	91,8
12	24,0	31,9	28	25,0	33,3	44	43,0	52,1
13	61,0	81,0	29	31,0	41,2	45	35,0	46,5
14	66,0	82,2	30	51,0	67,7	46	37,0	49,3
15	35,0	46,5	31	25,0	33,1	47	44,0	50,0
16	39,0	51,9	32	31,0	41,1			

Результаты предварительной оценки точности АГС Египта

Звенья триангуляции	$m_{lg S_c}$	$\frac{1}{S:m S_c}$	m_{α_c}	$m_{L_{\text{н}}}$	$m_{q_{\text{м}}}$	$M = \sqrt{m_L^2 + m_q^2}$	$m_{\alpha L} = \frac{m_{\alpha p}}{L}$	$\frac{1}{L:m L}$
1	3,4	$1/128 \cdot 10^3$	1,0	0,8	0,6	1,0	0,5	$1/29 \cdot 10^3$
2	3,4	$1/128 \cdot 10^3$	0,9	0,5	0,4	0,6	0,5	$1/30 \cdot 10^3$
3	2,9	$1/150 \cdot 10^3$	1,0	0,6	0,4	0,7	0,5	$1/26 \cdot 10^3$
4	3,5	$1/124 \cdot 10^3$	0,6	0,6	0,5	0,8	0,6	$1/30 \cdot 10^3$
5	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	0,8	0,4	0,3	0,5	0,5	$1/43 \cdot 10^3$
6	2,2	$1/197 \cdot 10^3$	0,9	0,5	0,3	0,6	0,5	$1/26 \cdot 10^3$
7	3,5	$1/124 \cdot 10^3$	1,0	0,9	0,6	1,1	0,5	$1/25 \cdot 10^3$
8	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	0,9	0,6	0,5	0,8	0,6	$1/30 \cdot 10^3$
9	3,1	$1/140 \cdot 10^3$	0,9	0,9	0,7	1,1	0,5	$1/30 \cdot 10^3$
10	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	0,8	0,7	0,6	0,9	0,5	$1/34 \cdot 10^3$
11	2,9	$1/150 \cdot 10^3$	0,9	0,5	0,4	0,6	0,6	$1/27 \cdot 10^3$
12	2,0	$1/217 \cdot 10^3$	0,9	0,4	0,4	0,6	0,6	$1/34 \cdot 10^3$
13	3,2	$1/136 \cdot 10^3$	0,9	0,8	0,6	1,0	0,5	$1/29 \cdot 10^3$
14	3,3	$1/132 \cdot 10^3$	0,9	0,7	0,6	0,9	0,5	$1/33 \cdot 10^3$
15	2,6	$1/167 \cdot 10^3$	0,9	0,5	0,4	0,6	0,5	$1/32 \cdot 10^3$
16	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	0,8	0,5	0,4	0,6	0,5	$1/32 \cdot 10^3$
17	3,4	$1/128 \cdot 10^3$	1,0	0,8	0,6	1,0	0,6	$1/28 \cdot 10^3$
18	2,5	$1/174 \cdot 10^3$	0,8	0,6	0,5	0,8	0,5	$1/32 \cdot 10^3$
19	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	0,9	0,6	0,5	0,8	0,5	$1/32 \cdot 10^3$
20	3,2	$1/136 \cdot 10^3$	0,9	0,7	0,5	0,8	0,5	$1/30 \cdot 10^3$
21	3,3	$1/132 \cdot 10^3$	0,9	0,9	0,8	1,2	0,6	$1/32 \cdot 10^3$
22	2,9	$1/150 \cdot 10^3$	0,9	0,8	0,8	1,1	0,5	$1/40 \cdot 10^3$
23	2,4	$1/181 \cdot 10^3$	1,0	0,9	0,7	1,1	0,4	$1/35 \cdot 10^3$
24	2,5	$1/174 \cdot 10^3$	1,0	0,9	0,9	1,3	0,6	$1/35 \cdot 10^3$
25	2,3	$1/189 \cdot 10^3$	0,9	0,8	0,9	1,2	0,6	$1/40 \cdot 10^3$
26	2,2	$1/197 \cdot 10^3$	0,9	0,8	0,9	1,2	6,6	$1/40 \cdot 10^3$
27	2,2	$1/197 \cdot 10^3$	0,9	0,8	0,9	1,2	0,6	$1/40 \cdot 10^3$
28	2,3	$1/189 \cdot 10^3$	0,9	0,8	0,9	1,2	0,6	$1/40 \cdot 10^3$
29	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	1,0	0,9	0,7	0,9	0,6	$1/40 \cdot 10^3$
30	2,8	$1/155 \cdot 10^3$	1,0	0,8	0,6	1,0	0,5	$1/31 \cdot 10^3$
31	2,2	$1/197 \cdot 10^3$	0,9	0,7	0,6	0,9	0,6	$1/30 \cdot 10^3$
32	2,4	$1/181 \cdot 10^3$	0,9	0,7	0,6	0,9	0,6	$1/30 \cdot 10^3$
33	2,3	$1/189 \cdot 10^3$	0,9	0,7	0,6	0,9	0,6	$1/30 \cdot 10^3$
34	2,6	$1/167 \cdot 10^3$	1,0	1,5	1,1	1,8	0,6	$1/27 \cdot 10^3$
35	2,8	$1/155 \cdot 10^3$	1,0	1,4	1,1	1,8	0,6	$1/29 \cdot 10^3$
36	2,8	$1/155 \cdot 10^3$	1,0	1,5	1,1	1,8	0,6	$1/27 \cdot 10^3$
37	3,3	$1/131 \cdot 10^3$	0,9	1,0	0,8	1,2	0,5	$1/31 \cdot 10^3$
38	2,6	$1/167 \cdot 10^3$	0,9	1,1	0,9	1,4	0,6	$1/29 \cdot 10^3$
39	2,6	$1/167 \cdot 10^3$	0,9	1,0	0,8	1,3	0,5	$1/32 \cdot 10^3$
40	2,5	$1/174 \cdot 10^3$	0,9	1,0	0,8	1,3	0,5	$1/32 \cdot 10^3$
41	2,4	$1/181 \cdot 10^3$	0,9	1,1	0,9	1,4	0,6	$1/29 \cdot 10^3$
42	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	0,9	1,1	0,9	1,4	0,6	$1/29 \cdot 10^3$
43	3,4	$1/128 \cdot 10^3$	1,0	1,6	1,2	2,0	0,6	$1/26 \cdot 10^3$
44	2,7	$1/161 \cdot 10^3$	0,8	0,8	0,7	1,1	0,6	$1/31 \cdot 10^3$
45	2,6	$1/167 \cdot 10^3$	0,8	0,8	0,7	1,1	0,6	$1/31 \cdot 10^3$
46	2,6	$1/167 \cdot 10^3$	1,0	1,2	1,0	1,6	0,6	$1/28 \cdot 10^3$
47	2,6	$1/167 \cdot 10^3$	1,0	1,2	1,0	1,6	0,6	$1/28 \cdot 10^3$

6) средней квадратической ошибки конечной точки ряда

$$M_k = \sqrt{m_L^2 + m_q^2};$$

7) средней квадратической ошибки азимута диагонали ряда

$$m_{\alpha L} = \frac{m_q}{L} \rho;$$

8) относительной ошибки диагонали ряда

$$m_L/L.$$

В этих формулах S_c — сторона ряда в его середине; m_{Π} — средняя квадратическая ошибка измеренного направления; b — исходная базисная сторона; $R_i = \delta A_i^2 + \delta B_i^2 + \delta A_i \cdot \delta B_i$; n — число треугольников от исходной стороны до оцениваемой стороны; m_{α_0} — средняя квадратическая ошибка азимута исходной стороны; L — длина диагонали ряда, км; k — число промежуточных сторон звена.

При вычислениях по всем формулам в качестве исходных данных приняты значения:

$$m_{\Pi} = 0,7'';$$

$$m_{\lg b} = \frac{m_b}{b} M \cdot 10 = \frac{1}{400000} \cdot 0,4343 \cdot 10 = 1,1 \text{ единицы шестого знака ло-}$$

гарифма; $m_{\alpha_0} = 0,5''$; $\rho = 206265''$.

Значения R_i можно выбирать из специальных таблиц. Формулы (1) — (4) использованы для выбора количества и мест размещения базисных сторон, показанных на рисунке. Всего запроектирована 41 базисная сторона. Результаты вычислений обратных весов в 47 звеньях, образованных между базисными сторонами, приведены в табл. 1.

Для удовлетворения требований теории определения редуцированных элементов, а также для увеличения жесткости сети запланированы астропункты на концах измеряемых выходных сторон с расчетом, чтобы расстояние между ними не превышало 200 км.

Базисные (выходные) стороны предполагается измерять светодальномером с относительной ошибкой не ниже $1/400000$. В зависимости от вида используемых приборов, возможно измерение базисов по классической схеме с переходом от них к выходным сторонам. Однако точность таких измерений необходимо повышать до $1:1000000$. В нашем случае выбор количества и мест размещения базисных сторон выполнялся так, что обратный вес звена триангуляции между соседними базисами не превышал 100 ед. шестого знака логарифма.

В табл. 2 приведены результаты предварительной оценки точности проекта АГС Египта. Из табл. 2 видно, что проект новой АГС в общем удовлетворяет современным требованиям.